FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

# PROPULSIONE AEROSPAZIALE*

Diego Lentini
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Sapienza Università di Roma

anno accademico 2018/19
(revisione luglio 2022)

* https://diegolentini.wordpress.com (Materiale Didattico).

Questo testo attinge in larga misura, pur con un'enfasi in qualche misura differente, alle precedenti dispense redatte insieme a Fausto Gamma e Francesco Nasuti, verso i quali sono indebitato. Un ringraziamento particolare anche a Giovanni Molinari e Franco Rispoli. *Last but not least*, un ringraziamento a tutti i tesisti che con il loro lavoro hanno consentito di arricchire questo testo, ed agli studenti che con le loro domande hanno stimolato la mia curiosità.

Gli studenti sono caldamente invitati a segnalare eventuali imprecisioni,
richieste di ulteriore chiarimento, e qualsiasi altra proposta di miglioramento, all'autore:

Diego Lentini

e–mail diego.lentini@**yahoo.com**

# Capitolo 1

# Introduzione

## 1.1 Scopo della propulsione aerea e spaziale

Un aereo in volo a velocità e quota costante necessita, per vincere la resistenza aerodinamica all'avanzamento, di una *spinta*, ossia di una forza agente nella direzione del moto che eguagli (in modulo) la resistenza. In altre condizioni operative una parte della spinta è necessaria per accelerare il velivolo (in fase di rullaggio in partenza, e decollo), per salire in quota, per effettuare spostamenti a terra (*taxiing*). Durante il rullaggio dopo l'atterraggio, può essere necessario applicare la spinta in senso opposto alla direzione del moto per ridurre la lunghezza di pista richiesta per arrestare l'aereo.

Nel caso di un lanciatore destinato ad immettere in orbita un satellite, la spinta è necessaria principalmente per accelerare il veicolo fino alle altissime velocità orbitali, poi per vincere la forza di gravità e la resistenza aerodinamica; lo stesso si verifica quando si deve immettere una sonda in una traiettoria lunare o interplanetaria. Un satellite in orbita richiede poi l'applicazione di una spinta per effettuare manovre, compensare le perturbazioni orbitali, mantenere l'assetto richiesto (in quest'ultimo caso sono utilizzate una o più coppie di motori che generano un momento in grado di far ruotare il satellite intorno ad un suo asse, passante per il baricentro). Nel caso in cui il veicolo spaziale debbe essere decelerato, per esempio per effettuare un atterraggio morbido sulla superficie di un corpo celeste, la spinta andrà applicata in senso opposto alla direzione del moto.

In tutti questi casi occorre quindi un sistema propulsivo[1] che generi la spinta richiesta. La spinta è ottenuta, per il terzo principio della dinamica, come reazione all'espulsione di un *fluido propulsivo*. Tale fluido propulsivo, nel caso di motori aeronautici, può essere l'aria che scorre esternamente al motore (per propulsori ad elica), oppure l'aria ingerita dal motore, la quale quando viene espulsa contiene una certa quantità di prodotti di combustione dovuti all'introduzione di una (piccola, relativamente

[1] Dal latino *propellere*, 'spingere avanti'.

| Motore | spinta statica kN | adottato da | prezzo M$ | |
|---|---|---|---|---|
| CFM 56–7B27 | 121 | Boeing 737–900ER | 10 | (2015) |
| EA GP 7270 | 311 | Airbus 380 | 13.5 | (2006) |
| RR Trent 900 | 340 | Airbus 380 | 12.85 | (2000) |
| RR Trent XWB | 432 | Airbus 350–1000 | 35 | (2007) |
| GE 90 | 513 | Boeing 777 | 27.5 | (2011) |

Table 1.1: Caratteristiche e prezzi di alcuni motori aeronautici.

alla portata d'aria ingerita) quantità di combustibile[2]. In questo caso quindi il fluido propulsivo utilizzato è esterno al velivolo (tranne la piccola quantità di combustibile introdotta), per cui tali motori sono chiamati *esoreattori*, o motori respiranti (*air–breathing*). Nei motori per applicazioni spaziali invece il fluido propulsivo è interamente stivato a bordo del veicolo, per cui questi vengono chiamati *endoreattori*; il fluido propulsivo può essere costituito dai prodotti di una combustione, da altro fluido termovettore, oppure da ioni, o da un plasma. Requisito comune ai motori aeronautici e spaziali è la leggerezza.

Nel valutare le differenti opzioni propulsive, occorre tener conto che lo scopo di un progetto ingegneristico è quello di raggiungere un dato scopo *al minimo costo*. Bisogna quindi tener conto di tutte le voci che contribuiscono a determinare il costo operativo di una linea aerea, o di una data missione spaziale. Tra queste voci figura sicuramente il costo del motore, ma ovviamente altre voci. Per motori aeronautici bisogna considerare anche il costo del combustibile, delle operazioni di manutenzione e delle parti di ricambio, nonché più in generale altre importanti voci di costo che concorrono a determinare i costi di una compagnia aerea, tra queste ovviamente le spese di ammortamento dell'aereo e le spese per il personale (che, come vedremo, sono anch'esse legate al tipo di motore adottato ed alle condizioni operative). Per motori spaziali occorre considerare il costo delle operazioni di lancio e monitoraggio a terra, dei propellenti, etc.

Le più importanti aziende costruttrici di motori aeronautici sono le statunitensi General Electric (GE) e Pratt & Whitney (PW), e la britannica Rolls–Royce (RR). A queste si aggiungono diverse *joint ventures* come CFM (tra GE e la francese SNECMA – ora SAFRAN), Engine Alliance (EA, tra GE, PW e SNECMA), International Aero Engines (tra PW, la tedesca MTU e la giapponese Japanese Aero Engines Corporation). A titolo puramente indicativo[3], riportiamo in tab. 1.1 il prezzo

[2]Osserviamo che il termine *combustibile* è quello più generale per indicare una sostanza che rilascia calore nel processo di ossidazione, mentre il termine *carburante* si applica *solo* a combustibili di facile evaporazione, come le benzine. Il cherosene usato dai motori aeronautici è quindi un combustibile, ma *non* un carburante.

[3]Prestazioni e prezzi variano sensibilmente da versione a versione dello stesso motore. Inoltre, bisogna considerare le

| Motore | spinta al suolo/nel vuoto kN | adottato da | prezzo M$ | |
|---|---|---|---|---|
| Vulcain 2 | 960 / 1 359 | Ariane 5 | 12 | (2017) |
| RS–25 | 1 860 / 2 279 | Space Shuttle | 50 | (2011) |
| RS–68 | 2 950 / 3 137 | Delta IV | 15 | (2006) |
| RD–180 | 3 830 / 4 150 | Atlas V | 23.5 | (2017) |

Table 1.2: Caratteristiche e prezzi di alcuni endoreattori.

e la spinta statica (cioè con aereo fermo al suolo) di alcuni motori aeronautici.

Il prezzo d'acquisto dei motori incide grossolanamente per circa il 25% sul prezzo dell'aereo. Occorre tuttavia tener presente che i motori sono generalmente venduti sottocosto, cioè ad un prezzo inferiore al costo di produzione; una volta scelti i motori (gli aerei sono in generale disponibili con diverse motorizzazioni, secondo le preferenze dell'utente) la compagnia aerea sarà però obbligata a rivolgersi all'azienda costruttrice dei motori per le parti di ricambio, ed eventualmente per alcune operazioni di manutenzione. All'acquisto di un aereo, la compagnia aerea acquista infatti anche uno stock di pezzi di ricambio dei motori, per un ammontare indicativamente intorno al 30% del costo dei motori (si tenga presente che, ad esempio, il costo di una singola pala di turbina è intorno ai 10 000 $). Se poi consideriamo, oltre al prezzo d'acquisto, anche le spese sostenute per le parti di ricambio e le operazioni di manutenzione durante tutta la vita operativa di un motore, si accumula un costo pari a 2 – 3 volte il prezzo iniziale di acquisto del motore. Le aziende motoristiche hanno quindi la possibilità di reintegrare ampiamente i loro margini di guadagno. Per quanto riguarda le parti di ricambio, dovendo le compagnie aeree prevedere la possibiltà di sostituzione di una parte di ricambio in ciascuno dei numerosi aeroporti dove operano, esse sono gestite, in ogni aeroporto, in comune con altre compagnie aeree, secondo appositi accordi. Comunque, recentemente le aziende produttrici di motori hanno sviluppato programmi i quali consentono, sulla base dei dati trasmessi a terra dai sensori dei motori in volo, di determinare la necessità di sostituire un componente, o prevedere un'operazione di manutenzione, prima ancora che l'aereo arrivi alla sua destinazione, per cui l'eventuale pezzo di ricambio necessario viene immediatamente spedito colà. Dopo un certo numero di ore di volo (indicato come TBO, *Time Between Overhaul*, che per esempio per i motori Rolls–Royce Trent può eccedere le 15 000 ore), il motore andrà comunque sottoposto ad una revisione totale.

condizioni di vendita, per cui i dati dei diversi motori non sono sempre immediatamente comparabili. Alcune aziende propongono anche contratti che includono la manutenzione e le parti di ricambio di cui il motore può necessitare durante la sua vita operativa; oppure contratti nei quali sono vendute le *ore di volo* dei motori.

La tab. 1.2 riporta il prezzo indicativo di alcuni endoreattori (di spinta elevata). Si noti il prezzo molto alto del motore RS–25, dovuto anche al fatto che esso era destinato ad essere riutilizzato in linea di principio oltre 50 volte. Un fattore la cui importanza si è affermata negli ultimi decenni nel campo degli endoreattori è la semplicità costruttiva; si preferisce attualmente orientarsi verso motori più semplici, anche se con prestazioni lievemente minori, per ridurre i costi e le probabilità di malfunzionamento. Ad esempio, il motore Rocketdyne RS–68, pur utilizzando gli stessi propellenti dello RS–25, e sviluppando una spinta superiore, è composto da un numero di parti che è appena un quinto di quello dello RS–25 (con qualche contenuta penalizzazione nelle prestazioni). Ancora, la versione del motore Vulcain, denominata 2.1, destinata al futuro lanciatore europeo Ariane 6, presenta un ugello (condotto di espulsione dei prodotti di combustione) in cui il numero delle parti è stato ridotto di 10 volte rispetto alla precedente versione, con un risparmio sui costi del 40%. Il costo dei propellenti invece in generale rappresenta una frazione trascurabile del costo del lancio. Come si può osservare dalla fig. 1.1, il sistema propulsivo incide sul costo totale di produzione di un lanciatore (esclusi quindi i costi di sviluppo) per una percentuale che va approssimativamente dal 45 al 60%, per quanto anche i serbatoi debbano a rigore essere considerati parte di tale sistema, arrivando in questo ad un'incidenza indicativamente attorno almeno al 70% .

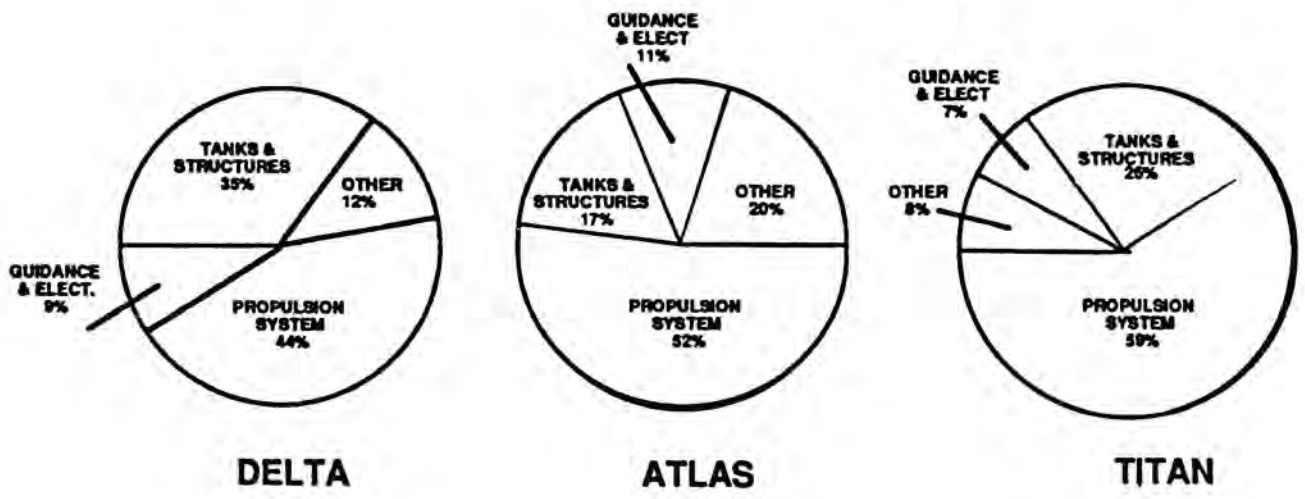



Figure 1.1: Componenti del costo di produzione di alcuni lanciatori, da [1].

## 1.2 Classificazione dei propulsori

I propulsori aerospaziali possono classificati secondo diversi criteri, che esaminiamo concisamente di seguito.

### 1.2.1 Classificazione in base alla fonte di energia

In linea di principio, l'energia necessaria per far funzionare un motore può essere generata da diverse fonti:

**Energia chimica.** Di gran lunga la fonte più utilizzata, derivante dalla combustione di un combustibile ed un ossidante, od eventualmente dalla decomposizione esotermica di un'unica sostanza detta *monopropellente*;

**Energia solare.** L'energia solare può essere sfruttata per generare elettricità da utilizzare in propulsori elettrici, o concentrata mediante specchi per riscaldare un fluido operativo (con effetto analogo ad una combustione). Il suo impiego è ostacolato dalle grandi superfici (e conseguente peso) dei pannelli fotovoltaici richieste per generare potenze significative. Comunque, l'energia solare è usata in molti satelliti e sonde dotate di propulsori elettrici;

**Energia nucleare.** Si potrebbe in linea di principio utilizzare l'energia prodotta in un reattore nucleare, ma problemi di peso del reattore e di sicurezza non hanno finora permesso lo sviluppo di un sistema effettivamente operativo (sono state tuttavia effettuate prove a terra).

### 1.2.2 Classificazione in base al principio propulsivo

Secondo questo criterio, i propulsori possono essere classificati in:

**Propulsori ad elica,** in cui la velocità dell'aria esterna viene aumentata per mezzo di un'elica, al fine di generare una spinta per reazione;

**Propulsori a getto,** in cui la spinta è ottenuta grazie all'espulsione di un getto ad alta velocità. Il getto può essere portato ad alta velocità attraverso differenti meccanismi:

- **Motori termici.** In questi motori il fluido propulsivo viene portatato ad alta temperatura mediante un processo di combustione (oppure riscaldandolo attraverso una resistenza eletrica od un arco elettrico, o in linea di principio anche con un reattore nucleare), dopodiché l'energia termica viene trasformata in energia cinetica del getto;
- **Motori elettrostatici.** Questi motori adottano come fluido operativo un gas ionizzato, il quale può essere accelerato ad alte velocità sotto l'azione di un campo elettrico;
- **Motori elettromagnetici.** Questi motori adottano invece come fluido operativo un plasma, cioè un gas portato ad altissime temperature, in modo da renderlo elettricamente conduttivo, sì da poterlo accelerare mediante l'azione congiunta di un campo elettrico e di un campo magnetico.

### 1.2.3 Propulsori ad elica

La potenza destinata ad azionare l'elica può essere generata in diversi modi, vedi fig. 1.2:

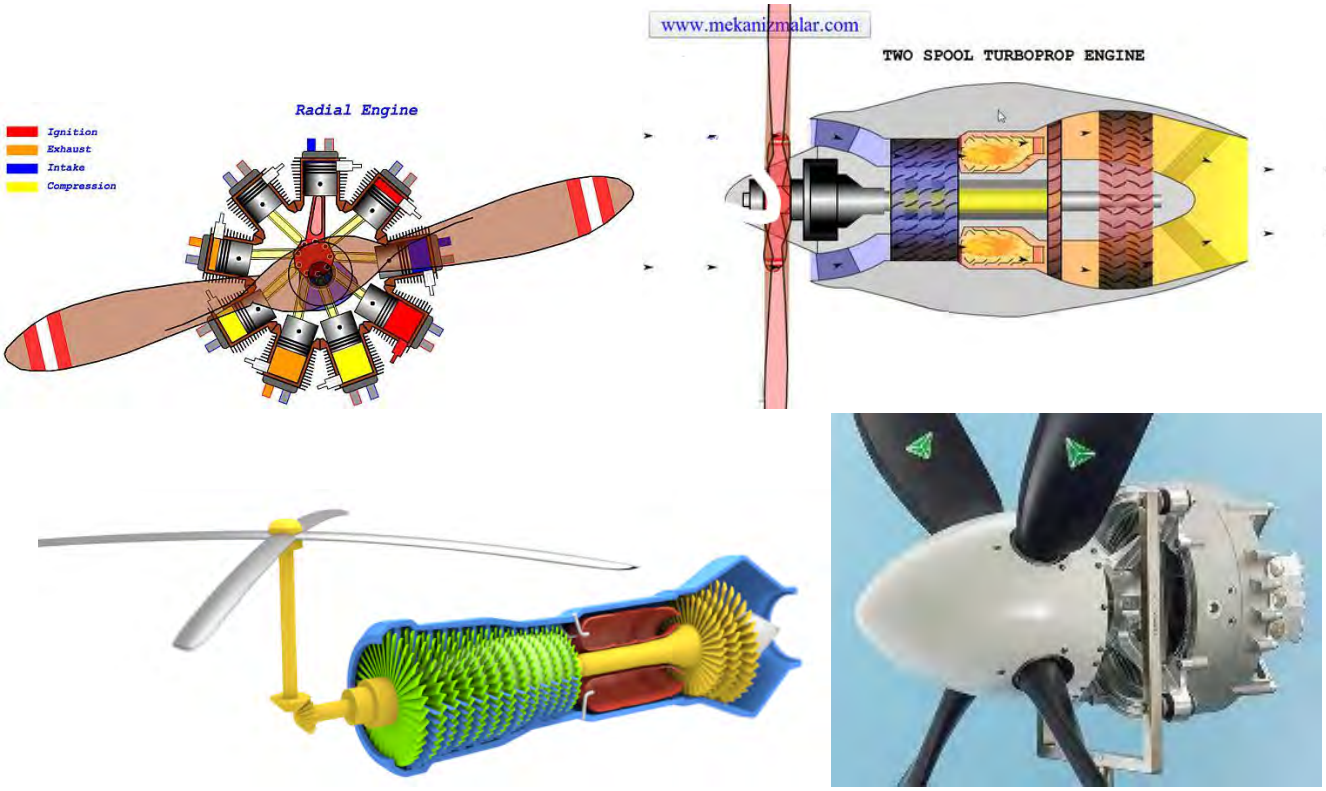



Figure 1.2: Propulsori ad elica: (alto a sinistra) motoelica, (alto a destra) turboelica, (basso a sinistra) turboalbero, (basso a destra) elettroelica, da [2, 3, 4].

**Motoelica.** La potenza è generata da un motore alternativo. Questi motori sono attualmente adottati solo da piccoli aerei del settore aviazione generale (cosidetti aerei da turismo);

**Turboelica.** La potenza è generata da una turbina a gas (un gruppo che comprende un compressore, una camera di combustione ed una turbina), e la spinta è prodotta in massima parte dall'elica, anche se si ha una piccola frazione di spinta prodotta dal getto di gas che fuoriesce dal motore (in questo senso il turboelica è un ibrido tra un propulsore ad elica puro ed uno a getto);

**Turboalbero.** È il propulsore adottato dagli elicotteri, sostanzialmente identico al turboelica, ma che sfrutta *tutta* la potenza attraverso il rotore (non si ha quindi spinta dal getto);

**Elettroelica.** Alcuni aerei sperimentali adottano motori elettrici per azionare le eliche; l'energia elettrica è generata da batterie o da pannelli fotovoltaici. Le basse densità di potenza (potenza

per unità di massa) di questi sistemi limitano comunque fortemente le prestazioni, specie in termini di velocità.

Il limite dell'elica è nella massima velocità raggiungibile, circa 600 km/h o poco più, oltre la quale il rendimento dell'elica crolla.

### 1.2.4 Propulsori a getto aeronautici

Abbiamo visto che per i propulsori aeronautici il getto è costituito da aria ambiente ingerita dal motore, in parte trasformata in prodotti di combustione per l'addizione di combustibile. I motori di questo tipo attualmente in uso, vedi fig. 1.3, si basano sul ciclo Brayton, o turbogas, che sarà esaminato in dettaglio nel cap. 4.

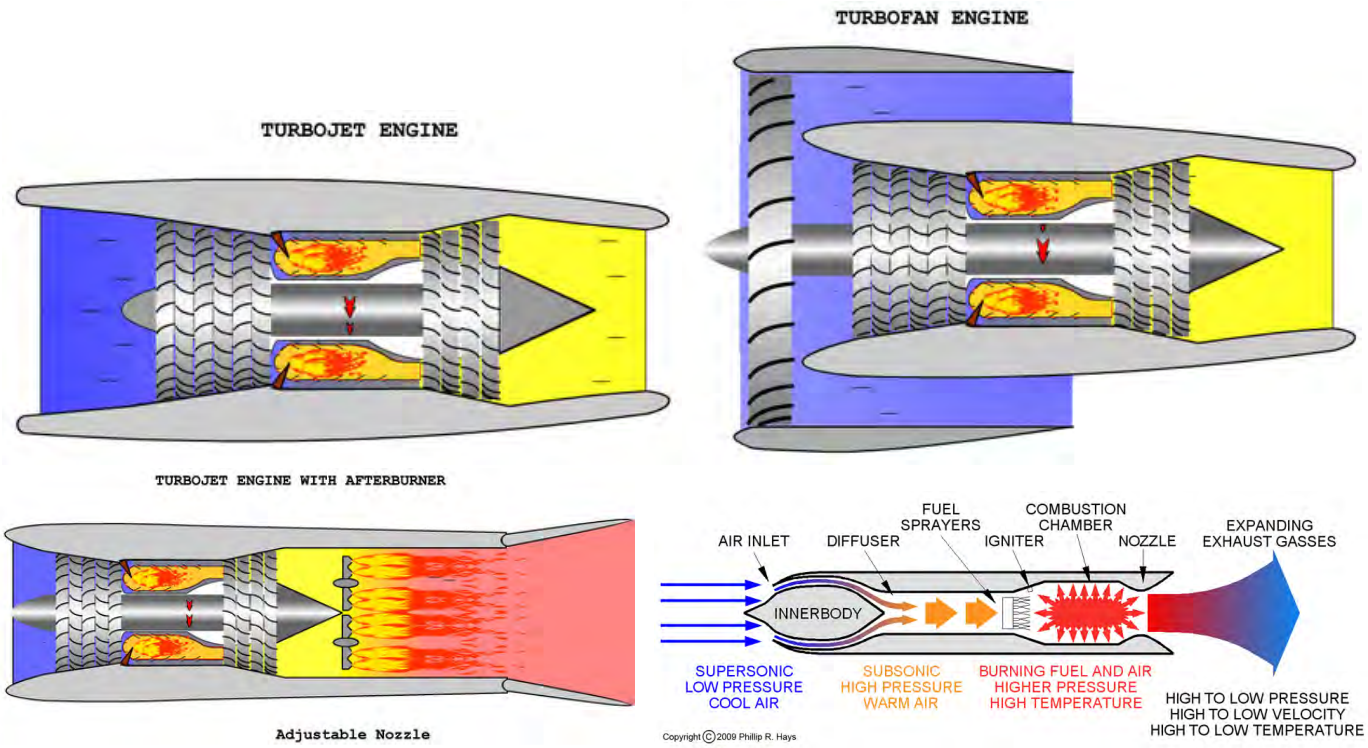



Figure 1.3: Propulsori aeronautici a getto: (alto a sinistra) turbogetto semplice, (alto a destra) turbofan, (basso a sinistra) turbogetto con postbruciatore, (basso a destra) autoreattore, da [2, 5].

**Turbogetto (semplice).** Nel turbogetto si ha ancora, come nel turboelica, una compressione dell'aria esterna prima nella presa d'aria (ma in misura limitata), poi in un compressore; quindi in camera di combustione viene iniettato combustibile che bruciando genera prodotti ad alta

temperatura. Grazie all'alta pressione, questi prodotti possono azionare una turbina, la quale fornisce la potenza necessaria al compressore. All'uscita della turbina il fluido operativo ha ancora pressione (e temperatura) superiore a quella ambiente, quindi può espandere in ulteriore organo, l'ugello, cioè un condotto opportunamente sagomato che trasforma l'energia termica in energia cinetica del getto, che viene quindi espulso ad alta velocità generando per reazione una spinta. Il turbogetto permette di superare i limiti dell'elica in termini di velocità di volo raggiungibile;

**Turbofan.** Nel turbofan il fluido propulsivo ad alta temperatura uscente dalla turbina che aziona il compressore, anziché essere inviato direttamente in ugello, aziona una seconda turbina, dopodiché espande ancora nell'ugello. La potenza della seconda turbina è utilizzata per comprimere lievemente mediante un *fan* (ventola) una seconda portata d'aria (detta *portata secondaria* o *fredda*), coassiale alla prima (detta *portata primaria* o *calda*). L'aria secondaria segue un percorso diverso da quella primaria, non passa attraverso la camera di combustione e le turbine, ma viene fatta espandere direttamente in un ugello (che può essere comune, oppure separato da quello primario). Questo, come vedremo, consente di ridurre notevolmente i consumi, anche se limita le massime velocità di volo raggiungibili;

**Turbogetto con postbruciatore.** Per raggiungere altissime velocità di volo (supersoniche) è necessario produrre un getto ad altissima velocità, e questo è possibile elevando la temperatura dei gas che escono dalla turbina di un turbogetto (semplice), ossia che entrano nell'ugello, mediante una seconda iniezione di combustibile, a valle della turbina, e conseguente combustione. Si noti che il fluido che esce dalla camera di combustione e dalla turbina contiene ancora un'ampia quantità di ossigeno, poiché nel turbogetto viene immessa in camera una quantità relativamente piccola di combustibile, per contenere la temperatura alla quale è sottoposta la turbina. Il postcombustore viene acceso solo quando si verifica l'esigenza di un incremento della spinta (per esempio, in applicazioni militari, ma non solo), a causa del forte incremento del consumo cui dà luogo;

**Autoreattore.** Nell'autoreattore (o statoreattore) la compressione, anziché essere effettuata per mezzo di un compressore, avviene solo nella presa d'aria per effetto della velocità di volo, che tuttavia deve essere molto elevata (ampiamente supersonica). Il motore quindi non necessita di una turbina. Per contro, non può generare spinta a punto fisso (cioè a velocità nulla), per cui deve essere portato ad alta velocità con altri sistemi (ad esempio, motori a razzo ausiliari);

**Motoreattore.** Questo motore ha solo un interesse storico, vedi fig. 1.4; segue lo stesso ciclo Brayton, ma il compressore è azionato da un motore alternativo. Non è quindi presente una turbina;

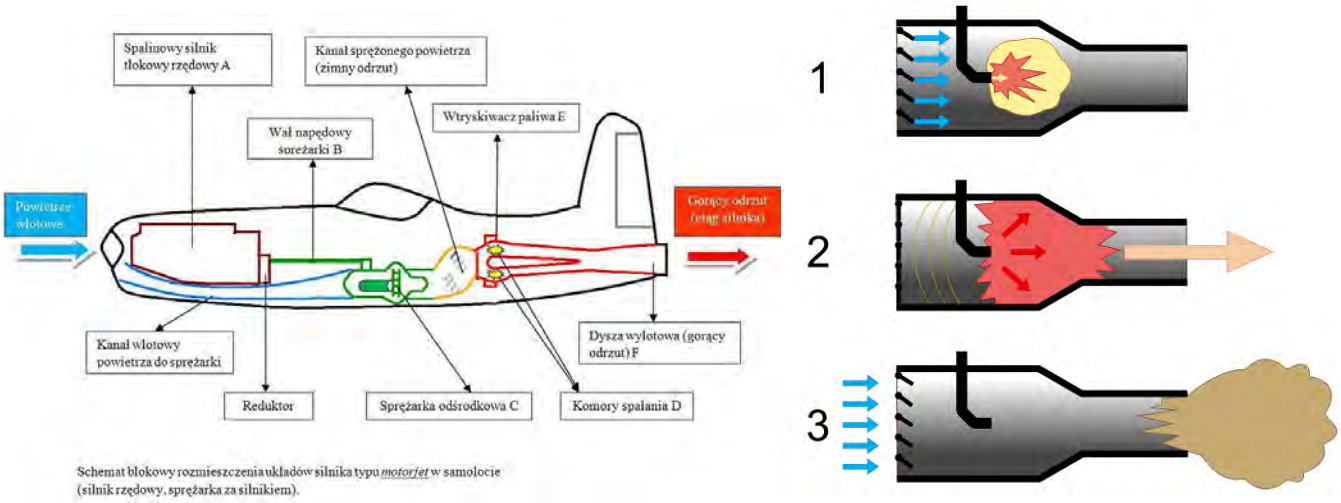



Figure 1.4: Propulsori aeronautici a getto di interesse storico: (sinistra) motogetto, (destra) pulsoreattore, da [6, 7].

**Pulsoreattore.** Anche questo motore, vedi ancora fig. 1.4, ha solo un interesse storico. Segue un ciclo totalmente diverso, di tipo intermittente. L'aria viene ammessa in camera di combustione attraverso valvole a lamelle poste a valle della presa d'aria: qui viene iniettato combustibile, e la miscela risultante è accesa per mezzo della scintilla di una candela. Il conseguente aumento di temperatura fa aumentare la pressione del gas contenuto in camera, e di conseguenza le lamelle di ingresso dell'aria si chiudono ed i gas combusti fuoriescono attraverso un ugello. Allo svuotarsi della camera, la pressione scende e le valvole a lamelle si riaprono, quindi il ciclo ricomincia. Sono anche stati sviluppati pulsoreattori senza valvole (*valveless*) che sfruttano la frequenza naturale legata alla dimensione della camera di combustione per temporizzare le varie fasi del ciclo. Il motore è molto rumoroso, e deve comunque essere avviato a terra mediante aria compressa; fu impiegato nel 1944 dalla Germania sulle bombe volanti V–1.

### 1.2.5 Propulsori a getto spaziali

I motori per applicazioni spaziali devono raggiungere elevatissime velocità, ed in particolare poter operare al difuori dell'atmosfera. Non si può quindi evidentemente utilizzare l'aria atmosferica come fluido propulsivo, ma occorre invece ricorrere ad un fluido trasportato a bordo; si tratta quindi di *endoreattori*. Questo fluido può essere accelerato mediante un meccanismo termico (di gran lunga il più diffuso), oppure elettrostatico, od ancora elettromagnetico.

Gli endoreattori azionati da una corrente elettrica, quindi gli elettrostatici e gli elettromagnetici, ma anche quelli termici in cui il fluido propulsivo viene riscaldato mediante una resistenza elettrica od

un arco elettrico, sono complessivamente classificati come *propulsori elettrici*.

Gli endoreattori possono essere classificati quindi in:

**Endoreattori termici.** L'energia termica può essere generata attraverso vari principi:

- **Endoreattori chimici.** In essi l'energia termica è prodotta da una reazione di combustione, o di dissociazione. Sono ulteriormente classificabili in, vedi fig. 1.5:
  - Endoreattori a propellenti liquidi, nei quali combustibile ed ossidante sono stivati a bordo allo stato liquido;
  - Endoreattori a propellenti solidi, nei quali il propellente è stivato sotto forma di un *grano* solido;
  - Endoreattori a propellenti ibridi, nei quali uno dei propellente è stivato allo stato liquido (l'ossidante), l'altro allo stato solido (il combustibile). Sono scarsamente utilizzati;
- **Endoreattori elettrotermici.** In essi l'energia termica è prodotta da una corrente elettrica; sono però, come accennato, generalmente classificati insieme agli altri propulsori elettrici, vedi sotto;
- **Endoreattori termici solari.** Essi concentrano la luce solare mediante specchi su uno scambiatore di calore attraverso il quale scorre il fluido propulsivo, che quindi si riscalda e può essere fatto espandere in un ugello per raggungere alte velocità. Possono essere adottati solo su satelliti e sonde già in orbita, causa il loro basso rapporto spinta/peso;
- **Endoreattori termici nucleari.** Essi sono ancora allo stadio concettuale; sfruttano il calore generato dal reattore nucleare per riscaldare il fluido operativo, per il quale si adottta l'idrogeno.

**Endoreattori elettrici.** Sono tutti caratterizzati da un bassissimo rapporto spinta/peso, di vari ordini di grandezza inferiore ad uno, per cui ovviamente non possono decollare da terra. Possono però essere impiegati su satelliti o sonde già in orbita, e sono in effetti attualmente adottati da circa il 20% dei satelliti. Essi comprendono le tre categorie sottostanti, vedi fig. 1.6:

- **Endoreattori elettrotermici.** Come già accennato, il fluido propulsivo è riscaldato mediante una resistenza elettrica (*resistogetto*) la quale però è limitata nella massima temperatura raggiungibile dal materiale della resistenza stessa, oppure mediante un arco elettrico generato tra due elettrodi (*arcogetto*). I rapporti spinta/peso sono dell'ordine di $10^{-2}$;
- **Endoreattori elettrostatici.** Come detto, questi motori adottano come fluido operativo un gas ionizzato, accelerato ad alte velocità sotto l'azione di un campo elettrico. Possono

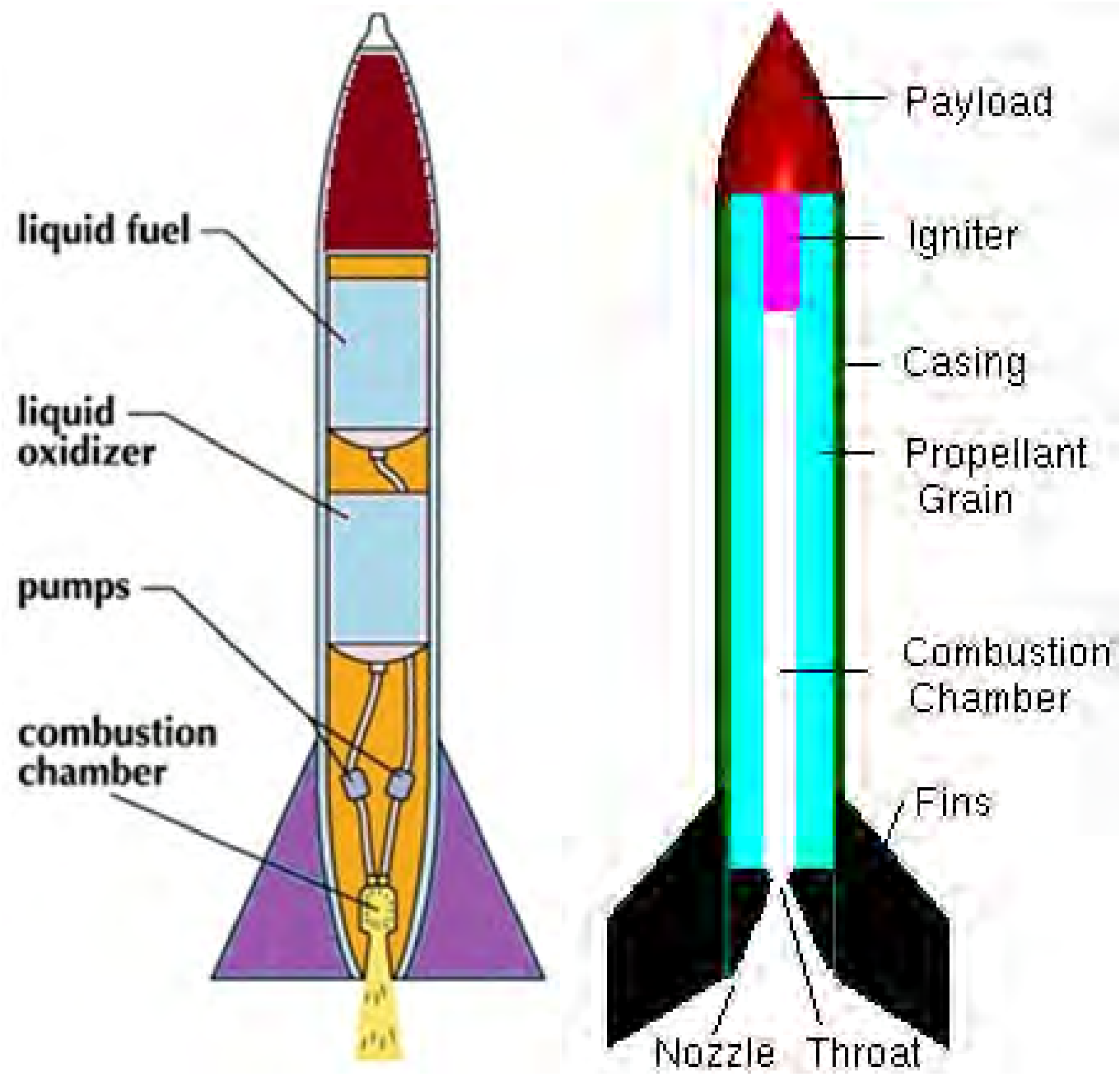



Figure 1.5: Endoreattori chimici: (sinistra) a propellenti liquidi, (destra) a propellenti solidi, adattata da [8, 9].

raggiungere elevatissime velocità di uscita (il che vuol dire, come vedremo, bassi consumi), ma presentano un rapporto spinta/peso estremamente basso, dell'ordine di $10^{-3}$;

**Endoreattori elettromagnetici.** Come detto, il fluido operativo è un plasma, accelerato

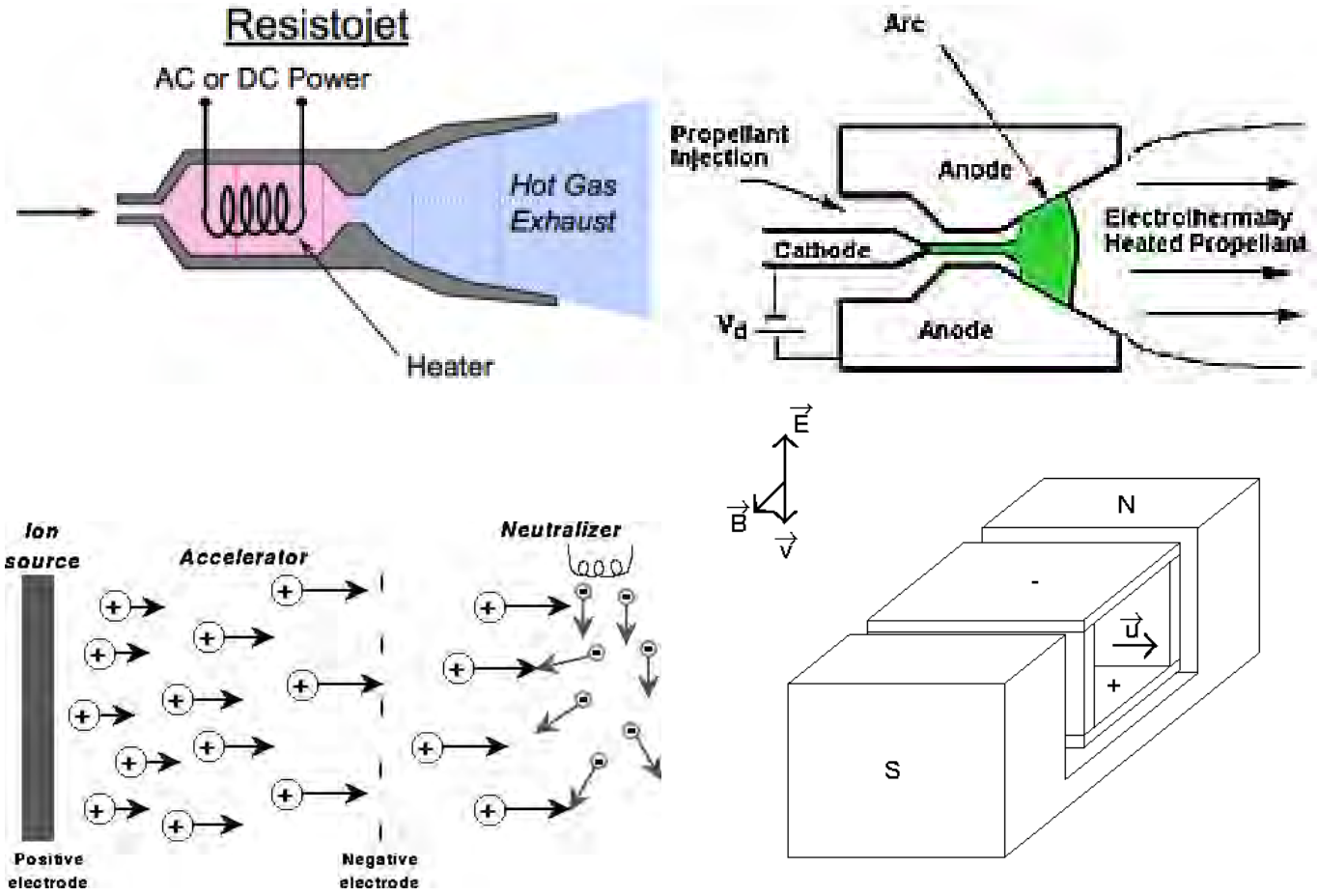



Figure 1.6: Endoreattori elettrici: (alto sinistra) resistogetto, (alto a destra) arcogetto, (basso a sinistra) elettrostatico, (basso a destra) elettromagnetico, da [8, 11, 12].

sotto l'azione di un campo elettrico e di un campo magnetico (il quale ultimo genera sulle cariche in moto una forza di Lorentz). Presentano rapporti spinta/peso ancora più bassi, dell'ordine di $10^{-4}$.

Altri concetti propulsivi, peraltro attualmente prevalentemente allo stato speculativo, saranno oggetto di un accenno al termine del corso.

# Domande di verifica

1. A cosa serve la spinta in un aeroplano?

2. A cosa serve la spinta in un lanciatore?

3. Qual è la differenza tra un combustibile ed un carburante?
4. Qual è l'ordine di grandezza del prezzo di un motore aeronautico?
5. Qual è (indicativamente) l'incidenza del costo dei motori sul costo totale di un aeroplano da trasporto commerciale?
6. Quali differenti condizioni di vendita sono offerte dalle aziende costruttrici di motori aeronautici?
7. Quanto può incidere il costo della manutenzione e delle parti di ricambio durante tutta la vita operativa di un motore aeronautico, rispetto al prezzo di base di un motore?
8. Cos'è il TBO, *Time Between Overhaul*?
9. Qual è l'ordine di grandezza del prezzo di un endoreattore (di spinta elevata)?
10. Qual è (indicativamente) l'incidenza del costo del sistema propulsivo sul costo totale di un lanciatore?
11. Quali sono le fonti di energia utilizzabili da un motore?
12. Quali sono i principi propulsivi che possono essere impiegati per generare una spinta?
13. Quali sono i propulsori ad elica?
14. Quali sono i propulsori a getto di corrente impiego aeronautico?
15. Quali sono i propulsori a getto di corrente impiego spaziale?
16. Qual è la differenza tra esoreattore ed endoreattore?

# Capitolo 2

# Flussi compressibili

## 2.1 Introduzione

I motori, sia aeronautici che spaziali, di tipo *termico* – vedi par. 1.2.2, impiegano un fluido operativo che svolge la funzione di *fluido termovettore*, cioè che trasporta energia sotto forma di calore; questo calore viene trasformato dal motore in energia cinetica del getto, che viene espulso ad alta velocità per generare una spinta. Per comprendere come possa avvenire questa trasformazione, che avviene in un condotto opportunamente conformato detto *ugello* (*nozzle*), occorre quindi richiamare i principi e le equazioni sulle quali si basa lo studio del moto dei fluidi. A causa dell'alta velocità, occorre considerare gli effetti di compressibilità del fluido.

L'analisi del moto dei fluidi compressibili si basa sui seguenti principi:

- relazioni di stato (termica e calorica);
- conservazione della massa;
- conservazione della quantità di moto;
- conservazione dell'energia;
- secondo principio della termodinamica.

## 2.2 Relazioni di stato

Assumiamo che il fluido operativo sia un gas ideale, cioè termicamente e caloricamente perfetto. La prima parte dell'assunzione implica che lo stato del gas sia descritto dall'equazione termica di stato,

che nella forma più generale si scrive

$$p\,V \;=\; n\,\mathcal{R}\,T \tag{2.1}$$

dove $T$ indica la temperatura assoluta, $\mathcal{R}$ la costante universale dei gas (8314.51 J kmol$^{-1}$ K$^{-1}$) ed $n$ il numero di moli di gas contenute nel volume $V$. Il numero di moli[1] è esprimibile come rapporto tra la massa di gas $m$ contenuta in tale volume, e la massa molare $\mathcal{M}$ (o, con termine desueto, peso molecolare) del gas considerato:

$$n \;=\; \frac{m}{\mathcal{M}} \tag{2.2}$$

Ne segue la forma

$$p \;=\; \frac{m}{V}\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}T \tag{2.3}$$

e ricordando che la densità è pari alla massa diviso il volume, ed avendo indicato con $R$ la costante del particolare gas in esame[2], che risulta data dal rapporto tra la costante universale dei gas e la massa molare:

$$R \;=\; \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} \tag{2.4}$$

si arriva all'equazione termica di stato dei gas ideali (o perfetti):

$$\boxed{p \;=\; \rho\,R\,T} \tag{2.5}$$

In particolare, per l'aria, la massa molare mediata (cioè tenendo conto che in una mole di aria sono contenute circa 0.78084 moli di azoto $N_2$, 0.20946 moli di ossigeno $O_2$, 0.00934 moli di argon Ar,

[1] L'unità molare nel sistema internazionale SI è la chilomole, kmol.

[2] Si noti che la costante universale dei gas $\mathcal{R}$ è espressa in J/(kmol K), mentre la costante $R$ del particolare gas in esame ha dimensioni J/(kg K).

0.000405 moli di anidride carbonica $CO_2$ – al 2017[3], più tracce di altri gas) risulta (vedi anche successivo par. 12.2)

$$\mathcal{M} \;=\; 28.9645\,\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \tag{2.6}$$

per cui il valore della costante dei gas dell'aria risulta, secondo la (2.4), poco più di 287 J/(kg K) (indicazioni più circostanziate saranno date nel par. 2.5).

Per dare un'idea della misura in cui viene avvicinata l'ipotesi di gas termicamente perfetto, riportiamo in fig. 2.1 i valori del *fattore di gas reale*, definito come

$$Z \;=\; \frac{p}{\rho\, R\, T} \tag{2.7}$$

(evidentemente identicamente uguale ad uno per gas perfetto), per $H_2O$ e $CO_2$ (tipici prodotti di combustione), rispettivamente, in funzione della temperatura, con la pressione come parametro. Si può notare che si verificano scostamenti dal valore unitario solo quando si hanno simultaneamente alte pressioni e basse temperature, situazione lontana dalle condizioni operative dei propulsori aerospaziali. In un motore aeronautico la pressione può raggiungere *al massimo* circa 4 – 5 MPa all'uscita del compressore a bassa quota (General Electric GE9X), ma la corrispondente temperatura sarà prossima a 1000 K, ed ovviamente più elevata nel combustore; in un endoreattore la pressione può raggiungere *al massimo* 26.7 MPa in camera di combustione (RD–180), dove la temperatura però supera i 3000 K. Quindi l'approssimazione di gas termicamente perfetto è ben giustificata nelle applicazioni in questione (al massimo potrà aversi qualche effetto locale in prossimità degli iniettori).

Invece, le fig. 2.2 e 2.3, che riportano rispettivamente il calore specifico $c_p$ a pressione costante, ed il suo rapporto

$$\gamma \;=\; \frac{c_p}{c_v} \tag{2.8}$$

[3]La concentrazione di anidride carbonica sta aumentando nel tempo a causa del consumo di combustibili fossili e della deforestazione.

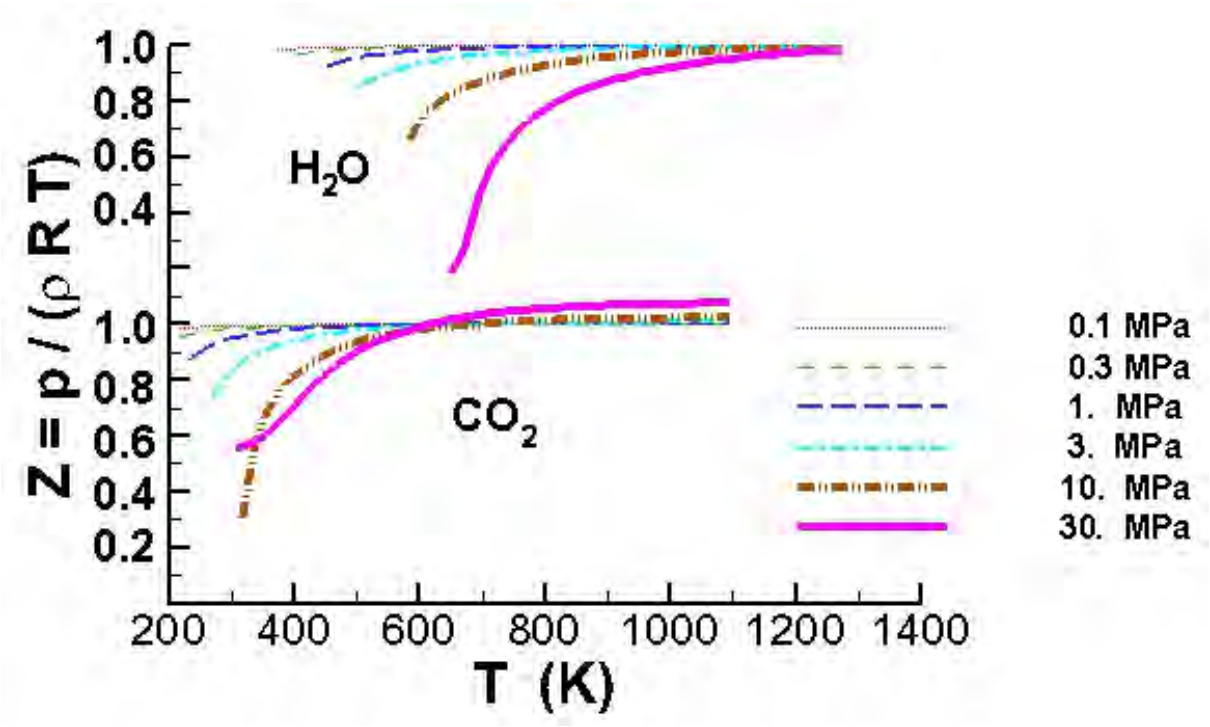



Figure 2.1: Fattore di gas reale per $H_2O$ e $CO_2$).

rispetto all'analogo termine a volume costante $c_v$, di $H_2O$, $CO_2$ ed aria in funzione della temperatura, evidenziano che il comportamento calorico dei gas utilizzati come fluidi propulsivi è ben lungi dall'essere perfetto.

In queste note si assume tuttavia, per poter sviluppare una trattazione matematica ad un livello accettabile di complessità, che $c_p$ e $c_v$, e quindi il loro rapporto $\gamma$, siano costanti con la temperatura (assunzione di *gas caloricamente perfetto*), ma occorre aver presente i limiti di questa assunzione, vedi par. 4.3.1. Per una migliore descrizione, si potrebbero usare espressioni che danno i calori specifici in funzione della temperatura, mediante espressioni algebriche, ad esempio per l'aria (per temperature comprese tra i 300 ed i 3500 K)

$$c_p = -2.23488 \cdot 10^{10}\, T^{-3} + 3.09372 \cdot 10^{8}\, T^{-2} - 1.52622 \cdot 10^{7}\, T^{-1.5} + 1335.1 + 1.45566 \cdot 10^{-4}\, T^{1.5} \quad (T \text{ in K}) \tag{2.9}$$

I valori di $c_p$ e $\gamma$ sono legati; è noto dalla termodinamica infatti che i differenziali di entalpia $h$ $(= e + p/\rho)$ ed energia interna $e$ possono essere espressi come

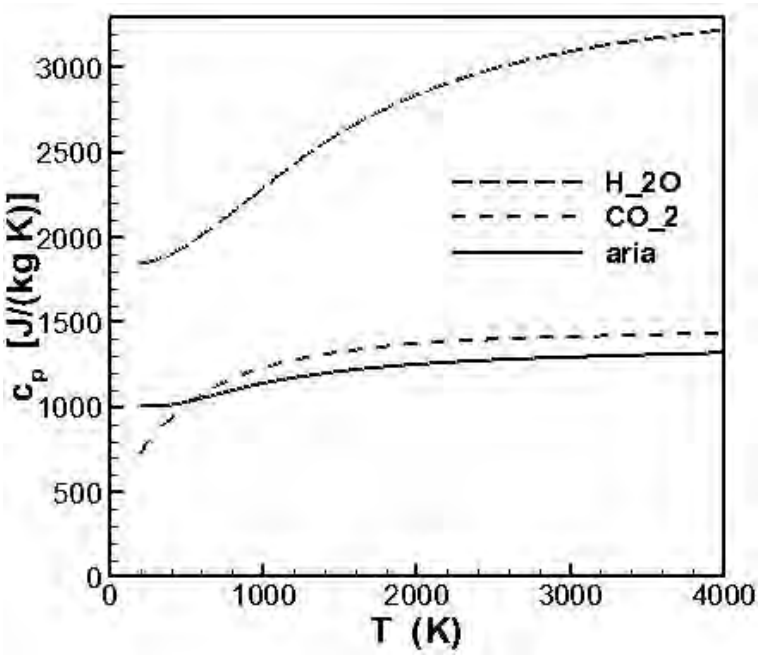



Figure 2.2: Variazione del calore specifico a pressione costante in funzione della temperatura, per vari gas.

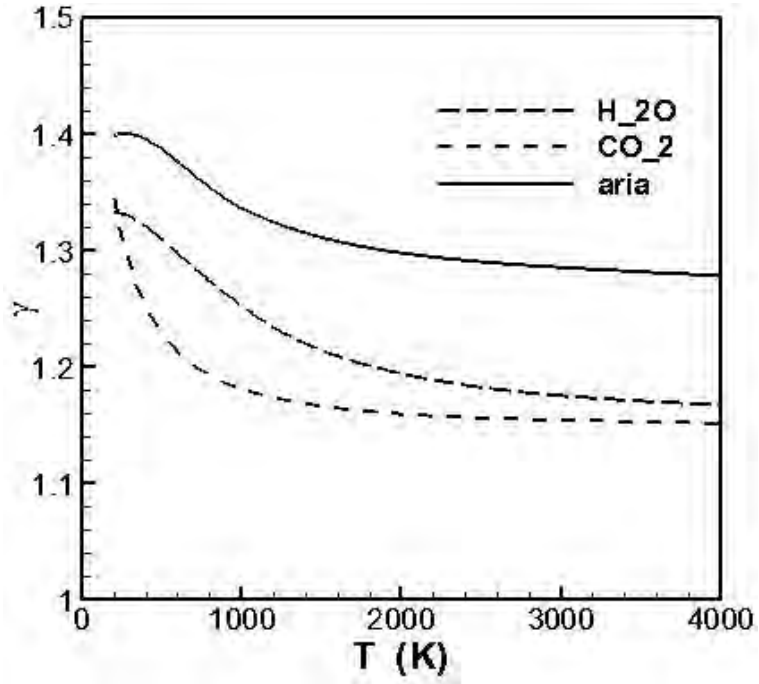



Figure 2.3: Variazione del rapporto dei calori specifici in funzione della temperatura, per vari gas.

$$dh \;=\; c_p\, dT \tag{2.10}$$

$$de \;=\; c_v\, dT \tag{2.11}$$

La differenza tra i differenziali dell'entalpia e dell'energia interna è quindi uguale, vedi anche (2.41), per la (2.5), a

$$dh \;-\; de \;=\; d(h \;-\; e) \;=\; d\left(\frac{p}{\rho}\right) \;=\; d(R\,T) \;=\; R\,dT \tag{2.12}$$

da cui

$$c_p \;-\; c_v \;=\; R \tag{2.13}$$

Dalle eq. (2.8,2.13) si può esprimere il calore specifico a pressione costante in termini di $R$ e $\gamma$

$$c_p \;=\; \frac{\gamma}{\gamma \;-\; 1}\, R \tag{2.14}$$

e di converso

$$R \;=\; \frac{\gamma \;-\; 1}{\gamma}\, c_p \tag{2.15}$$

## 2.3 Velocità del suono

Per una gas ideale, la velocità del suono, indicata con $a$, è determinata univocamente dalle proprietà del gas (attraverso $R$, cioè $\mathcal{M}$) e dalla sua temperatura. Si può quindi esprimere $a$ come una variabile di stato:

$$\boxed{a \;=\; \sqrt{\gamma\, R\, T}} \tag{2.16}$$

che, grazie all'eq. di stato (2.5), può eventualmente anche essere espressa nella forma

$$a \;=\; \sqrt{\gamma\, \frac{p}{\rho}} \tag{2.17}$$

## 2.4 Equazioni del moto per flussi quasi–monodimensionali stazionari

Al fine di descrivere in modo relativamente semplice dal punto di vista matematico il moto di un fluido compressibile in un condotto, introduciamo le seguenti ipotesi, che consentono di apprezzare con buona approssimazione quanto avviene nei condotti di un motore, entro i quali il fluido è soggetto agli effetti dovuti a variazioni dell'area trasversale $A$ del condotto stesso, all'attrito con le pareti, ed a scambio di energia (sotto forma di calore e lavoro) con l'esterno:

1. flusso quasi–monodimensionale, ossia il fluido scorre in un condotto a sezione gradualmente variabile; assumiamo che su ogni sezione trasversale del condotto le proprietà e le velocità siano spazialmente uniformi, ed in particolare che le velocità siano dirette secondo l'asse del condotto. Questa ipotesi è giustificata se il condotto è allungato, cioè se il diametro è molto minore della lunghezza, e se i raggi di curvatura dell'asse del condotto sono grandi rispetto alle dimensioni trasversali dello stesso[4];

2. fluido operativo monofase, ed in particolare gassoso;

3. fluido a composizione chimica costante (cioè flusso *chimicamente congelato*); quindi in particolare la massa molare mediata $\mathcal{M}$ dei prodotti di combustione risulta costante durante l'evoluzione nel condotto;

4. flusso stazionario.

Sotto queste ipotesi l'evoluzione del flusso può essere descritta in termini di una sola variabile indipendente, l'ascissa $x$ lungo l'asse del condotto, e tre variabili indipendenti, di cui una di moto e

[4]La dizione di flusso *strettamente* monodimensionale è invece riservata a condotti di sezione rigorosamente costante.

due di stato. Per la variabile di moto, possiamo adottare la componente di velocità parallela all'asse del condotto $u$, od alternativamente[5] il numero di Mach, rapporto tra velocità del flusso e velocità del suono

$$\boxed{M = \frac{u}{a}} \tag{2.18}$$

Per le variabili di stato, possiamo adottare una qualsiasi coppia di variabili indipendenti, per esempio pressione $p$ e temperatura assoluta $T$ (ma si potrebbe scegliere in linea di principio qualsiasi altra coppia, essendo le altre variabili legate da relazioni di stato).

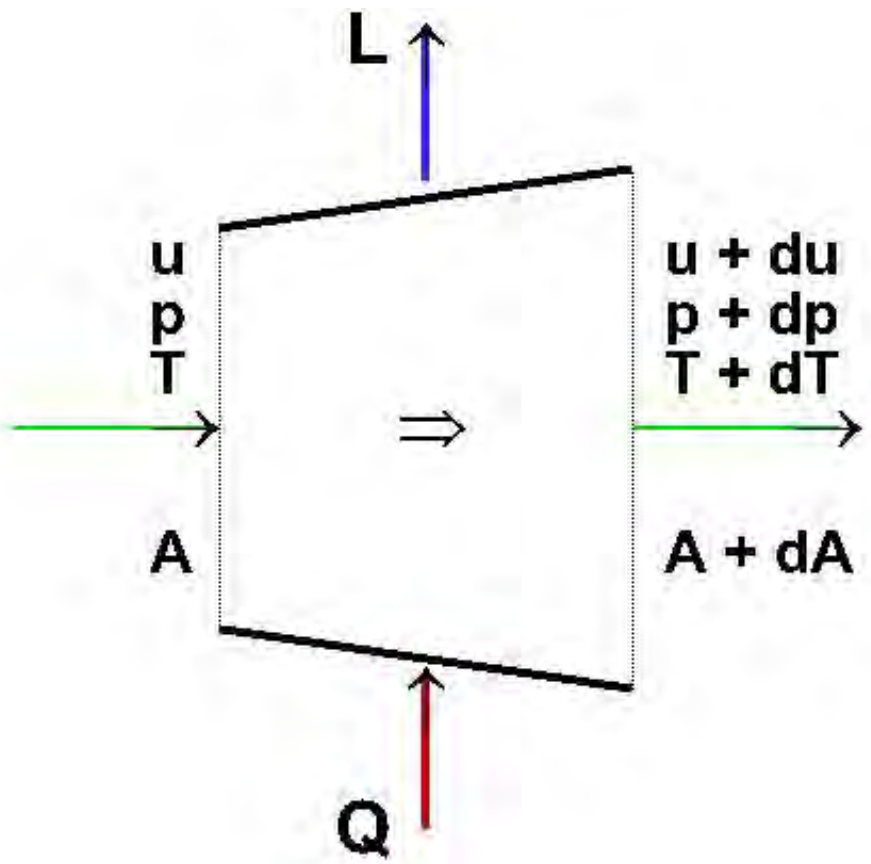



Figure 2.4: Volume di controllo per lo studio di un flusso quasi–monodimensionale.

[5] A rigore la scelta di adottare $u$ o $M$ non è indifferente, in quanto la velocità è rigorosamente una variabile di moto, mentre il numero di Mach coinvolge anche grandezze di stato, cioè, per la (2.16), la temperatura e la massa molare.

Per scrivere le equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia in forma differenziale, per un flusso quasi–monodimensionale stazionario, si considera lo schema generale di fig. 2.4, che rappresenta un concio di condotto di lunghezza $dx$ infinitesima, con area di ingresso $A$.

Sottolineamo che nelle derivazioni che seguono è stato assunto che la soluzione delle equazioni del moto sia data da funzioni *continue*. Sono possibili tuttavia anche soluzioni *discontinue*, in presenza di onde d'urto, alle quali si dedicherà un cenno nel par. 2.10.1.

### 2.4.1 Conservazione della massa

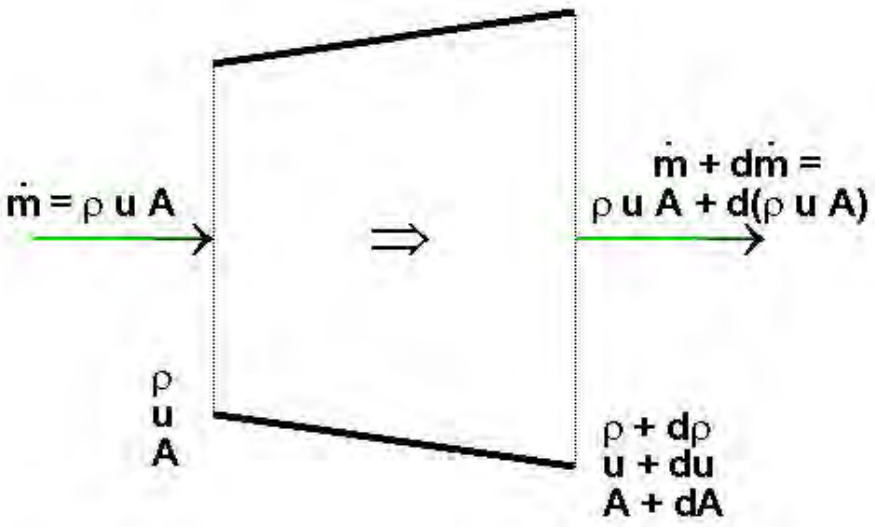



Figure 2.5: Portate in massa entranti ed uscenti da un elemento di condotto in flusso quasi–monodimensionale.

In condizioni stazionarie la massa di gas contenuta all'interno del volume di controllo (che specializziamo in fig. 2.5) rimane costante. Ciò impone la condizione che la portata di gas entrante nel volume di controllo (portata in massa $\dot{m}$, ossia massa che attraversa una superficie normale alla velocità nell'unità di tempo) deve essere pari alla portata uscente. La portata in volume $\dot{V}$ che fluisce attraverso una sezione del condotto di area trasversale $A$ è uguale al volume del cilindro di area di base $A$ ed altezza $u$ (distanza percorsa dal fluido nell'unità di tempo)

$$\dot{V} \;=\; u\,A \tag{2.19}$$

per cui la corrispondente portata in massa risulta, ricordando che la massa è il prodotto del volume per la densità

$$\dot{m} \;=\; \rho\, u\, A \tag{2.20}$$

Eguagliando pertanto la massa entrante nel volume di controllo a quella uscente

$$\underbrace{\rho\, u\, A}_{\text{massa entrante}} = \underbrace{\rho\, u\, A \;+\; d\big(\rho\, u\, A\big)}_{\text{massa uscente}} \tag{2.21}$$

si deduce

$$d\big(\rho u A\big) \;=\; 0 \tag{2.22}$$

La eq. (2.20) implica pertanto che la massa entrante nel condotto sia pari a quella uscente:

$$\dot{m} \;=\; \text{const} \tag{2.23}$$

Nel caso in cui più flussi confluiscano in un singolo condotto, la massa uscente sarà la somma delle portate in massa entranti dei singoli flussi, vedi fig. 2.6

$$\dot{m}_{out} \;=\; \sum_i \dot{m}_{in,i} \tag{2.24}$$

### 2.4.2 Conservazione della quantità di moto

Per la seconda legge di Newton, la variazione della quantità di moto che subisce il fluido nell'unità di tempo attraversando il volume di controllo, quindi la differenza tra quantità di moto uscente e quantità di moto entrante nell'unità di tempo, è pari alla risultante delle forze applicate sul fluido. La quantità di moto (componente nella direzione dell'asse del tratto di condotto considerato) che fluisce attraverso una sezione generica nell'unità di tempo (cioè il flusso della quantità di moto) è pari alla massa che fluisce nell'unità di tempo (cioè la portata in massa $\dot{m}$), moltiplicata per la velocità $u$ in corrispondenza a tale sezione. Essendo la portata in massa costante attraverso il condotto per l'eq. (2.23), la variazione della quantità di moto per unità di tempo tra uscita ed entrata risulta pari alla portata in massa per la variazione di velocità

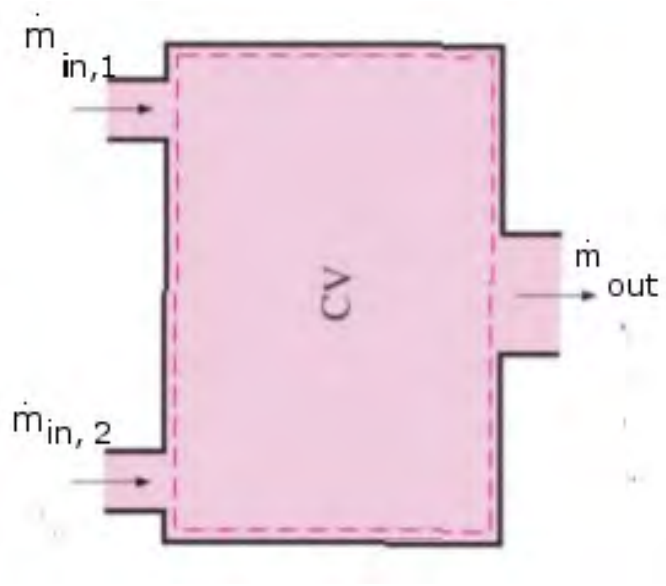



Figure 2.6: Confluenza di più flussi in un unico condotto.

$$\underbrace{\underbrace{(\rho u A)(u+du)}_{\text{q.di m. uscente}} - \underbrace{(\rho u A)(u)}_{\text{q.di m. entrante}}}_{\text{variazione della quantità di moto nell'unità di tempo}} = \underbrace{\sum F}_{\text{Risultante forze applicate}} \tag{2.25}$$

La risultante delle forze applicate[6], vedi fig. 2.7, è costituita dalla somma delle forze di pressione agenti sul contorno del volume di controllo (sezione di ingresso, sezione di uscita, e parete[7]) e delle forze di attrito agenti sulle pareti:

$$\sum F = \underbrace{pA - (p+dp)(A+dA)}_{\text{forze di pressione in } x(+) \text{ e } x+dx(-)} + \underbrace{\left(p + \frac{dp}{2}\right) dA}_{\substack{\text{forze di pressione esercitate dalle pareti} \\ \text{in direzione } x}} - \underbrace{dF_{attr}}_{\text{forze di attrito}} \tag{2.26}$$

[6]Trascuriamo le forze di volume, come in particolare la forza peso, inessenziali per i gas causa la loro bassa densità.

[7]Sulla parete del volume di controllo in fig. 2.7, di area laterale $dA_l$, si sviluppa una forza $(p + dp/2)\, dA_l$, di cui però solo una componente $\sin\alpha$ agisce in direzione dell'asse, essendo $\alpha$ l'angolo di semiapertura del trattino infinitesimo di condotto, approssimabile ad un tronco di cono; ma $dA_l \sin\alpha$ uguaglia la variazione di area trasversale $dA$ dell'elementino, infatti per il teorema di Guldino l'area laterale può essere espressa come $dA_l = [(dD/2)/\sin\alpha]\cdot\pi D$, dove $D$ è il diametro. La pressione sulla pareti è presa come il valor medio tra $dp$ e $dp + dp$.

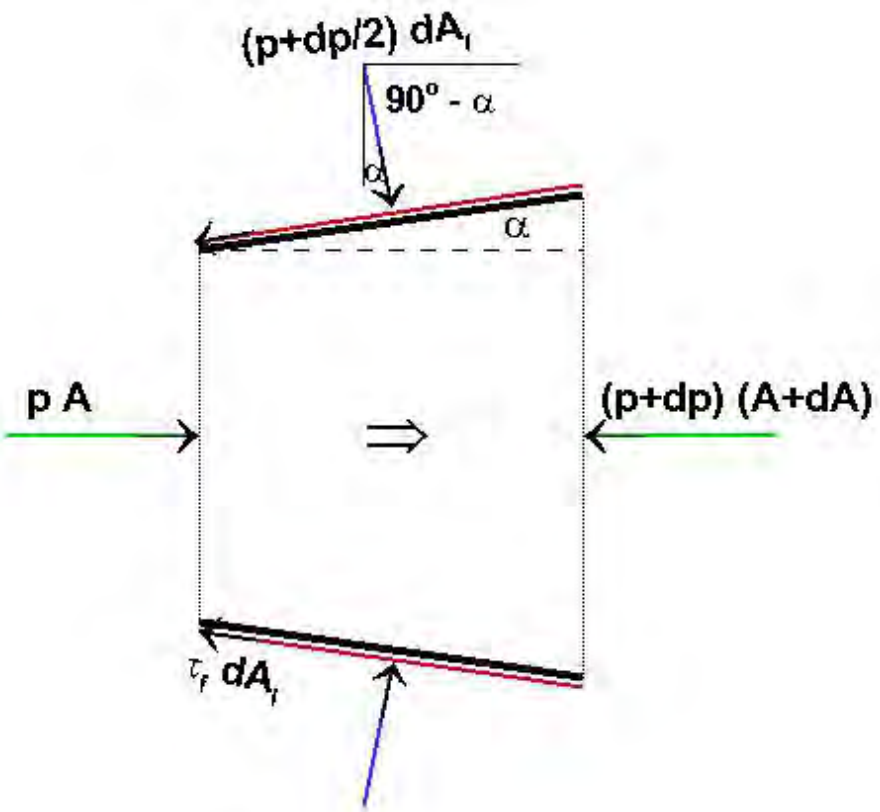



Figure 2.7: Forze di superficie agenti sul volume di controllo in flusso quasi–monodimensionale.

Eguagliando il termine a primo membro della (2.25) alla (2.26), semplificando e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore

$$\rho\, u\, A\, du \;=\; -\, A\, dp \;-\; dF_{attr} \tag{2.27}$$

che comunemente viene scritta, dividendo per $A$ ed isolando il termine forzante di attrito al secondo membro, come

$$\rho\, u\, du \;+\; dp \;=\; -\,\frac{dF_{attr}}{A} \tag{2.28}$$

La forza d'attrito può essere espressa[8] come il prodotto di uno sforzo tangenziale d'attrito $\tau_f$ per l'area laterale di un tratto di condotto di lunghezza $dx$, cioè $P\, dx$ (dove $P$ indica il perimetro del

[8]Ricordiamo l'espressione della caduta di pressione (in modulo) in un condotto di diametro $D$ e lunghezza $L$

condotto)

$$dF_{attr} \;=\; \tau_f \, P \, dx \tag{2.31}$$

e legando lo sforzo di parete per attrito alla velocità del fluido ed al perimetro bagnato attraverso l'espressione di Darcy–Weisbach

$$\tau_f \;=\; f' \, \frac{\rho \, u^2}{8} \tag{2.32}$$

$f'$ indica il fattore d'attrito di Darcy–Weisbach[9], funzione del numero di Reynolds (ma che tende ad un valore asintotico per valori di $Re$ molto alti) e della rugosità relativa[10] delle pareti del condotto, come mostrato dal cosidetto diagramma di Moody, vedi fig. 2.8. I valori tipici di $f'$ per condotti dei motori sono dell'ordine di 0.015 – 0.020.

Si ottiene infine per l'equazione di conservazione della quantità di moto la forma

$$\rho \, u \, du \;+\; dp \;=\; -\, f' \, \frac{\rho \, u^2}{8} \, \frac{P}{A} \, dx \tag{2.33}$$

Per condotti a sezione circolare di diametro $D$ risulta in particolare

$$\frac{P}{A} \;=\; \frac{\pi \, D}{\pi \, D^2/4} \;=\; \frac{4}{D} \tag{2.34}$$

---

$$\Delta p \;=\; f' \, \frac{\rho \, u^2}{2} \, \frac{L}{D} \tag{2.29}$$

Tra le due sezioni a distanza $L$ è quindi applicata una forza $\Delta p \, A$, che eguaglia la forza d'attrito sulla parete, la quale può essere espressa come il prodotto di uno sforzo d'attrito di parete $\tau_f$ (da *friction*, attrito) per la superficie laterale del condotto (prodotto del perimetro $P$ del condotto per la sua lunghezza $L$). Eguagliando

$$\Delta p \cdot A \;=\; f' \, \frac{\rho \, u^2}{2} \, \frac{L}{D} \, A \;=\; \tau_f \, P \, L \tag{2.30}$$

dalla quale, tenendo conto che per un condotto a sezione circolare è $P = \pi \, D$ ed $A = \pi \, D^2/4$, deriva la (2.32).

[9]Adottando invece l'espressione di Fanning per esprimere $\tau_f$, comparirebbe il fattore $f_F = f'/4$, ed un 2 al denominatore della (2.32) invece di 8.

[10]Rapporto tra l'altezza rappresentativa delle asperità sulla superficie della parete interna del condotto, ed il diametro dello stesso.

da cui

$$\boxed{\rho\, u\, du \;+\; dp \;=\; -\, f' \,\frac{\rho\, u^2}{2}\,\frac{dx}{D}} \tag{2.35}$$

Per condotti a sezione non circolare bisogna intendere per $D$ il diametro equivalente $D_e$, definito, in analogia alla (2.34), come

$$D_e \;=\; \frac{4\,A}{P} \tag{2.36}$$

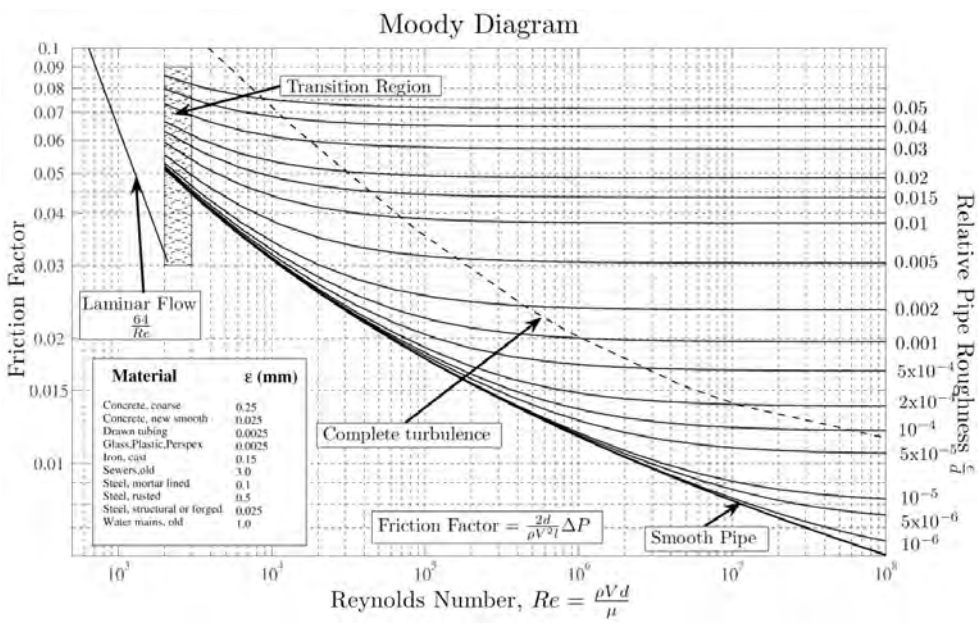



Figure 2.8: Diagramma di Moody, da [13].

Poiché nei condotti dei motori aerospaziali si cerca di ridurre le perdite ed in particolare l'attrito, adotteremo spesso l'ipotesi limite di flusso senza attrito (*inviscido*), nel qual caso la (2.35) si riduce a

$$\rho\, u\, du \;+\; dp \;=\; 0 \tag{2.37}$$

la quale evidenzia l'importante risultato che ad un aumento di velocità lungo il condotto corrisponde una diminuzione di pressione, e viceversa.

Osserviamo che, a differenza delle equazioni per la conservazione della massa e dell'energia, l'equazione di conservazione della quantità di moto deve necessariamente essere ricavata in forma differenziale, essendo la quantità di moto una grandezza vettoriale, della quale qui consideriamo la proiezione sull'asse del condotto. Tale asse può essere senz'altro assunto rettilineo per conci di condotto di lunghezza infinitesima, ma in generale non per condotti di lunghezza finita (se l'asse del condotto non è rettilineo, vedi ad esempio la fig. 2.9).

### 2.4.3 Conservazione dell'energia

Per derivare l'equazione di conservazione dell'energia per macchine *a flusso continuo*[11], come le turbine a gas, consideriamo il volume di controllo indicato in fig. 2.9. Chiamiano $\Delta Q_{12}$ la quantità di calore scambiata tra le sezioni 1 e 2 del condotto, che assumiamo positiva se *assorbita* dal fluido (cioè ceduta ad esso); chiamiamo $\Delta L_{12}$ il lavoro scambiato con il fluido, che però assumiamo positivo[12] se *prodotto* dal fluido (cioè estratto da esso).

Analogamente ai principi di conservazione di massa e quantità di moto, per il principio di conservazione dell'energia si può dire che la variazione di energia che subisce il fluido attraversando il volume di controllo nell'unità di tempo, quindi la differenza tra energia uscente e energia entrante nell'unità di tempo, è pari alla differenza tra la quantità di calore fornito al fluido dall'esterno ed il lavoro compiuto (ossia prodotto) dal fluido contro le forze applicate al volume di controllo.

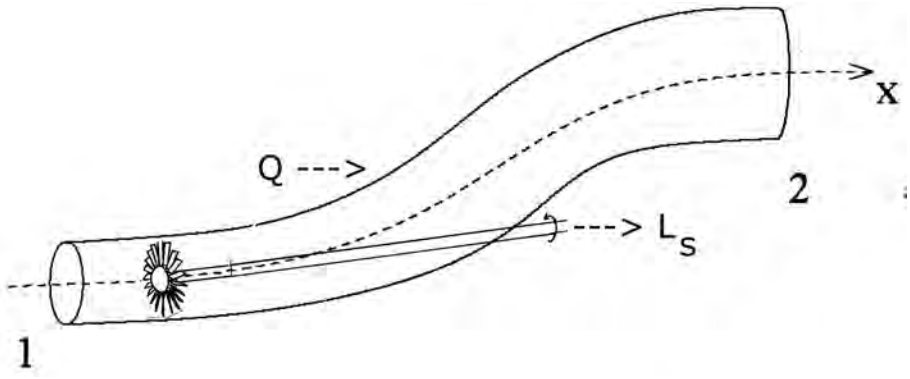



Figure 2.9: Volume di controllo per la derivazione dell'equazione dell'energia in condotto quasi–monodimensionale.

[11]Indicate in tal modo per distinguerle dalle macchine *volumetriche*, come i motori alternativi, vedi cap. 15, che adottano camere a volume variabile.

[12]Altri autori considerano il lavoro positivo se compiuto sul fluido. La convenzione qui adottata è però più comoda per macchine termiche, poiché in esse il calore viene *ceduto* al fluido (in generale attraverso un processo di combustione), mentre interessa il lavoro *prodotto* dal fluido. In tal modo sia la quantità di calore ceduta al fluido che il lavoro prodotto dalla macchina risultano essere quantità positive, di più immediato significato.

L'energia per unità di massa[13] che entra nel condotto è pari alla somma di energia interna specifica (cioè per unità di massa) $e_1$ ed energia cinetica specifica $u_1^2/2$. Poiché nell'unità di tempo entra nel condotto (ed esce) una massa fluida pari alla portata $\dot{m}$ e, nell'ipotesi di flusso stazionario, le condizioni in 1 e in 2 non variano nel tempo, la variazione di energia subita dal flusso attraverso il condotto è[14]:

$$\underbrace{\underbrace{\dot{m}\left(e_2+\frac{u_2^2}{2}\right)}_{\text{energia uscente}} - \underbrace{\dot{m}\left(e_1+\frac{u_1^2}{2}\right)}_{\text{energia entrante}}}_{\text{variazione di energia}} = \underbrace{\dot{\mathcal{Q}} - \dot{\mathcal{L}}}_{\text{Calore - Lavoro}} \tag{2.38}$$

ed è quindi pari alla differenza tra calore fornito al fluido e lavoro compiuto dal fluido nell'unità di tempo. Il lavoro può essere scisso in due componenti, una dovuta alle forze di pressione che agiscono sulle estremità del condotto, ed una dovuta ad un'eventuale palettatura presente entro il condotto. Indicando con $\dot{\mathcal{L}}_s$ il lavoro compiuto sulla palettatura (a volte chiamato *lavoro tecnico*; $s$ sta per *shaft*, albero), ed osservando che le forze (di attrito) applicate alle pareti solide (del condotto) non compiono lavoro essendo nulla la velocità del fluido a parete, si ha:

$$\dot{\mathcal{L}} = p_2\, A_2\, u_2 \;-\; p_1\, A_1\, u_1 \;+\; \dot{\mathcal{L}}_s \tag{2.39}$$

dove è stato scritto esplicitamente il lavoro delle forze di pressione nelle sezioni 1 e 2. Quest'ultimo infatti è pari alla forza $pA$ per lo spostamento $u\,dt$ e quindi il lavoro compiuto nell'unità di tempo (potenza) è $pAu$; esso è positivo per la sezione 2 (il fluido per avanzare deve *compiere* un lavoro contro la pressione $p_2$) e negativo per la sezione 1 (dove la pressione $p_1$ compie lavoro *sul* fluido). Sostituendo l'eq. (2.39) nella eq. (2.38), e ricordando che $\dot{m} = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2$ si ottiene:

$$\dot{m}\left(e_2+\frac{p_2}{\rho_2}+\frac{u_2^2}{2}\right) - \dot{m}\left(e_1+\frac{p_1}{\rho_1}+\frac{u_1^2}{2}\right) = \dot{\mathcal{Q}} - \dot{\mathcal{L}}_s \tag{2.40}$$

Ricordando il legame tra energia interna e entalpia

[13] Trascuriamo ancora, causa la bassa densità dei gas, il termine di energia potenziale per unità di massa $\rho g z$.

[14] Si noti che usiamo i simboli $Q$ ed $L$ per indicare calore e lavoro *per unità di massa* (quindi misurato in J/kg), ed i simboli $\mathcal{Q}$ ed $\mathcal{L}$ per indicare calore e lavoro scambiato da *tutta* la massa di fluido (quindi espresso in J); il punto sopra le grandezze indica calore e lavoro scambiato *per unità di tempo*.

$$h \;=\; e \;+\; \frac{p}{\rho} \tag{2.41}$$

ed introducendo la definizione di *entalpia totale* (o di ristagno)

$$\boxed{h_0 \;=\; h \;+\; \frac{u^2}{2}} \tag{2.42}$$

si ha, in termini estensivi

$$\dot{m}\big(h_{02} - h_{01}\big) = \dot{\mathcal{Q}} - \dot{\mathcal{L}}_s \tag{2.43}$$

In termini invece di grandezze intensive (per unità di massa del fluido) si ha

$$h_{02} - h_{01} = Q - L_s \tag{2.44}$$

o con notazione più generale

$$\boxed{\Delta h_0 = Q - L_s} \tag{2.45}$$

avendo introdotto calore e lavoro all'albero forniti *per unità di massa* $Q$ e $L_s$. Il risultato è quindi che fornire o estrarre calore e lavoro (all'albero) su/da un flusso comporta una variazione della sua entalpia totale, che rappresenta quindi il contenuto energetico del flusso. Il risultato ottenuto con l'eq. (2.45) può essere applicato anche all'elemento infinitesimo di fig. 2.4. Nella differenziazione dell'eq. (2.43) bisogna però fare attenzione, e ricordare che per calore e lavoro non si può parlare di differenziali esatti (per questo sono indicati con $đ$ invece di $d$); inoltre, non possiamo tener conto dell'eventuale presenza di una palettatura o di un organo in grado di scambiare lavoro con il fluido all'interno di un volume infinitesimo, perché attraverso di esso il flusso non può essere considerato quasi–monodimensionale (attraverso la palettatura ci sono sicuramente altre componenti della velocità del flusso oltre a quella assiale). Nella forma differenziale della (2.45) pertanto non viene tenuto conto del contributo di $L_s$ e si considera il differenziale non esatto di $Q$, indicato con $đQ$:

$$dh_0 = đQ \tag{2.46}$$

## 2.5 Grandezze totali

Nel par. 2.4.3 è stato introdotto il concetto di entalpia totale (2.42), del quale si vuole ora approfondire il significato. Se supponiamo di portare una piccola quantità del fluido che scorre in un condotto fino a velocità nulla mediante un processo ideale[15] senza scambio di calore e di lavoro all'albero, dalla (2.45) risulta che l'entalpia totale di questo flusso spillato si mantiene costante. L'entalpia totale a velocità nulla coincide con la sola entalpia statica (essendo anche il termine di energia cinetica ovviamente nullo), per cui possiamo dire che l'entalpia totale ha il significato di entalpia (statica) che il fluido assume al termine di un processo di decelerazione adiabatico e senza scambio di lavoro all'albero (che per brevità indicheremo semplicemente come adiabatico); questo giustifica anche il termine alternativo di *entalpia di ristagno*. Vogliamo ora ricavare una relazione tra entalpia totale e numero di Mach del flusso. Per il differenziale dell'entalpia (statica) vale la relazione (2.10) dalla quale, assunto $c_p$ costante (fluido caloricamente perfetto), l'entalpia può essere ricavata per integrazione. Sia per esempio $h_{ref}$ il valore dell'entalpia alla temperatura di riferimento $T_{ref}$, sarà

$$h \;=\; h_{ref} \;+\; c_p\,(T \;-\; T_{ref}) \tag{2.47}$$

relazione che può anche essere scritta come

$$h \;=\; c_p\,T \;+\; h_{ref} \;-\; c_p\,T_{ref} \tag{2.48}$$

e ponendo

$$\mathrm{const}_h \;=\; h_{ref} \;-\; c_p\,T_{ref} \tag{2.49}$$

come

$$h \;= c_p\,T \;+\; \mathrm{const}_h \tag{2.50}$$

Per l'aria, possiamo assumere per il calore specifico a pressione costante il valore (relativo alla temperatura ambiente)

$$c_{p,aria} \;=\; 1005\;\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \tag{2.51}$$

[15] Possiamo per esempio pensare a spillare una piccola parte della portata di gas, e farla scorrere in un condotto divergente fino a ridurne la velocità ad un valore trascurabile.

In termochimica si assume che l'entalpia di un elemento nel suo stato di aggregazione standard alla temperatura di 25°C=298.15 K sia nulla. Essendo l'aria costitutita in massima parte da azoto molecolare, ossigeno molecolare e argon, tutti elementi che si trovano appunto nel loro stato di aggregazione standard (gassoso) alla temperatura di 25°C, possiamo specializzare la eq. (2.49) per l'aria come

$$\text{const}_{h,aria} \;=\; 0 \;-\; 1005 \cdot 298.15 \;\simeq\; -\,300 \cdot 10^3 \,\frac{\text{J}}{\text{kg}} \tag{2.52}$$

e quindi

$$h_{aria} \;\simeq\; c_p\,T \;+\; \text{const}_h \;\simeq\; 1005 \cdot T \;-\; 300\,000\,\frac{\text{J}}{\text{kg}} \tag{2.53}$$

Ancora in particolare per l'aria, possiamo assumere il valore (sempre relativo alle condizioni di temperatura ambiente)

$$\gamma_{aria} \;=\; 1.4 \tag{2.54}$$

dalla quale per le (2.51,2.15) si ricava

$$R_{aria} \;=\; 287.143\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,\text{K}} \tag{2.55}$$

valore in linea con quando dedotto dalla (2.4) nel par. 2.2.

All'entalpia totale $h_0$, definita dall'eq. (2.42), può essere associata la *temperatura totale* $T_0$, esprimendo le entalpie a primo e secondo membro nella forma (2.50)

$$h_0 \;=\; c_p\,T_0 \;+\; \text{const}_h \;=\; c_p\,T \;+\; \text{const}_h \;+\; \frac{u^2}{2} \tag{2.56}$$

dalla quale, semplificando

$$c_p\,T_0 \;=\; c_p\,T \;+\; \frac{u^2}{2} \tag{2.57}$$

e dividendo per $c_p$ si ottiene

$$T_0 \;=\; T \;+\; \frac{u^2}{2\,c_p} \tag{2.58}$$

Esprimendo poi $c_p$ dall'eq. (2.14)

$$T_0 \;=\; T \;+\; \frac{\gamma\,-\,1}{2}\,\frac{u^2}{\gamma\,R} \;=\; T\,\left(1 \;+\; \frac{\gamma\,-\,1}{2}\,\frac{u^2}{\gamma\,R\,T}\right) \tag{2.59}$$

ed introducendo le definizioni di velocità del suono (2.16) e numero di Mach (2.18) si ottiene infine

$$\boxed{T_0 \;=\; T\,\left(1 \;+\; \frac{\gamma\,-\,1}{2}\,M^2\right)} \tag{2.60}$$

Mentre la condizione di adiabaticità permette di ricavare in funzione del numero di Mach i valori totali delle grandezze che dipendono dalla sola temperatura, essa non è sufficiente ad identificare i valori totali di pressione e densità, i quali dipendono da altri fattori oltre lo scambio energetico. Il valore che la pressione assume al termine di un processo di rallentamento adiabatico fino a velocità trascurabile dipende infatti evidentemente anche dall'entità delle forze di attrito che si manifestano nel condotto; il valore massimo di tale pressione si ha quando nel caso limite (peraltro puramente ideale) di processo senza attrito. In questa situazione limite si può dimostrare che il flusso è isentropico. Infatti, per flussi senza scambio di calore dalla (2.42) si ha

$$dh \;=\; -u\,du \tag{2.61}$$

e per flussi senza attrito dalla (2.37) si ha

$$dp \;=\; -\,\rho\, u\, du \tag{2.62}$$

per cui dalla (2.63) si ha $ds = 0$, cioè *flusso isentropico*. Quindi, temperatura e pressione sono legate dall'equazione di un'isentropica, la cui forma in termini appunto di temperatura e pressione si vuole ora ricavare. Dalla relazione di Gibbs

$$T\, ds \;=\; dh \;-\; \frac{dp}{\rho} \tag{2.63}$$

si ottiene, grazie alle (2.10,2.5)

$$T\, ds \;=\; dh \;-\; \frac{dp}{\rho} \;=\; c_p\, dT \;-\; R\, T\, \frac{dp}{p} \tag{2.64}$$

e dividendo la (2.64) per la temperatura, l'espressione del differenziale dell'entropia in termini di temperatura e pressione diventa, ricordando la (2.15)

$$ds \;=\; c_p\, \frac{dT}{T} \;-\; R\, \frac{dp}{p} \;=\; c_p \left( \frac{dT}{T} \;-\; \frac{\gamma \,-\, 1}{\gamma}\, \frac{dp}{p} \right) \tag{2.65}$$

Da questa, integrando, si ottiene, in virtù dell'ipotesi di gas caloricamente perfetto, un'espressione dell'entropia in termini di $T$ e $p$

$$s \;=\; c_p \left( \log T \;-\; \frac{\gamma \,-\, 1}{\gamma}\, \log p \right) \;+\; s_{ref} \tag{2.66}$$

dove con $s_{ref}$ è stata indicata la costante di integrazione, in linea di principio arbitraria. Tuttavia, la convenzione adottata in termochimica assume entropia nulla alla temperatura dello zero assoluto[16].

[16] Questa convenzione permette di soddisfare l'eq. di Boltzmann, relazione tra entropia e numero di stati che un sistema termodinamico può assumere.

Per una trattazione consistente con questo requisito, imponiamo qui per l'aria

$$s_{ref} \;=\; 4\,444\;\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \tag{2.67}$$

Grazie alle proprietà dei logaritmi, la (2.66) può essere posta nella forma

$$s \;=\; c_p\left(\log T \;-\; \frac{\gamma\,-\,1}{\gamma}\,\log p\right) \;+\; s_{ref} \;=\; c_p\,\left[\log T \;-\; \log p^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}\right] \;+\; s_{ref} \tag{2.68}$$

da cui

$$s \;=\; c_p\,\log\frac{T}{p^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}} \;+\; s_{ref} \tag{2.69}$$

L'equazione di un'isentropica risulta quindi[17]

$$\boxed{\frac{T}{p^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}} \;=\; \mathrm{const}} \tag{2.71}$$

Ne segue che assumendo che il fluido in moto a numero di Mach $M$, temperatura e pressione $T$, $p$ sia portato a ristagno mediante un processo adiabatico *ed inoltre* isentropico, le condizioni di ristagno di temperatura e pressione saranno legate a quelle iniziali dalla (2.71), per cui

[17] L'isentropica può essere anche descritta tramite una qualsiasi altra coppia di variabili di stato, per esempio ($p$, $\rho$). Basterà esprimere nella (2.71) la temperatura attraverso l'eq. di stato (2.5) per ottenere

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} \;=\; \mathrm{const} \tag{2.70}$$

$$\frac{T}{p^{(\gamma-1)/\gamma}} = \frac{T_0}{p_0^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{2.72}$$

ossia

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \tag{2.73}$$

ed infine, grazie alla (2.60)

$$\boxed{p_0 = p\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}} \tag{2.74}$$

Analogamente si può definire una densità totale o di ristagno, ipotizzando che il flusso sia portato a ristagno mediante una trasformazione adiabatica ed isentropica, la quale per l'equazione di stato risulta

$$\rho_0 = \rho\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{1/(\gamma-1)} \tag{2.75}$$

L'utilità delle grandezze entalpia totale e temperatura totale [di significato sostanzialmente analogo, dato che sono legate dalla relazione lineare (2.50)] risiede nel fatto che esse misurano il *contenuto energetico* del fluido. Se infatti $h_0$, o equivalentemente $T_0$, aumenta, vuol dire che è stata ceduta dall'esterno energia al fluido attraverso conferimento di calore ($Q > 0$) e/o di lavoro all'albero ($L_s < 0$), vedi (2.45). Se al contrario $h_0$ e/o $T_0$ diminuiscono, significa che dal fluido è stata estratta energia sotto forma di calore ($Q < 0$), o di lavoro prodotto ($L_s > 0$).

L'utilità della grandezza pressione totale risiede invece nel fatto che essa, per trasformazioni senza scambio di calore e lavoro ($Q = L_s = 0$) è un indicatore del *grado di irreversibilità* delle trasformazioni

subite dal fluido. Sotto le condizioni indicate infatti la temperatura totale (come pure l'entalpia totale) risulta costante. Se la trasformazione *inoltre* è reversibile (senza attrito) la pressione totale si manterrà al valore costante; se invece è irreversibile, la pressione totale andrà diminuendo.

Dalla (2.68) possiamo anche esprimere la temperatura in funzione di pressione ed entropia

$$T \;=\; p^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}\;\exp\left(\frac{s\;-\;s_{ref}}{c_p}\right) \tag{2.76}$$

Delle tre equazioni di conservazione, come detto, la prima e la terza sono scritte in forma finita, mentre quella della quantità di moto è in forma differenziale; per poter calcolare l'evoluzione del flusso in un elementino di condotto di lunghezza $dx$, dobbiamo scrivere anche le equazioni di conservazione della massa e dell'energia in forma differenziale. Per l'equazione di conservazione della massa adottiamo in particolare differenziazione logaritmica [18] per cui

$$\frac{d\rho}{\rho} \;+\; \frac{dA}{A} \;+\; \frac{du}{u} \;=\; 0 \tag{2.77}$$

e riscrivendo il termine di variazione dell'area trasversale a secondo membro per evidenziare che esso è un termine forzante, cioè sul quale è possibile agire (conformando opportunamente il condotto) per far variare nel modo desiderato le grandezze lungo il condotto, si ha

$$\frac{d\rho}{\rho} \;+\; \frac{du}{u} \;=\; -\,\frac{dA}{A} \tag{2.78}$$

Per quanto riguarda l'equazione di conservazione dell'energia, dalla (2.42) si ottiene la forma differenziale

$$dh \;+\; u\,du \;=\; đQ \tag{2.79}$$

e grazie alla (2.10)

$$c_p\,dT \;+\; u\,du \;=\; đQ \tag{2.80}$$

[18] Il differenziale logaritmico di un termine del tipo $x^\alpha\,y^\beta\,z^\gamma$ risulta $d[\log(x^\alpha\,y^\beta\,z^\gamma)] \;=\; d[\alpha\,\log(x) \;+\; \beta\,\log(y) \;+\; \gamma\,\log(z)] \;=\; \alpha\,dx/x \;+\; \beta\,dy/y \;+\; \gamma\,dz/z$. Per l'equazione di conservazione della massa comunque è $\alpha = \beta = \gamma = 1$.

Esprimendo poi $c_p$ secondo la (2.14)

$$u\,du + \frac{\gamma\,R}{\gamma - 1}\,dT = đQ \tag{2.81}$$

## 2.6 Secondo principio della termodinamica

Questo principio può essere enunciato in varie forme. In questo contesto, conviene adottare la formulazione secondo la quale l'entropia di un sistema isolato (che non scambia né energia né massa con l'esterno) può solo aumentare o al più rimanere costante. Questo vuol dire che quando consideriamo una trasformazione su una data massa di fluido, senza scambio di calore, *l'entropia rimane costante nel caso ideale, ma inevitabilmente cresce nel caso reale* nel quale sono presenti irreversibilità (attrito, scambio di calore).

## 2.7 Evoluzione del flusso in un condotto

Nelle (2.78,2.35,2.81) compaiono a primo membro i termini nei differenziali $du, dp, dT, d\rho$, che sono le incognite del problema, cioè le variazioni delle grandezze di interesse nel tratto di condotto di lunghezza $dx$, mentre a secondo membro compaiono i termini forzanti, cioè i termini che determinano tali variazioni, e sui quali possiamo agire direttamente (su $dA/A$ conformando opportunamente il condotto, su $f'$ adoperando una parete più o meno liscia, su $\delta Q$ fornendo, o sottraendo, calore). Delle quattro grandezze $u, p, T, \rho$, solo tre sono indipendenti: infatti possiamo utilizzare l'equazione termica di stato (2.5) per eliminare $d\rho$; con differenziazione logaritmica si ha dalla (2.5) (poiché abbiamo assunto $R$ costante)

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \tag{2.82}$$

per cui possiamo riscrivere l'equazione di conservazione della massa (2.78) come

$$\frac{du}{u} + \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = -\frac{dA}{A} \tag{2.83}$$

Le (2.83,2.35,2.81) costituiscono quindi un sistema di tre equazioni nelle tre variabili $du$, $dp$, $dT$; possiamo riscriverlo in forma matriciale come

$$\mathbf{A} \cdot d\mathbf{X} \;=\; \mathbf{B} \tag{2.84}$$

dove la matrice dei coefficienti del sistema lineare è

$$\mathbf{A} \;=\; \begin{bmatrix} 1/u & 1/p & -1/T \\ \rho\, u & 1 & 0 \\ u & 0 & \gamma\, R/(\gamma-1) \end{bmatrix} \tag{2.85}$$

il vettore delle variabili è

$$\mathbf{X} \;=\; \begin{bmatrix} u \\ p \\ T \end{bmatrix} \tag{2.86}$$

ed il vettore dei termini noti

$$\mathbf{B} \;=\; \begin{bmatrix} -\,dA/A \\ -\,f'\,\rho\, u^2\, dx/(2\, D_e) \\ đQ \end{bmatrix} \tag{2.87}$$

Il sistema lineare (2.84) è sicuramente compatibile (risolubile) se det $\mathbf{A} \neq 0$; vediamo allora a cosa corrisponde la condizione limite det $\mathbf{A} = 0$. Calcoliamo perciò det $\mathbf{A}$:

$$\det \mathbf{A} \;=\; \frac{1}{\gamma-1}\,\frac{1}{u\,T}\,\left(\gamma\, R\, T \;-\; u^2\right) \tag{2.88}$$

avendo utilizzato la (2.5). Grazie alle (2.14,2.16,2.18) il determinante si può riscrivere

$$\det \mathbf{A} \;=\; \frac{c_p}{u}\,\left(1 \;-\; M^2\right) \tag{2.89}$$

Poiché il primo fattore a secondo membro è sicuramente diverso da zero, l'annullarsi del determinante corrisponde al raggiungimento delle condizioni di flusso critico (o saturato), cioè di numero di Mach eguale ad uno. In tali condizioni tuttavia il flusso deve ancora ammettere una (o più) soluzioni: perché ciò sia possibile occorre che i determinanti di Rouché $\Delta_i$ delle matrici ottenute sostituendo la $i$–esima colonna della matrice $\mathbf{A}$ con il vettore $\mathbf{B}$ dei termini forzanti, siano nulli; ciò fa sì che il $d\mathbf{X}_i = \Delta_i/\det\mathbf{A}$ assuma la forma indeterminata 0/0, per cui il sistema è ancora compatibile. Tuttavia esso risulta indeterminato, sono cioè possibili più soluzioni (vedi par. 2.9). La condizione

$$\Delta_i = 0 \tag{2.90}$$

permette di individuare la sezione del condotto dove si raggiunge $M = 1$, ossia la sezione critica (vedi par. 2.7.1,2.7.2,2.7.3).

Si noti anche che il determinante della matrice dei coefficienti, in base alla (2.89) risulta

$$\det\mathbf{A} \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ = 0 & \text{per} \quad M = 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases} \tag{2.91}$$

Dall'esame del sistema (2.84) si deduce che possiamo intervenire sulle condizioni di flusso in tre modi: variando l'area del condotto (nell'equazione di continuità), attraverso l'attrito di parete (nell'equazione della quantità di moto), e scambiando calore con il flusso (nell'equazione dell'energia). Si noti che, mentre il primo ed il terzo meccanismo possono dar luogo ad un termine forzante tanto positivo quanto negativo, il secondo meccanismo (attrito) dà sempre luogo ad un termine forzante negativo.

Possiamo pensare di studiare l'effetto di ciascun termine forzante separatamente dai rimanenti, in modo da isolarlo. Chiaramente nel flusso in un ugello reale i tre effetti si verificheranno in generale simultaneamente, però possiamo pensare di tenerne conto attraverso una sorta di sovrapposizione degli effetti. Vediamo allora quello che accade isolando ciascuno dei termini forzanti.

### 2.7.1 Flusso con sola variazione d'area (isentropico)

Se manteniamo il solo termine di variazione di area (nell'equazione di continuità) ed annulliamo i rimanenti (attrito e scambio di calore) si ha un flusso *isentropico*. Consideriamo infatti la relazione di Gibbs (2.64). Per flussi senza scambio di calore dalle (2.80) si ha

$$dh \;=\; -\,u\,du \tag{2.92}$$

mentre $dp$ è dato per flussi senza attrito dalla (2.62), per cui dalla (2.63) si ha $ds = 0$, cioè *flusso isentropico*. L'applicazione della condizione (2.90) a questo tipo di flusso permette di localizzare la sezione critica, dove cioè $M = 1$. Il primo determinante di Rouché, sostituendo alla prima colonna della (2.85) con la (2.87) ritenendo solo il termine di variazione di area, risulta

$$\Delta_{1,is} \;=\; \begin{vmatrix} -dA/A & 1/p & -\,1/T \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\,R/(\gamma-1) \end{vmatrix} \;=\; -\,\frac{\gamma\,R}{\gamma-1}\,\frac{dA}{A} \tag{2.93}$$

mentre per il secondo ed il terzo si ha, con analoghi sviluppi

$$\Delta_{2,is} \;=\; \frac{\gamma\,R}{\gamma-1}\,\rho\,u\,\frac{dA}{A} \tag{2.94}$$

$$\Delta_{3,is} \;=\; u\,\frac{dA}{A} \tag{2.95}$$

Risulta perciò evidente che per flusso isentropico la condizione di flusso critico può verificarsi solo in una sezione ove $dA = 0$, cioè nella sezione di gola, ovvero la sezione di area minima dell'ugello.

Consideriamo ora come varia il segno dei tre differenziali incogniti delle grandezze di moto e di stato, al variare del numero di Mach e del segno della variazione d'area. Per condotti *convergenti* ($dA < 0$):

$$du \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dp \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dT \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases} \tag{2.96}$$

mentre per condotti *divergenti* ($dA > 0$):

$$du \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dp \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dT \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases} \tag{2.97}$$

Poiché in ogni caso quando la velocità $u$ aumenta, la temperatura, e con essa la velocità del suono $a$, diminuisce, il numero di Mach andrà di conseguenza anch'esso a maggior ragione aumentando. Viceversa, se la velocità diminuisce, anche il numero di Mach cala.

### 2.7.2 Flusso con solo attrito (Fanno)

Se invece riteniamo solo il termine di attrito, annullando quelli di variazione di area e di scambio di calore, abbiamo il cosidetto *flusso di Fanno*. In questo caso i determinanti di Rouché risultano

$$\Delta_{1,F} = \begin{vmatrix} 0 & 1/p & -1/T \\ -f'\,\rho\,u^2\,dx/(2\,D_e) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\,R/(\gamma-1) \end{vmatrix} = f'\,\frac{\rho\,u^2}{2\,p}\,\frac{\gamma\,R}{\gamma-1}\,\frac{dx}{D_e} \tag{2.98}$$

$$\Delta_{2,F} = -\,f'\,\frac{\rho\,u}{2}\left(\frac{\gamma\,R}{\gamma-1}+\frac{u^2}{T}\right)\frac{dx}{D_e} \tag{2.99}$$

$$\Delta_{3,F} = -\,f'\,\frac{\rho\,u^2}{2\,p}\,\frac{dx}{D_e} \tag{2.100}$$

Si evince pertanto facilmente che in questo caso la sezione critica può essere localizzata solo dove $f' = 0$, che vuol dire all'uscita del condotto.

Consideriamo anche in questo caso come varia il segno dei tre differenziali incogniti, al variare del numero di Mach. In questo caso il termine forzante ha sempre lo stesso segno, per cui

$$du \begin{cases} >0 & \text{per} \quad M<1 \\ <0 & \text{per} \quad M>1 \end{cases}; \qquad dp \begin{cases} <0 & \text{per} \quad M<1 \\ >0 & \text{per} \quad M>1 \end{cases}; \qquad dT \begin{cases} <0 & \text{per} \quad M<1 \\ >0 & \text{per} \quad M>1 \end{cases} \tag{2.101}$$

Anche in questo caso, ad un aumento di velocità corrisponde anche un aumento del numero di Mach e viceversa.

### 2.7.3 Flusso con solo scambio di calore (Rayleigh)

Se riteniamo solo il termine di scambio di calore, ponendo uguali a zero quelli di variazione di area e di attrito, abbiamo il cosidetto *flusso di Rayleigh*. I determinanti di Rouché risultano:

$$\Delta_{1,R} \;=\; \begin{vmatrix} 0 & 1/p & -1/T \\ 0 & 1 & 0 \\ đQ & 0 & \gamma\, R/(\gamma-1) \end{vmatrix} \;=\; \frac{đQ}{T} \tag{2.102}$$

$$\Delta_{2,R} \;=\; -\,\frac{\rho\, u}{T}\, đQ \tag{2.103}$$

$$\Delta_{3,R} \;=\; \left(1 \,-\, \frac{\rho\, u^2}{p}\right) \frac{đQ}{u} \;=\; \left(1 \,-\, \gamma\, M^2\right) \frac{đQ}{u} \tag{2.104}$$

per la (2.17). In questo caso la sezione critica può essere localizzata solo ove $đQ = 0$ (quindi ancora all'uscita, anche se in linea di principio è anche possibile pensare ad una 'gola termica' posta alla giunzione di due tratti di condotto, nel primo dei quali viene fornito calore al fluido, mentre nel secondo viene sottratto). Si noti che (2.104) cambia segno per

$$M \;=\; \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \tag{2.105}$$

che per l'aria ($\gamma = 1.4$) vale circa 0.85.

Consideriamo ancora l'effetto dei termini forzanti; dovremo distinguere tra $đQ > 0$ (cessione di calore al fluido), nel qual caso si ha

$$du \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dp \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dT \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1/\sqrt{\gamma} \\ < 0 & \text{per} \quad 1/\sqrt{\gamma} < M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases} \tag{2.106}$$

ed il caso $đQ < 0$ (il fluido cede calore), che risulta in

$$du \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ > 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dp \begin{cases} > 0 & \text{per} \quad M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases}; \qquad dT \begin{cases} < 0 & \text{per} \quad M < 1/\sqrt{\gamma} \\ > 0 & \text{per} \quad 1/\sqrt{\gamma} < M < 1 \\ < 0 & \text{per} \quad M > 1 \end{cases} \tag{2.107}$$

Si noti che per $đQ > 0$, cioè cessione di calore al fluido, $dT$ risulta positivo fino al verificarsi della condizione (2.105), e nuovamente nel campo supersonico, ma per $1/\sqrt{\gamma} < M < 1$ la temperatura diminuisce, ossia il calore ceduto al fluido, anziché contribuire a riscaldarlo, va solo ad aumentare l'energia cinetica, ed in più viene estratta energia termica dal flusso per trasformarla in cinetica. L'opposto accade per $đQ < 0$. Per ulteriori dettagli sui flussi di Fanno e di Rayleigh, può essere consultato per esempio il testo [14].

### 2.7.4 Effetto dei termini forzanti nel flusso in un ugello

Nell'ugello ci sarà sicuramente attrito, però l'effetto è relativamente piccolo perché le pareti dell'ugello sono per quanto possibile liscie, ed esso è relativamente corto (la situazione può essere differente per altri tipi di condotti, come un lungo gasdotto, per esempio); ci sarà anche sicuramente scambio di calore attraverso le pareti, in quanto il fluido operativo è ad alta temperatura, tuttavia vedremo che questo effetto è praticamente trascurabile (dal punto di vista energetico; non lo è ovviamente invece ai fini della determinazione della temperatura delle pareti). L'effetto preponderante perciò è quello della variazione dell'area della sezione dell'ugello, e possiamo quindi in prima approssimazione trattare il flusso nell'ugello come un flusso isentropico. Vedremo poi come apportare le necessarie correzioni per un ugello reale.

**Commenti** Si possono quindi osservare le analogie tra gli effetti dovuti ai diversi termini forzanti (variazione d'area, attrito, scambio di calore):

- Per tutti e tre i termini forzanti considerati, la variazione della velocità ($u$), e quindi del numero di Mach ($M$), assume segno opposto a seconda che si consideri un flusso subsonico o supersonico (perché cambia segno il determinante dei coefficienti det $\mathbf{A}$);

- Per tutti e tre i termini forzanti considerati, la variazione di pressione assume segno opposto a seconda che si consideri un flusso subsonico o supersonico (idem);

- Fornire calore al fluido comporta *generalmente* un aumento di temperatura, ma *non* nel campo $1/\sqrt{\gamma} < M < 1$, dove il coefficiente di $dT$ rispetto a $đQ$ ha segno negativo, come si può vedere dalla (2.104);

- Il termine forzante di attrito è sempre negativo, quindi il suo effetto è, in campo subsonico, di aumentare $M$, $u$ e diminuire $p$ e $T$; l'opposto in caso supersonico. In ogni caso l'effetto dell'attrito è quello di avvicinare le condizioni del flusso a quelle critiche ($M = 1$);

- La pressione totale diminuisce sempre a causa dell'attrito; questo si può vedere esprimendo nella (2.69) le grandezze statiche attraverso le totali dalle (2.60,2.74)

$$s \;=\; c_p \log\left(\frac{T_0}{p_0^{(\gamma-1)/\gamma}}\right) \;+\; s_{ref} \tag{2.108}$$

  e poiché in flusso con solo attrito la temperatura totale non varia, ma l'entropia sicuramente aumenta per il 2° principio della termodinamica, questo indica che la pressione totale deve diminuire;

- La pressione in regime subsonico (come avviene in un combustore, ove il flusso, eccetto il caso degli *scramjets*, è sempre ampiamente subsonico) diminuisce con l'addizione di calore per le (2.103, 2.89). Poiché per bassi numeri di Mach la pressione totale praticamente coincide con quella statica, lo stesso risultato vale anche appunto per la pressione totale. Per sottrazione di calore si ha ovviamente l'effetto opposto;

- L'effetto dell'adduzione di calore è simile a quello dell'attrito e della riduzione d'area: fa avvicinare le condizioni del flusso a quelle critiche ($M = 1$);

- L'effetto dell'incremento d'area e della sottrazione di calore allontana le condizioni del flusso da quelle critiche ($M = 1$).

## 2.8 Conversione di energia termica in cinetica

Abbiamo visto, per quanto ancora sommariamente, che per ottenere una spinta da un motore occorre espellere il fluido propulsivo ad alta velocità, e questo è possibile, in un motore di tipo termico, convertendo l'energia termica liberata in camera di combustione in energia cinetica tramite un condotto opportunamente conformato, l'ugello. Abbiamo anche visto che in prima approssimazione il flusso in un condotto come l'ugello può essere approssimato ad un flusso isentropico, ed in questo caso l'unico termine forzante è quello dovuto alla variazione di area trasversale. Per comprendere come possiamo convertire energia termica in energia cinetica, dobbiamo quindi ricavare una relazione che leghi la variabile di moto (velocità $u$, o alternativamente numero di Mach del flusso $M$) all'area trasversale condotto. Dall'analisi delle equazioni del moto si vede immediatamente che l'unica equazione nella quale compaiono tanto la velocità che l'area trasversale è l'equazione di conservazione della massa, per la quale conviene far riferimento alla forma in termini finiti (2.20), che possiamo riscrivere facendo intervenire il numero di Mach al posto della velocità, grazie alle (2.5,2.16,2.18), nella forma

$$\dot{m} \;=\; \rho\, u\, A \;=\; \frac{p\,A}{R\,T}\,M\,\sqrt{\gamma\,R\,T} \;=\; \sqrt{\gamma}\,\frac{p\,A\,M}{\sqrt{R\,T}} \tag{2.109}$$

La pressione e la temperatura che qui appaiono (che sono i valori statici locali) possono essere legati ai valori totali (o di ristagno) tramite il numero di Mach, vedi (2.60,2.74), poiché come abbiamo detto in flusso isentropico le grandezze totali ($T_0$, $p_0$) si conservano

$$T \;=\; \frac{T_0}{1 \,+\, \dfrac{\gamma\,-\,1}{2}\,M^2} \tag{2.110}$$

$$p \;=\; \frac{p_0}{\left(1 \,+\, \dfrac{\gamma\,-\,1}{2}\,M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{2.111}$$

Sostituendo nella (2.109) si ha

$$\dot{m} \;=\; \sqrt{\gamma}\left(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_0\,A\,M}{\sqrt{R\,T_0}} \tag{2.112}$$

Poiché la portata in massa attraverso un condotto si mantiene costante, e sotto l'ipotesi di flusso isentropico temperatura e pressione totale sono costanti, possiamo legare i valori del numero di Mach e dell'area trasversale in due sezioni generiche 1 e 2 come

$$\left(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} A_1\,M_1 \;=\; \left(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2}M_2^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} A_2\,M_2 \tag{2.113}$$

che può essere posta nella forma (si noti il cambio di segno dell'esponente)

$$\frac{A_2}{A_1} \;=\; \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2}M_2^2}{1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{2.114}$$

Questa equazione costituisce quindi una prima relazione che lega numero di Mach ed area trasversale tra due sezioni generiche. Abbiamo visto che in condizioni di flusso isentropico può aversi flusso critico (ossia numero di Mach unitario) solo nella sezione ove $dA$=0, cioè nella sezione di gola, la cui area trasversale indichiamo con $A_t$ (da *throat*, gola). Poiché nei motori si ricerca in genere un'elevata velocità di uscita, si adottano condizioni che determinano flusso critico nella sezione di gola[19]. Se allora nella (2.114) prendiamo come sezione 1 la sezione di gola, supposta critica (dove appunto $A_1 = A_t$, $M_1 = 1$), e come sezione 2 una sezione generica (indicando quindi semplicemente con $A$ ed $M$ i valori locali dell'area trasversale e del numero di Mach), la (2.114) dà la *legge delle aree* nella forma

[19]Eccezioni possono essere i motori turboelica, ed i motori turbofan al decollo, per motivi che vedremo.

$$\boxed{\frac{A}{A_t} = \frac{1}{M}\left(\frac{1+\dfrac{\gamma-1}{2}M^2}{\dfrac{\gamma+1}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \tag{2.115}$$

Tale relazione è graficata in fig. 2.10, per valori di $\gamma$ del gas assegnati. Si noti che per ogni valore del rapporto di aree si hanno due soluzioni per il numero di Mach, una subsonica e l'altra supersonica.

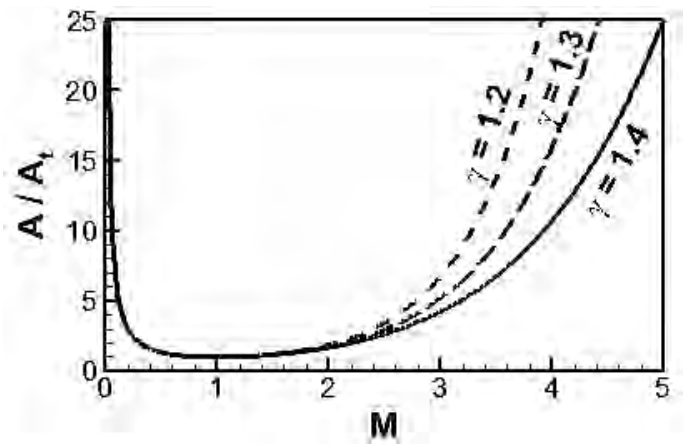



Figure 2.10: Relazione area–numero di Mach per flusso critico nella gola dell'ugello.

### 2.8.1 Grandezze critiche

Oltre ai valori totali delle grandezze, sono di interesse i valori *critici*, che sono i valori assunti dalle variabili quando $M = 1$, che denoteremo con un asterisco. Per flusso isentropico, tali valori si riferiscono pertanto alla gola dell'ugello. Le relazioni tra le grandezze critiche e quelle totali possono essere dedotte dalle (2.60,2.74,2.75) sostituendo $M = 1$, si ha così

| $\gamma$ | $p_0/p^*$ |
|---|---|
| 1.2 | 1.772 |
| 1.3 | 1.832 |
| 1.4 | 1.893 |

Table 2.1: Rapporto di pressione minima per aver flusso critico.

$$\begin{cases} T^* = T_0 \left( \dfrac{2}{\gamma+1} \right) \\ p^* = p_0 \left( \dfrac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \rho^* = \rho_0 \left( \dfrac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \tag{2.116}$$

Dalla (2.116b) si deduce che *per avere flusso critico*, il rapporto tra la pressione totale e la pressione in *gola* deve valere

$$\frac{p_0}{p^*} = \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{2.117}$$

La tab. (2.1) riporta il valore del rapporto (2.117) per diversi valori di $\gamma$. Si può quindi dire che, in ugelli semplicemente convergenti (nei quali la sezione di gola coincide con quella di uscita), si ha sicuramente flusso critico quando la pressione totale del flusso è almeno circa il doppio della pressione *ambiente*, ma per ugelli convergenti–divergenti sono sufficienti rapporti più bassi, vedi par. 2.9, 2.10, fig. 2.12 in particolare (per divergente subsonico).

### 2.8.2 Portata in massa per flusso isentropico, in condizioni critiche

La portata in massa per flusso critico in gola si ricava dalla (2.112) ponendo $M = 1$

$$\dot{m} \;=\; \sqrt{\gamma}\,\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}\;\frac{p_0}{\sqrt{R\,T_0}}\,A_t \tag{2.118}$$

ossia

$$\boxed{\dot{m} \;=\; \Gamma\,\frac{p_0}{\sqrt{R\,T_0}}\,A_t} \tag{2.119}$$

dove $\Gamma$

$$\Gamma \;=\; \sqrt{\gamma}\,\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1})} \tag{2.120}$$

detta a volte funzione di Vandenkerckhove, è graficata in 2.11; essa varia lentamente con $\gamma$, assumendo valori tipicamente intorno a 0.65 per gli endoreattori (per i quali, a causa delle alte temperature, $\gamma \simeq 1.2$), ed intorno a 0.68 per l'aria a temperatura ambiente (per la quale $\gamma \simeq 1.4$).

Dalla (2.119) si deduce quindi che per flusso isentropico ($T_0 = \text{const}$, $p_0 = \text{const}$), fissate le condizioni di ristagno e l'area di gola, la portata in massa in condizioni critiche è anch'essa fissata.

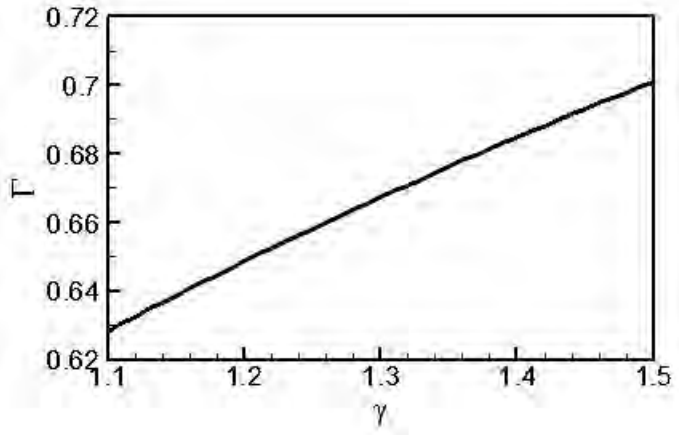



Figure 2.11: Fattore $\Gamma$ in funzione del rapporto dei calori specifici.

## 2.9 Condizioni operative dell'ugello

L'ugello trasforma energia termica in energia meccanica, e la pressione è la grandezza che governa le modalità di questo processo di trasformazione. Sono possibili, una volta fissate le condizioni di pressione totale $p_0$ a monte dell'ugello, tre condizioni operative in un ugello convergente–divergente, vedi fig. 2.12 in flusso isentropico (quindi in assenza di onde d'urto):

1. flusso subsonico nel convergente, sonico in gola, supersonico nel divergente;
2. flusso subsonico nel convergente, sonico in gola, e nuovamente subsonico nel divergente;
3. flusso subsonico lungo tutto l'ugello,

a seconda del valore della pressione ambiente $p_a$, o meglio del rapporto $p_a/p_0$. La formula per la portata in massa (2.119) è stata ricavata sotto l'ipotesi che il flusso sia critico in gola, per cui varrà solamente per il primo ed il secondo caso.

La pressione di uscita dell'ugello $p_e$, o meglio il rapporto $p_e/p_0$ è legato al rapporto di espansione dell'ugello. Tale dipendenza però non è univoca; infatti il rapporto $p_e/p_0$ si ricava, assegnato il rapporto di espansione dell'ugello, definito come rapporto tra la sua area di uscita e l'area di gola

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t} \tag{2.121}$$

invertendo la legge delle aree (2.115), che come si vede però dalla fig. 2.10 per ogni valore del rapporto di aree ammette due soluzioni, una corrispondente al caso di flusso subsonico, ed una a quello di flusso supersonico. Questa inversione è un problema di routine nel calcolo dell'ugello, per cui illustreremo nel par. 2.9.1 una semplice procedura numerica, nella quale però invertiamo prima la (2.115) per calcolare $M$ dato il rapporto di aree, per i due possibili casi (soluzione subsonica o supersonica); il rapporto di pressioni può successivamente essere ricavato dalla (2.111), che possiamo specializzare come

$$\frac{p_e}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{2.122}$$

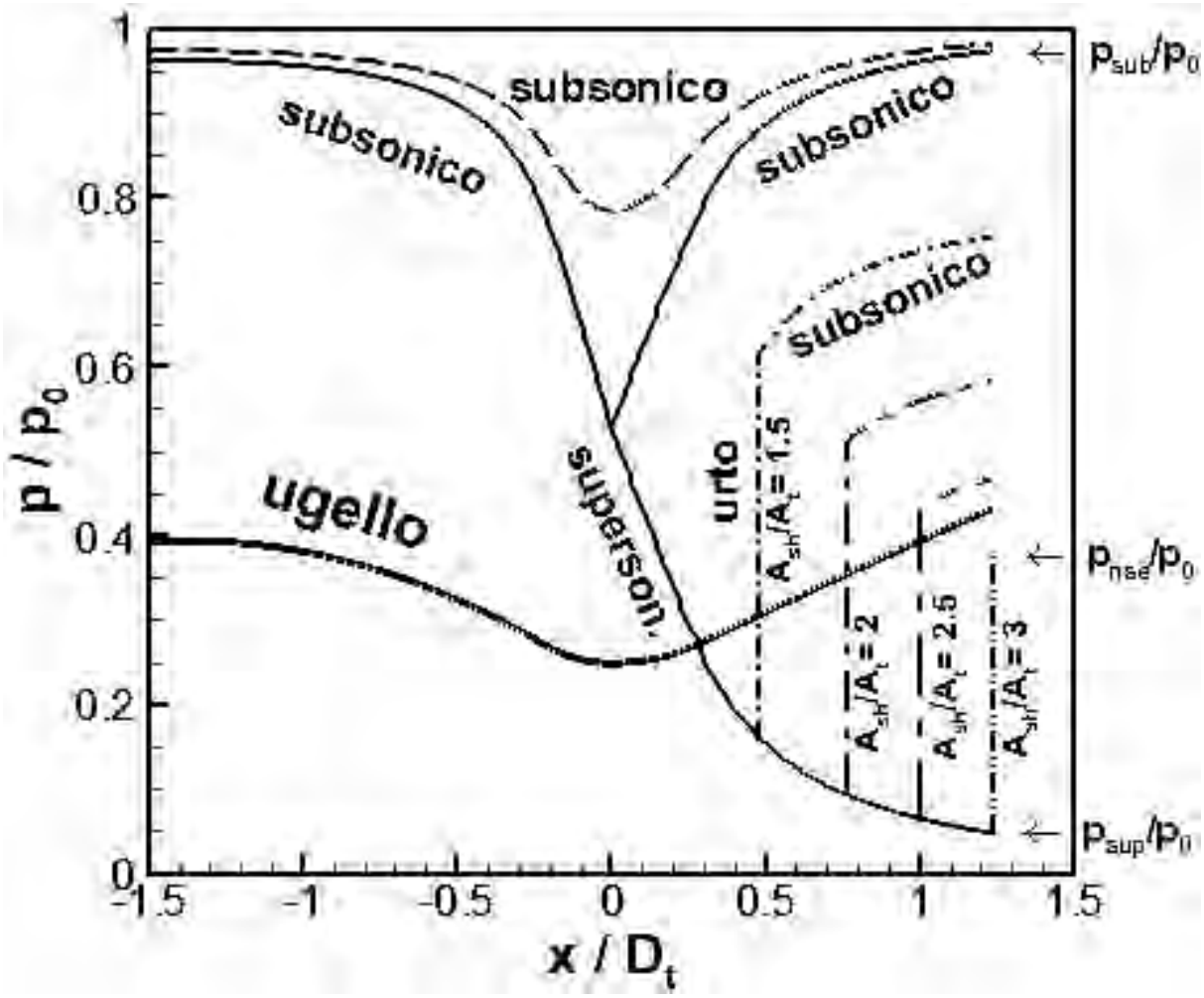



Figure 2.12: Andamento della pressione nell'ugello, per flusso supersonico nel divergente, e flusso subsonico; andamento in presenza di urti per vari valori di $A_{sh}/A_t$, per $\gamma = 1.4$.

Assegnate le condizioni in camera di combustione, il verificarsi delle condizioni operative 1), 2) o 3) dipende dalla pressione esterna, o meglio dal rapporto $p_a/p_0$. Il fatto che la soluzione non sia univoca, in presenza di una gola operante in condizioni critiche, deriva matematicamente dal fatto che (nei casi 1 e 2) in gola si annullano tanto il determinante dei coefficienti che i determinanti di Rouché, per cui la soluzione diventa indeterminata, e può assumere valori che portano o alla condizione di uscita supersonica, oppure subsonica, a seconda delle condizioni di pressione di uscita. In altre parole, la soluzione dipende non solo dalle condizioni di ingresso ma anche da quelle di uscita, ovverosia il flusso è di natura *ellittica* [15].

Sotto le ipotesi che il flusso entro l'ugello sia isentropico e che la gola sia critica, per un dato ugello si possono avere quindi solo due valori della pressione di uscita $p_e$, una $p_{sup}$ corrispondente al caso di

espansione supersonica nel divergente, ed una $p_{sub}$ nel caso di flusso subsonico nel divergente (quindi ricompressione), vedi anche fig. 2.12. Se la pressione ambiente $p_a$ è minore di $p_{sup}$, il flusso nel divergente resterà inalterato alle condizioni supersoniche, perché perturbazioni provenienti dall'ambiente in cui scarica l'ugello (le quali ovviamente si propagano con la velocità del suono) non riescono a risalire entro l'ugello. Se invece si ha $p_a > p_{sub}$ (ma pur sempre $p_a < p_0$, altrimenti la direzione del moto si inverte) il flusso in gola arriva a risentire della pressione ambiente, e non si avrà più flusso critico in gola: il flusso nell'ugello sarà totalmente subsonico. Il caso in cui la pressione ambiente è intermedia tra $p_{sup}$ e $p_{sub}$ sarà trattato nella sez. 2.10.

### 2.9.1 Inversione della legge delle aree

Possiamo usare un metodo iterativo in cui il numero di Mach viene determinato, ad ogni ciclo, in funzione del valore all'iterazione precedente $i$:

$$M_{i+1} \;=\; \varphi(M_i) \tag{2.123}$$

Per esempio esplicitando $M$ dal primo termine a secondo membro della (2.115) si ha

$$M_{i+1} \;=\; \frac{1}{A/A_t}\left(\frac{1\,+\,\frac{\gamma-1}{2}\,M_i^2}{\frac{\gamma+1}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{2.124}$$

Questa espressione converge sempre alla soluzione subsonica, quindi, dato un numero di Mach di tentativo $M_0 < 1$, potremo utilizzarla in particolare per determinare il numero di Mach $M_e$ in uscita nel caso 2) sopra. Se invece esplicitiamo $M$ dal secondo termine a secondo membro della (2.115), si ottiene

$$M_{i+1} \;=\; \sqrt{\frac{2}{\gamma\,-\,1}\left[\frac{\gamma\,+\,1}{2}\left(\frac{A}{A_t}\,M_i\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}}\;-\;1\right]} \tag{2.125}$$

che dà sempre la soluzione supersonica, ottenibile a partire da una stima iniziale $M_0 > 1$. Gli algoritmi convergono in poche iterazioni; la convergenza è un poco più lenta per $A/A_t \sim 1$, cioè in prossimità della gola, dove il numero di Mach varia molto rapidamente con il rapporto di aree, vedi fig. 2.10.

## 2.10 Comportamento in presenza di urti

Abbiamo visto che resta da determinare il comportamento dell'ugello quando la pressione ambiente è compresa tra $p_{sup}$ e $p_{sub}$ (valori indicati in fig. 2.12 per l'esempio con $\epsilon = 3$ e $\gamma = 1.4$). In queste condizioni non possono aversi soluzioni isentropiche. Il flusso nel divergente sarà supersonico immediatamente a valle della gola, tuttavia in una certa sezione si instaurerà un'onda d'urto, a valle della quale il flusso è nuovamente subsonico e (scorrendo in un divergente) si ricomprime fino a raggiungere un valore della pressione di uscita $p_e = p_a$. L'urto si localizza in modo da soddisfare quest'ultima condizione. Se in particolare l'urto è localizzato nella sezione di uscita dell'ugello, la pressione a valle dell'urto sarà la $p_{nse}$ (per *normal shock at exit*, urto normale all'uscita) indicata in fig. 2.12 (la sua determinazione è indicata più sotto). Nell'ambito di una trattazione quasi–monodimensionale del flusso entro l'ugello (che, come vedremo, risulta però non sempre adeguata), è allora possibile distinguere un campo di valori per la pressione ambiente, $p_{nse} < p_a < p_{sub}$, in cui l'urto normale risulta localizzato entro l'ugello (ovviamente vicino alla sezione di uscita se $p_a$ è prossima a $p_{nse}$, e vicino alla gola se $p_a$ è prossima a $p_{sub}$), ed un campo, $p_{sup} < p_a < p_{nse}$, in cui l'urto deve trovarsi all'esterno dell'ugello (si tratterà pertanto di urti obliqui che si formano nella *plume*, cioè nel getto del motore).

Attraverso un urto normale valgono, come sarà dimostrato nel par. 2.10.1, le relazioni (2.166, 2.159, 2.167) per il numero di Mach e le pressioni statiche e totali (se indichiamo con l'indice 1 le condizioni a monte dell'urto e con l'indice 2 quelle a valle), che sono graficate nella fig. 2.13 per $\gamma = 1.4$.

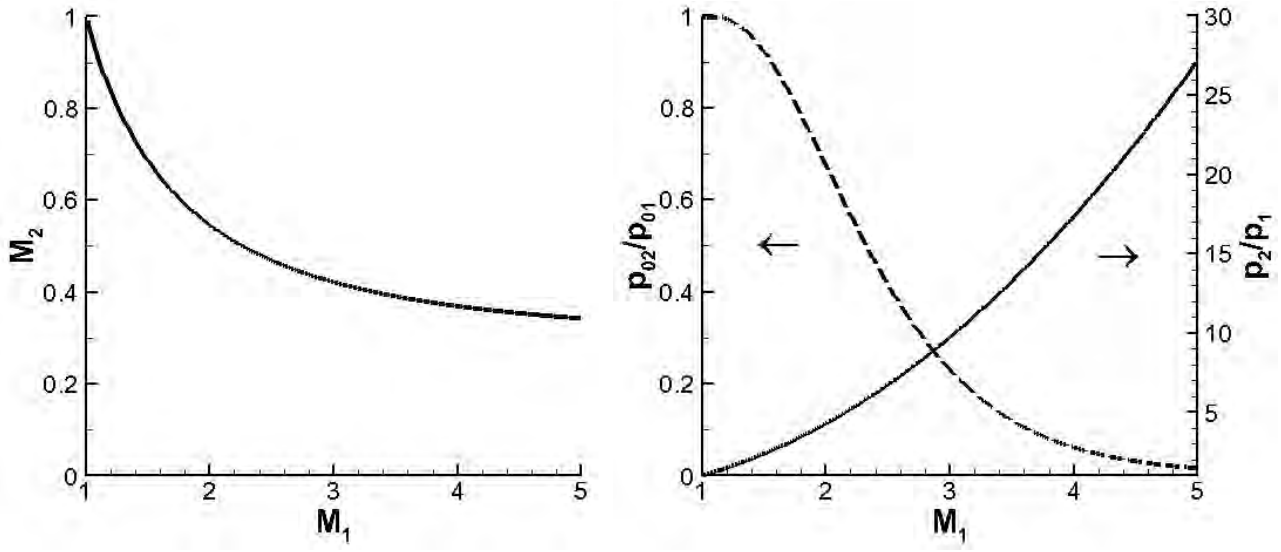



Figure 2.13: Numero di Mach a valle di urto normale (a sinistra), e rapporto di pressione statica e totale attraverso l'urto (a destra), per $\gamma = 1.4$.

Si può osservare come il numero di Mach $M_2$ a valle dell'urto decresca continuamente all'aumentare del numero di Mach a monte $M_1$, tendendo tuttavia ad un asintoto. La pressione statica a valle dell'urto aumenta molto fortemente, tuttavia la pressione totale diminuisce all'aumentare di $M_1$ (il che conferma tra l'altro che la pressione totale è un indicatore del grado di irreversibiltà di una trasformazione).

Consideriamo il problema di un urto posizionato in una sezione generica del divergente. Se si assume nota la posizione dell'urto, quindi il valore di $A_{sh}/A_t$ corrispondente alla sezione dove esso è localizzato, si può ricavare il valore di $M_1$ dalla legge delle aree (2.115), vedi fig. 2.10, quindi $M_2$ dalla fig. 2.13a e poi $p_{02}$ dalla fig. 2.13b (con $p_{01} = p_0$ a monte dell'ugello). Possiamo poi applicare la (2.112) tra la sezione immediatamente a valle dell'urto e la sezione d'uscita (in questa regione la pressione totale è costante al valore $p_{02}$, che quindi sostituisce $p_0$ nella formula – la temperatura totale è costante perché il flusso è adiabatico), ottenendo

$$\frac{A_e}{A_{sh}} = \frac{M_2}{M_e} \left[ \frac{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_e^2}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \right]^{\dfrac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \tag{2.126}$$

Da questa espressione si ricava il numero di Mach sulla sezione di uscita $M_e$ (con un'estensione dei metodi iterativi visti), e da quest'ultimo la $p_e$ come

$$p_e = \frac{p_{02}}{\left(1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_e^2\right)^{\dfrac{\gamma}{\gamma - 1}}} \tag{2.127}$$

La $T_e$ può al solito essere ricavata attraverso $M_e$ dalla (2.110)

$$T_e = \frac{T_0}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_e^2} \tag{2.128}$$

In realtà quello che accade è che la pressione ambiente $p_a$ è data, ed occorre localizzare la posizione dell'urto in modo tale da avere $p_e = p_a$; sarà allora necessario risolvere il problema iterativamente.

Un caso particolare è quello in cui l'urto si trova localizzato sulla sezione di uscita dell'ugello. In questo caso si ha pertanto un'espansione supersonica nel divergente, quindi fino alla pressione $p_{sup}$, ma questa risulta inferiore alla pressione ambiente per cui si ha formazione di un urto, la cui pressione a valle indichiamo in fig. 2.12 con $p_{nse}$.

La trattazione sviluppata fin qui suppone che il flusso nell'ugello sia quasi–monodimensionale. In realtà, si hanno gli urti normali qui considerati solo in presenza di sovraespansioni molto elevate, cioè quando il rapporto tra la pressione all'uscita dell'ugello e la pressione ambiente scende sotto un valore compreso tra 0.25 e 0.4. Se invece la pressione di uscita è più alta (ma pur sempre minore di $p_a$), si hanno effetti multidimensionali con la formazione di onde d'urto oblique, per cui la presente trattazione quasi–monodimensionale non è più valida. In particolare, nel caso $p_e = p_{nse}$ al quale si è accennato sopra, si avrà un urto normale sulla sezione d'uscita per $p_a = p_{nse}$, ma un urto obliquo esterno all'ugello per $p_{sup} < p_a < p_{nse}$.

### 2.10.1 Relazioni per urto normale

Esaminiamo le equazioni di conservazione in forma *finita*, facendo riferimento per semplicità ad un condotto di area costante $A$, vedi fig. 2.14, senza attrito, adiabatico:

conservazione della massa (dividendo le (2.20,2.23), per l'area trasversale $A$, costante):

$$\rho\, u \;=\; \mathrm{const}_1 \tag{2.129}$$

conservazione della quantità di moto (integrando la (2.35) tenendo conto della (2.129), per attrito nullo):

$$p \;+\; \rho\, u^2 \;=\; \mathrm{const}_2 \tag{2.130}$$

conservazione dell'energia (dalla (2.42) per flusso adiabatico, senza scambio di lavoro all'albero):

$$h_0 \;=\; h \;+\; \frac{u^2}{2} \;=\; \mathrm{const}_3 \tag{2.131}$$

Applichiamo tali relazioni tra due sezioni 1 e 2 infinitamente vicine, a monte ed a valle dell'urto, rispettivamente. Dalle (2.129,2.130)

$$p_2 \;-\; p_1 \;=\; \rho_1\, u_1^2 \;-\; \rho_2\, u_2^2 \tag{2.132}$$

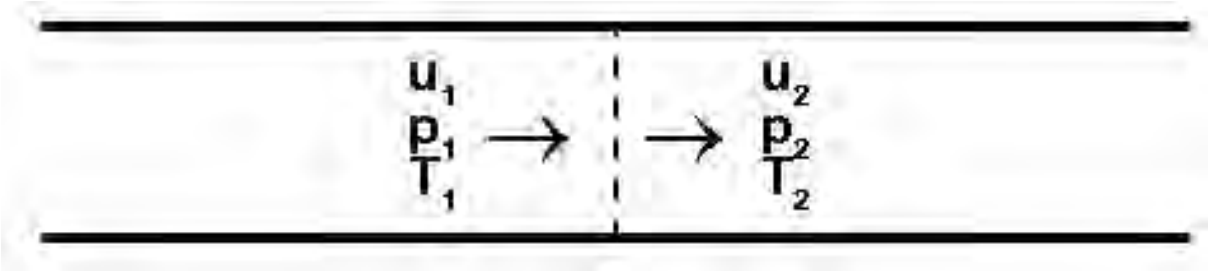



Figure 2.14: Schematizzazione di un urto normale.

$$u_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} u_2 \tag{2.133}$$

$$u_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} u_1 \tag{2.134}$$

Sostituendo nella (2.132)

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} (\rho_2 - \rho_1) u_2^2 \tag{2.135}$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} (\rho_2 - \rho_1) u_1^2 \tag{2.136}$$

da cui

$$u_1^2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \tag{2.137}$$

$$u_2^2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \tag{2.138}$$

quindi

$$u_2^2 \,-\, u_1^2 \;=\; \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \frac{p_2 \,-\, p_1}{\rho_2 \,-\, \rho_1} \tag{2.139}$$

la quale può anche essere scritta come

$$u_2^2 \,-\, u_1^2 \;=\; \frac{\rho_1^2 \,-\, \rho_2^2}{\rho_1\,\rho_2}\,\frac{p_2 \,-\, p_1}{\rho_2 \,-\, \rho_1} \;=\; -\,\frac{\rho_2 \,+\, \rho_1}{\rho_2}\,\frac{p_2 \,-\, p_1}{\rho_1} \;=\; \left(1 \,+\, \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left(1 \,-\, \frac{p_2}{p_1}\right)\frac{p_1}{\rho_2} \tag{2.140}$$

Dalla (2.131)

$$u_2^2 \,-\, u_1^2 \;=\; 2\,c_p\,(T_1 \,-\, T_2) \;=\; \frac{2\,\gamma}{\gamma \,-\, 1}\,R\,\left(\frac{p_1}{R\,\rho_1} - \frac{p_2}{R\,\rho_2}\right) \tag{2.141}$$

$$\left(1 \,+\, \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left(1 \,-\, \frac{p_2}{p_1}\right)\frac{p_1}{\rho_2} \;=\; \frac{2\,\gamma}{\gamma \,-\, 1}\,\frac{p_1}{\rho_2}\,\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{p_2}{p_1}\right) \tag{2.142}$$

Esplicitiamo ora $\rho_2/\rho_1$; poniamo

$$x \;=\; \frac{\rho_2}{\rho_1}, \qquad\qquad y \;=\; \frac{p_2}{p_1}, \qquad\qquad K \;=\; \frac{2\,\gamma}{\gamma \,-\, 1} \tag{2.143}$$

per cui la (2.142) si riscrive

$$(1 \,+\, x)\,(1 \,-\, y) \;=\; K\,(x \,-\, y) \tag{2.144}$$

per cui il rapporto di densità cercato può essere esplicitato come

$$x \;=\; \frac{1 \,-\, y \,+\, K\,y}{y \,-\, 1 \,+\, K} \tag{2.145}$$

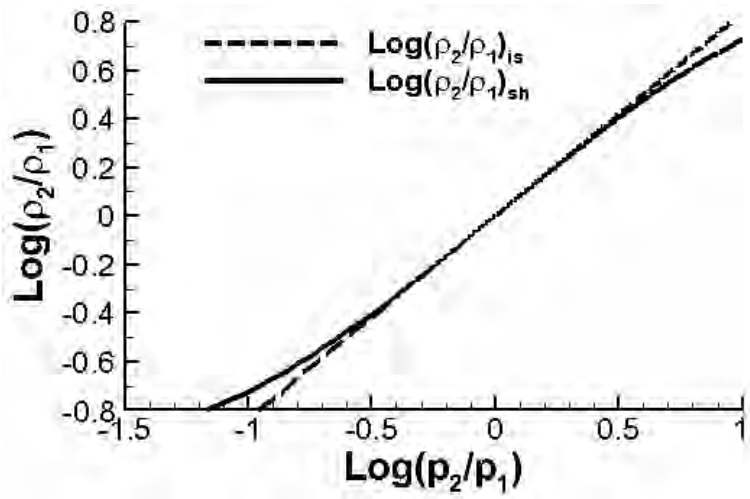



Figure 2.15: Confronto tra rapporti di densità per evoluzione isentropica e salto attraverso un urto, in funzione dei rapporti di pressione.

ossia (relazione di Rankine–Hugoniot)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 - \dfrac{p_2}{p_1} + \dfrac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\dfrac{p_2}{p_1}}{\dfrac{p_2}{p_1} - 1 + \dfrac{2\,\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{(\gamma - 1)\,(p_1 - p_2) + 2\,\gamma\,p_2}{(\gamma - 1)\,(p_2 - p_1) + 2\,\gamma\,p_1} = \frac{(\gamma + 1)\,p_2 + (\gamma - 1)\,p_1}{(\gamma + 1)\,p_1 + (\gamma - 1)\,p_2} \tag{2.146}$$

Possiamo chiederci se la trasformazione da 1 a 2 sia un processo di compressione o espansione. Per rispondere a questo quesito, confrontiamo la trasformazione con un'isentropica nella forma (2.70), cioè

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\gamma} \tag{2.147}$$

o su un piano logaritmico

$$\log\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{\gamma}\log\frac{p_2}{p_1} \tag{2.148}$$

Tale piano logaritmico, vedi fig. 2.15, è diviso in due semipiani dall'isentropica, uno a $ds < 0$, l'altro a $ds > 0$. Per individuare quali dei due corrisponde a trasformazioni adiabatiche reali ($ds > 0$), ricaviamo l'entropia come funzione di $p$ e $\rho$. Dal primo principio della termodinamica, per una trasformazione reversibile (per cui $đQ = T\,ds$ e $dL = p\,d(1/\rho)$, ma il risultato è valido per qualsiasi trasformazione in quanto l'energia interna $e$ è una grandezza di stato)

$$de \;=\; đQ \;-\; đL \;=\; T\,ds \;-\; p\,d\left(\frac{1}{\rho}\right) \;=\; T\,ds \;+\; p\,\frac{d\rho}{\rho^2} \tag{2.149}$$

$$ds \;=\; c_v\,\frac{dT}{T} \;-\; \frac{p}{\rho\,T}\,\frac{d\rho}{\rho} \;=\; c_v\left(\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho}\right) \;-\; R\,\frac{d\rho}{\rho} \;=\; c_v\,\frac{dp}{p} \;-\; c_p\,\frac{d\rho}{\rho} \;=\; c_v\left(\frac{dp}{p} \;-\; \gamma\,\frac{d\rho}{\rho}\right) \tag{2.150}$$

$$s_2 \;-\; s_1 \;=\; c_v\left(\log\frac{p_2}{p_1} \;-\; \gamma\,\log\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \tag{2.151}$$

Se per una trasformazione adiabatica di assegnato rapporto di pressioni $p_2/p_1$, il rapporto $\rho_2/\rho_1$ risulta minore del corrispondente rapporto in condizioni isentropiche, l'entropia cresce (a destra di $p_2/p_1 = 1 \rightarrow$ compressione).

Ancora dalla (2.144), il rapporto di pressioni può essere esplicitato come

$$y \;=\; \frac{-\,(1\,+\,x)\,+\,K\,x}{-\,(1\,+\,x)\,+\,K} \tag{2.152}$$

ossia

$$\frac{p_2}{p_1} \;=\; \frac{(\gamma\,+\,1)\,\rho_2 \,-\, (\gamma\,-\,1)\,\rho_1}{(\gamma\,+\,1)\,\rho_1 \,-\, (\gamma\,-\,1)\,\rho_2} \tag{2.153}$$

Osserviamo che mentre per un'isentropica, dalla (2.151), risulta

$$\lim_{p_2/p_1 \to \infty} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \lim_{p_2/p_1 \to \infty} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\gamma} = \infty \tag{2.154}$$

per un urto si ha, dalla (2.146)

$$\lim_{p_2/p_1 \to \infty} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \tag{2.155}$$

Ricaviamo ora un'espressione per il numero di Mach a monte dell'urto, $M_1$. Dalla (2.137), divisa per $a_1^2 = \gamma R T_1 = \gamma p_1 / \rho_1$, si ha

$$M_1^2 = \frac{1}{\gamma} \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}} \frac{p_2 - p_1}{p_1} \tag{2.156}$$

Dalla (2.146)

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 - \frac{(\gamma + 1)\, p_1 + (\gamma - 1)\, p_2}{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1} =$$

$$= \frac{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1 - (\gamma + 1)\, p_1 - (\gamma - 1)\, p_2}{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1} = \frac{2\,(p_2 - p_1)}{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1} \tag{2.157}$$

per cui

$$M_1^2 = \frac{1}{2\,\gamma} \frac{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1}{p_2 - p_1} \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{1}{2\,\gamma} \frac{(\gamma + 1)\, p_2 + (\gamma - 1)\, p_1}{p_1} \tag{2.158}$$

Esplicitiamo da quest'ultima espressione il rapporto di pressioni per un urto normale come funzione del numero di Mach a monte, $M_1$:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\,\gamma\,M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} = \frac{2\,\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \tag{2.159}$$

Esso risulta maggiore di uno (entropia crescente, in base alla fig. 2.15) per $M_1 > 1$, pertanto *possono aversi discontinuità solo in flussi supersonici.*

Determiniamo ora il rapporto di densità attraverso un urto normale; dalla relazione di Rankine–Hugoniot (2.146)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)\,\dfrac{p_2}{p_1} + \gamma - 1}{\gamma + 1 + (\gamma - 1)\,\dfrac{p_2}{p_1}} \tag{2.160}$$

ed esprimendo $p_2/p_1$ dalla (2.159)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)\left(\dfrac{2\,\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \dfrac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right) + \gamma - 1}{\gamma + 1 + (\gamma - 1)\left(\dfrac{2\,\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \dfrac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)} = \frac{2\,\gamma\,M_1^2 - (\gamma - 1) + \gamma - 1}{\gamma + 1 + (\gamma - 1)\left(\dfrac{2\,\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \dfrac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)} =$$

$$= \frac{2\,\gamma\,(\gamma + 1)\,M_1^2}{(\gamma + 1)^2 + 2\,\gamma\,(\gamma - 1)\,M_1^2 - (\gamma - 1)^2} = \frac{(\gamma + 1)\,M_1^2}{(\gamma - 1)\,M_1^2 + 2} \tag{2.161}$$

Determiniamo ora il rapporto di temperatura attraverso un urto normale. Per l'equazione di stato

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}\,\frac{\rho_1}{\rho_2} \tag{2.162}$$

per cui esprimendo $p_2/p_1$ dalla (2.159)

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\,\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right) \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)\, M_1^2}\right] \tag{2.163}$$

Il rapporto di velocità attraverso un urto normale può essere ricavato dalle (2.133,2.160)

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)\, M_1^2} \tag{2.164}$$

Il rapporto dei numeri di Mach (al quadrato) attraverso un urto normale può essere ottenuto come, per le (2.16,2.18)

$$\frac{M_2^2}{M_1^2} = \frac{u_2^2}{u_1^2} \frac{T_1}{T_2} = \frac{u_2^2}{u_1^2} \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_2}{u_1} \frac{p_1}{p_2} \tag{2.165}$$

e dalle (2.159,2.164)

$$M_2^2 = M_1^2 \frac{(\gamma - 1)\, M_1^2 + 2}{(\gamma + 1)\, M_1^2} \frac{\gamma + 1}{2\,\gamma\, M_1^2 - (\gamma - 1)} = \frac{(\gamma - 1)\, M_1^2 + 2}{2\,\gamma\, M_1^2 - (\gamma - 1)} \tag{2.166}$$

Il rapporto delle pressioni totali attraverso un urto normale è ricavabile come

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\dfrac{p_{02}}{p_2}}{\dfrac{p_{01}}{p_1}} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_2^2}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_1^2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \tag{2.167}$$

ed esprimendo $p_2/p_1$ dalla (2.159), $M_2^2$ dalla (2.166)

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left[\frac{(\gamma + 1)\, M_1^2}{2 + (\gamma - 1)\, M_1^2}\right]^{\gamma/(\gamma-1)} \left[\frac{\gamma + 1}{2\,\gamma\, M_1^2 - (\gamma - 1)}\right]^{1/(\gamma-1)} \tag{2.168}$$

Il salto di entropia attraverso un urto normale si ottiene osservando che, per flusso adiabatico ($T_0 = \text{cost}$), in virtù delle (2.108,2.15)

$$s_2 - s_1 = R \log \frac{p_{01}}{p_{02}} \tag{2.169}$$

Osserviamo infine il comportamento per $M_1 \to \infty$:

$$\lim_{M_1 \to \infty} \frac{p_2}{p_1} = \infty \tag{2.170}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \tag{2.171}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} \frac{T_2}{T_1} = \infty \tag{2.172}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} \frac{u_2}{u_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \tag{2.173}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} M_2^2 = \frac{\gamma - 1}{2\,\gamma} \tag{2.174}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0 \tag{2.175}$$

$$\lim_{M_1 \to \infty} s_2 - s_1 = \infty \tag{2.176}$$

# Domande di verifica

1. Su quali principi si basa l'analisi dei flussi compressibili?

2. Quali forme assume l'equazione di stato dei gas termicamente perfetti, a seconda che sia scritta in termini di moli o di unità di massa del fluido? Quale relazione sussiste tra le relative costanti?

3. Quanto vale la costante universale dei gas (specificare anche le unità)? Quanto vale la costante dell'aria (specificare anche le unità)?

4. Cosè la massa molare di un gas? Quanto vale (approssimativamente) la massa molare dell'aria?

5. Cosa si intende per fluido caloricamente perfetto?

6. Come sono legati i differenziali di entalpia ed energia interna al differenziale della temperatura?

7. Com'è definito il rapporto dei calori specifici?

8. Quale altra relazione sussiste tra i calori specifici a pressione e volume costante?

9. Com'è legato il calore specifico a pressione costante alla costante del gas?

10. Quale espressione ha la velocità del suono in un gas perfetto?

11. Quali sono (o quali possono essere) le grandezze che individuano lo stato termodinamico di un fluido?

12. Sotto quali ipotesi un flusso può essere considerato quasi–monodimensionale?

13. Qual è (o quali sono) la grandezza che individua lo stato di moto in un flusso quasi–monodimendionale?

14. Come si scrive l'equazione di conservazione della massa per un flusso quasi–monodimensionale?

15. Come si scrive l'equazione di conservazione della massa per un flusso quasi–monodimensionale? Scrivere tanto la forma in termini finiti che differenziale.

16. Come si scrive l'equazione di conservazione della quantità di moto per un flusso quasi–monodimensional

17. Scrivere l'equazione della quantità di moto per un flusso senza attrito. Quale relazione sussiste tra le variazioni di velocità e pressione?

18. Scrivere l'equazione di conservazione dell'energia per un flusso quasi mono–dimensionale. Che cosa s'intende per $L_s$? Che differenza c'è rispetto a $L$?

19. Quali convenzioni si adottano per i segni della quantità di calore e del lavoro nella derivazione dell'equazione dell'energia?

20. Quali sono i termini forzanti delle equazioni di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, rispettivamente?

21. Cosa stabilisce il secondo principio della termodinamica?

22. Com'è definita l'entalpia totale?

23. Com'è definita la temperatura totale?

24. Com'è definita la pressione totale?

25. Cosa indica la variazione di entalpia (o temperatura) totale lungo un condotto?

26. Cosa indica la variazione di pressione totale lungo un condotto?

27. Cosa avviene all'entalpia totale, in un condotto adiabatico, in cui non avviene scambio di lavoro all'albero? E alla temperatura totale? Ed alla pressione totale?

28. Cosa avviene all'entalpia totale, in un condotto adiabatico senza attrito, in cui non avviene scambio di lavoro all'albero? E alla temperatura totale? Ed alla pressione totale?

29. In quali condizioni il flusso si dice critico (o saturato)? In tali condizioni la soluzione delle equazioni del moto a valle della sezione critica è unica?

30. Cosa avviene all'entropia, in un condotto adiabatico senza attrito, in cui non avviene scambio di lavoro all'albero né di calore?

31. Qual è l'unico termine forzante che può agire in un flusso isentropico?

32. Come variano velocità, numero di Mach, pressione e temperatura in un condotto convergente adiabatico senza attrito, in regime subsonico? Ed in regime supersonico?

33. Come variano velocità, numero di Mach, pressione e temperatura in un condotto divergente adibatico senza attrito, in regime subsonico? Ed in regime supersonico?

34. Scrivere l'equazione di un'isentropica in termini di temperatura e pressione, quindi in termini di pressione e densità.

35. Come variano le condizioni di efflusso da un ugello convergente–divergente, assegnate temperatura e pressione totale, al variare della pressione ambiente?

36. In un flusso isentropico, dove è localizzata la sezione critica (se si raggiungono appunto le condizioni critiche)?

37. Quanto deve valere (approssimativamente) la pressione in camera rispetto alla pressione ambiente, per assicurare condizioni di flusso critico in gola?

38. Da cosa dipende la portata in massa attraverso la sezione critica di un condotto? Che espressone ha?

39. Com'è definita la funzione di Vandenkerckhove? Quanto vale approssimativamente?

40. Quale equazione di conservazione consente di determinare la legge delle aree?

41. Scrivere la legge dele aree riferita ala sezione critica.

42. Per un flusso in un condotto, oltre alla soluzione continua, si può avere una soluzione discontinua?

# Esercizi

1. Calcolare la costante $R$ del gas d'acqua, sapendo che la massa molare di quest'ultimo vale 18.015 kg/kmol.
   → Applicando la (2.4) si ottiene $R = 461.5$ J/(kg K).

2. Calcolare la velocità del suono nell'aria al livello del suolo, ove in media $T = 15^{o}$C = 288.15 K, e nella tropopausa, ove $T$ = -56.5$^{o}$C = 216.65 K.
   → Applicando la (2.16) si trova 340 m/s e 295 m/s, rispettivamente.

3. Calcolare il numero di Mach di un aereo che vola alla velocità di 900 km/h alla quota di 10 000 m, ove la temperatura vale 223 K.
   → Dopo aver trasformato il valore dato della velocità in m/s, ed aver calcolato la velocità del suono dalla (2.16), applicando la (2.18) si trova $M_0 = 0.835$.

4. Calcolare la velocità di volo $V_0$ del Concorde alla quota di crociera di 18 000 m (ove ancora $T$ = 216.65 K), ed al numero di Mach $M_0 = 2.02$.
   → Calcolando la velocità del suono dalla (2.16) e invertendo la (2.18) si trova $V_0 = M_0\, a = 596$ m/s = 2145 km/h.

5. Calcolare i valori totali di temperatura e pressione corrispondenti alle condizioni di volo a $M_0$ = 0.835 alla quota di 10 000 m, ove la temperatura vale 223 K e la pressione 26.5 kPa.
   → Dalle (2.60,2.74) si ottiene $T_0 = 254$ K, $p_0 = 41.85$ kPa.

6. Calcolare i valori totali di temperatura e pressione corrispondenti alle condizioni di volo a $M_0$ = 2.02 alla quota di 18 000 m, ove la temperatura vale 216.65 K e la pressione 7.5 kPa.
   → Dalle (2.60,2.74) si ottiene $T_0$ = 393.5 K, $p_0$ = 60.5 kPa.

7. Calcolare il salto di temperatura (da statica a totale) per i due esercizi precedenti, ed il corrispondente salto entalpico.
   → Per $M_0$ = 0.835 si ha $\Delta T$ = 254 - 223 = 31 K, $\Delta h = c_p \Delta T$ = 1 005 * 31 = 31.15 kJ/kg; per $M_0$ = 2.02 si ha $\Delta T \simeq$ 177 K, $\Delta h \simeq$ 178 kJ/kg.

8. Data la pressione iniziale $p_1$ = 0.25 atm (1 atm = 101 325 Pa), e la pressione finale $p_2$ = 5 atm, nonché la temperatura iniziale $T_1$ = 221.5 K, determinare la temperatura $T_2$ al termine del processo di compressione da $p_1$ a $p_2$, supposto isentropico, quindi il salto di temperatura ed il corrispondente salto entalpico.
   → Dalla (2.71) si ha $T_2 = T_1 \cdot (p_2/p_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$ = 521.5 K, quindi $\Delta T$ = 300 K, e dalla (2.10) $\Delta h = c_p \Delta T$ = 301.5 kJ/kg.

9. Un flusso d'aria entra in un condotto adiabatico alla temperatura di 223 K ed alla velocità di 250 m/s. Quale sarà la sua temperatura all'uscita, dove la velocità vale 150 m/s?
   → Dalla conservazione dell'entalpia totale (per flusso adiabatico) si ha $c_p T_i + u_i^2/2 = c_p T_e + u_e^2/2$ dalla quale $T_e$ = 243 K.

10. Determinare i valori delle grandezze critiche (temperatura, pressione, velocità) nella gola di un endoreattore, sapendo che temperatura totale a monte dell'ugello vale 3000 K e la pressione 10 MPa. Il rapporto dei calori specifici vale 1.2, e la massa molare del gas 18.915 kg/kmol.
    → Dalle (2.116) si ha $T^*$ = 2727 K, $p^*$ = 5.65 MPa. Poiché la gola è critica, la velocità sarà $u^* = a^* = \sqrt{\gamma R T^*}$ = 1229 m/s.

11. Determinare il rapporto d'aree necessario per ridurre il numero di Mach di un flusso d'aria a 250 m/s e 223 K fino al valore corrispondente ad una veocità di 150 m/s a 243 K.
    → Dalle (2.16,2.18) si ricava il numero di Mach d'ingresso $M_i = u_i/\sqrt{\gamma R T}$ = 0.835, ed analogamente quello d'uscita $M_e$ = 0.48. Dalla (2.114) si ottiene allora $A_e/A_i$ = 1.292.

12. Determinare il rapporto d'area dell'ugello necessario per far espandere un flusso a $\gamma$ = 1.2, fino a raggiungere un numero di Mach $M$= 3.
    Dalla (2.115) si ha $\epsilon = A/A_t$ = 6.735.

13. Calcolare la funzione di Vandenkerckhove $\Gamma$ per $\gamma$ = 1.2 e $\gamma$ = 1.4.
    → Dalla (2.120) si ha rispettivamente $\Gamma$ = 0.6485, e $\Gamma$ = 0.685.

14. Calcolare la portata uscente da un ugello critico del diametro di gola $D_t = 0.1$ m, dal quale scorre un fluido a $\gamma = 1.2$, con $\mathcal{M} = 18.015$ kg/kmol, $T_0 = 3000$ K, $p_0 = 10$ MPa.
    $\rightarrow$ Calcolata l'area di gola come $A_t = \pi\, D_t^2/4 = 0.07854$ m$^2$, dalla (2.119) si ha $\dot{m} = 43.3$ kg/s.

# Capitolo 3

# Indici di prestazione

In questo capitolo sono definiti alcuni indici di prestazione, i quali consentono di valutare in generale caratteristiche e prestazioni dei diversi motori. Queste grandezze devono indicare in quale misura il motore è in grado di svolgere il suo compito, e con quale efficienza. Inoltre, essi permettono il confronto tra motori diversi.

La grandezza fondamentale nella propulsione aerospaziale è la *spinta*, cioè la forza che il motore è in grado di sviluppare fornendo energia e accelerando il fluido propulsivo, sia esso aria (come nel caso degli esoreattori e dei propulsori ad elica), oppure il prodotto della combustione di propellenti interamente stivati a bordo (com'è il caso degli endoreattori chimici), o ancora ioni o plasma (per propulsori elettrostatici ed elettromagnetici, rispettivamente).

Le espressioni che sono ricavate in questo capitolo definiscono le prestazioni del motore senza entrare nei dettagli del funzionamento di ciascun propulsore. Esse sono pertanto espressioni formali; nei successivi capitoli sarà indicato, per ogni tipo di motore, come tali indici di prestazione sono legati alle variabili di progetto.

## 3.1 Spinta

Ricaviamo le espressioni della spinta attraverso dimostrazioni in qualche misura semplicate, che tuttavia conducono all'espressione esatta. Per una derivazione rigorosa vedi [16]. Iniziamo dall'espressione per endoreattori, più semplice, procedendo quindi a quella per gli esoreattori ed i propulsori ad elica.

### 3.1.1 Endoreattori

Consideriamo [17] un razzo di massa $m$ (al tempo generico $t$; ovviamente la massa del razzo varia nel tempo per via dell'espulsione di fluido propulsivo), in moto alla velocità $u$ (anch'essa ovviamente funzione del tempo). Lo stato di moto del razzo è governato dalla seconda equazione di Newton

$$\sum \vec{F}_e \;=\; \frac{d\,(m\,\vec{u})}{dt} \tag{3.1}$$

dove $\sum \vec{F}_e$ indica la risultante delle forze esterne, ed il secondo membro la derivata della quantità di moto nel tempo. Assumiamo che la camera di spinta dell'endoreattore (insieme della camera di combustione ed ugello) presenti una geometria assialsimmetrica, per cui le componenti delle forze in direzione normale all'asse danno risultante nulla sull'asse. Possiamo allora limitarci a considerare la conservazione della quantità di moto lungo l'asse della camera di spinta $x$, e quindi scrivere in tale direzione coordinata la seguente espressione per le forze agenti sulla camera di spinta, a primo membro della (3.1), vedi fig. 3.1:

$$\sum F_e \;=\; F \;-\; A_e\,(p_e \;-\; p_a) \tag{3.2}$$

$F$ indica la forza che le superfici interne del razzo esercitano sul fluido contenuto nel volume di controllo (quindi eguale ed opposta alla spinta). La forza $-\,A_e\,(p_e \;-\; p_a)$ indica l'azione che il fluido esterno al volume di controllo esercita sul volume stesso (è eguale ed opposta all'azione $A_e\,(p_e \;-\; p_a)$ che il fluido all'interno del volume esercita sull'esterno).

Per quanto riguarda il secondo membro della (3.1), se assumiamo che la portata in massa di fluido propulsivo espulso $\dot{m}$ e la velocità $u_e$ con la quale tale fluido viene espulso dall'endoreattore non varino nel tempo, allora sarà

$$\frac{d\,(m\,u)}{dt} \;=\; \dot{m}\,u_e \tag{3.3}$$

Quindi l'espressione della spinta di un endoreattore risulta, per le (3.1–3.3)

$$\boxed{F \;=\; \dot{m}\,u_e \;+\; A_e\,(p_e \;-\; p_a)} \tag{3.4}$$

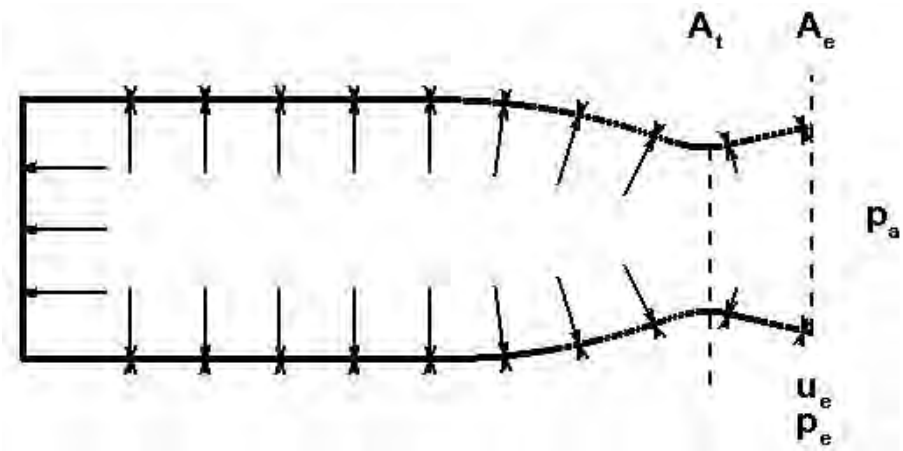



Figure 3.1: Volume di controllo per la determinazione della spinta di un endoreattore.

Il primo termine a secondo membro, che è in genere molto maggiore del secondo, è chiamato *spinta impulsiva* (o *spinta del getto*), ed è sempre positivo; il secondo termine è detto *spinta di pressione*, ed è negativo, nullo o positivo a seconda che il valore della pressione in corrispondenza alla sezione di uscita $p_e$ sia inferiore, uguale o maggiore di quello della pressione ambiente $p_a$. Il valore della spinta dipende quindi dalla portata in massa di propellente, dalle sue velocità e pressione di uscita, ed anche dalla pressione ambiente.

È interessante osservare che per l'endoreattore risulta una dipendenza (per quanto quantitativamente limitata) dalle condizioni dell'ambiente esterno, attraverso il termine nella spinta di pressione, mentre non risulta alcuna dipendenza dalla velocità di volo.

#### 3.1.1.1 Condizione di ottimo della spinta

Se il flusso nell'endoreattore è critico (cioè raggiunge Mach unitario in gola, come sempre avviene), la portata in massa è fissata, per la (2.119). Si può individuare la condizione di massimo della spinta differenziando la (3.4) rispetto all'area $A_e$ della sezione di uscita del motore, ed eguagliando a zero. Per quanto abbiamo visto nel par. 2.7, ad una variazione $dA_e$ di questa area, corrispondono variazioni $du_e$ e $dp_e$ della velocità e pressione d'uscita, quindi differenziando:

$$\begin{aligned} dF &= \dot{m}\, du_e + A_e\, dp_e + (p_e - p_a)\, dA_e = \\ &= A_e\, (\rho_e\, u_e\, du_e + dp_e) + (p_e - p_a)\, dA_e = (p_e - p_a)\, dA_e \end{aligned} \tag{3.5}$$

avendo espresso la portata in massa secondo la (2.20) in funzione delle condizioni sulla sezione di uscita, ed osservando che per flusso senza attrito (come è in effetti in corrispondenza alla sezione di

uscita, dove termina l'ugello) la prima parentesi si annulla per l'equazione della quantità di moto (2.35) scritta appunto per $f' = 0$. Quindi la condizione che dà l'ottimo della spinta corrisponde a dimensionare l'area di uscita dell'ugello $A_e$ in modo tale che

$$p_e \;=\; p_a \tag{3.6}$$

In tali condizioni l'ugello si dice *adattato*. Il fatto che questa circostanza corrisponda effettivamente ad un massimo si può desumere dal fatto che $dF$, come si vede dalla (3.5), è positivo per valori di $A_e$ inferiori a quello ottimo (in tal caso il flusso sarà *sottoespanso* fino ad una pressione $p_e > p_a$), e negativo se $A_e$ è superiore al valore ottimo (in quanto si avrà una *sovraespansione* del flusso fino ad una pressione $p_e < p_a$). Normalmente si cerca di operare in prossimità della condizione di ottimo, per cui il termine di spinta di pressione $A_e(p_e - p_a)$ è in genere piccolo. Si osservi tuttavia che $p_a$ varia con la quota.

Osserviamo esplicitamente che al variare dell'area di uscita $A_e$ variano tanto $u_e$ che $p_e$, in particolare (per flusso supersonico nell'ugello) all'aumentare di $A_e$ la velocità aumenta ma la pressione diminuisce, vedi la (2.33) scritta per attrito trascurabile, da cui discende l'esistenza di una condizione di ottimo.

Come detto, si cercherà di operare per quanto possibile in prossimità della condizione di ottimo, per quanto questo risulta particolarmente difficile per un razzo, che nella sua traiettoria di salita nell'atmosfera incontra forti escursioni di pressione esterna. Nel vuoto poi occorrerebbe in teoria far espandere il fluido operativo fino ad una pressione nulla, cosa ovviamente impossibile (sia perché richiederebbe in linea di principio un ugello con area di uscita infinita, sia perché il fluido espandendosi si raffredda, fino ad arrivare al punto di condensazione; a questo punto le equazioni ricavate per i gas non sono più valide).

#### 3.1.1.2 Velocità di efflusso equivalente (o efficace)

Per ugello adattato, l'espressione della spinta si riduce a

$$\boxed{F \;=\; \dot{m}\, u_e} \tag{3.7}$$

in quanto appare solo il termine di spinta impulsiva. Tuttavia, anche nel caso più generale di ugello *non* adattato, il termine impulsivo risulta preponderante rispetto a quello di pressione, per cui è comodo introdurre una velocità fittizia (indicata con $u_{eq}$), detta velocità di efflusso equivalente (o efficace), definita come

$$\boxed{u_{eq} \;=\; \frac{F}{\dot{m}}} \tag{3.8}$$

per cui la spinta può essere espressa come

$$F \;=\; \dot{m}\, u_{eq} \tag{3.9}$$

Nel caso di ugello adattato, la velocità di efflusso equivalente coincide ovviamente con la velocità di efflusso del getto, mentre nel caso più generale sarà data da:

$$u_{eq} \;=\; \frac{F}{\dot{m}} \;=\; u_e \;+\; \frac{(p_e \;-\; p_a)\, A_e}{\dot{m}} \tag{3.10}$$

### 3.1.2 Esoreattori

Per ottenere l'espressione della spinta di un esoreattore, bisogna tener presente che, a differenza di quanto avviene per l'endoreattore, il fluido propulsivo è ora costituito principalmente dall'aria che viene introdotta nel motore, elaborata e quindi espulsa. Mentre nell'endoreattore la spinta si ottiene impartendo una variazione di quantità di moto ad un fluido stivato a bordo, negli esoreattori essa si ottiene aumentando la quantità di moto dell'aria ingerita ed elaborata dal motore. È evidente quindi che in questo caso, a differenza di quanto visto per gli endoreattori, la velocità di volo, indicata come $V_0$, deve entrare nell'espressione della spinta.

Consideriamo [18] il volume di controllo[1] in fig. 3.2

Dobbiamo in questo caso considerare tanto la conservazione della massa, in quanto la portata in massa di fluido uscente $\dot{m}_e$ sarà la somma della portata di aria entrante $\dot{m}_a$ e della portata di combustibile $\dot{m}_f$ (da *fuel*, combustibile) iniettata in camera di combustione

$$\dot{m}_e \;=\; \dot{m}_a \;+\; \dot{m}_f \tag{3.11}$$

[1] Le derivazioni qui riportate si riferiscono ad un motore in cui attraverso il quale scorre un unico flusso di aria. Per i turbogetti a doppio flusso, o turbofan, le espressioni saranno opportunamente modificate, vedi par. 3.1.2.1.

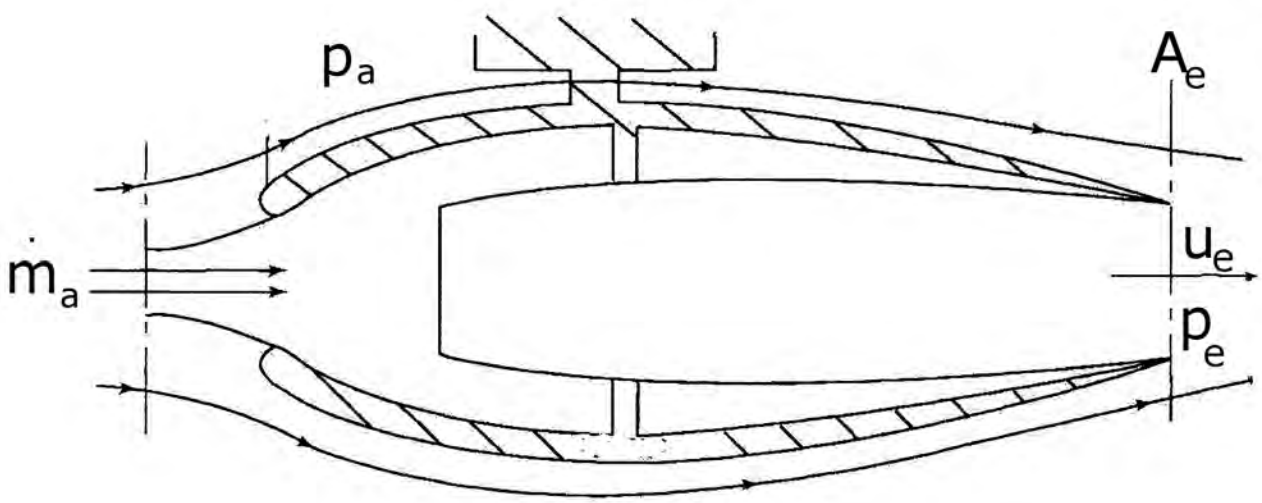



Figure 3.2: Volume di controllo per la determinazione della spinta di un esoreattore, adattato da [18].

che la conservazione della quantità di moto, ancora in generale esprimibile dalla (3.1). Per quest'ultima equazione, osserviamo che l'aria entra nel motore con velocità (relativa al motore stesso) pari alla velocità di volo $V_0$, ed esce con velocità $u_e$. Il termine a secondo membro (variazione della quantità di moto del flusso che scorre attraverso il motore nell'unità di tempo), risulta pertanto essere la differenza tra la quantità di moto che esce dal motore in direzione assiale nell'unità di tempo, e quella entrante (indicando qui con $u$ la componente assiale della velocità)

$$\frac{d\,(m\,u)}{dt} \;=\; \dot{m}_e\,u_e \;-\; \dot{m}_a\,V_0 \tag{3.12}$$

Per quanto riguarda invece il primo membro della (3.1), il primo termine rappresenta la forza che le pareti del motore esercitano sul flusso, uguale ed opposta alla spinta $F$ del motore. Inoltre, per effetto della differenza tra la pressione $p_e$ del fluido in uscita e la pressione ambiente $p_a$, ci sarà anche in questo caso un termine di pressione. La forza che il fluido esercita sull'ambiente esterno per via di tale differenza è $(p_e - p_a)\,A_e$, per cui la forza esterna da considerare nella (3.1), esercitata sul fluido, è il suo opposto. La sommatoria delle forze esterne applicate risulta quindi

$$\sum F_e \;=\; F \;-\; (p_e \;-\; p_a)\,A_e \tag{3.13}$$

Eguagliando i due termini (3.13, 3.12) si ottiene

$$F \; - \; (p_e \; - \; p_a) \, A_e \; = \; \dot{m}_e \, u_e \; - \; \dot{m}_a \, V_0 \tag{3.14}$$

dalla quale

$$F \; = \; \dot{m}_e \, u_e \; - \; \dot{m}_a \, V_0 \; + \; (p_e \; - \; p_a) \, A_e \tag{3.15}$$

e tenendo conto della eq. (3.11)

$$F \; = \; (\dot{m}_a \; + \; \dot{m}_f) \, u_e \; - \; \dot{m}_a \, V_0 \; + \; (p_e \; - \; p_a) \, A_e \tag{3.16}$$

In questo caso i primi due termini a secondo membro rappresentano la *spinta impulsiva*, l'ultimo la *spinta di pressione*.

Possiamo introdurre il *rapporto combustibile/aria*, definito come

$$\boxed{f \; = \; \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}} \tag{3.17}$$

che consente di riscrivere la (3.16) nella forma

$$F \; = \; \dot{m}_a \; [(1 \; + \; f) \, u_e \; - \; V_0] \; + \; (p_e \; - \; p_a) \, A_e \tag{3.18}$$

Osserviamo che il rapporto tra le portate in massa di combustibile e aria $f$ assume tipicamente, per turbogetti e turbofan, valori intorno a 0.02 o anche meno (e comunque valori non superiori a qualche punto percentuale per turbogetti con postbruciatore ed autoreattori), per cui possiamo in prima approssimazione scrivere la spinta come

$$F \; \simeq \; \dot{m}_a \, (u_e \; - \; V_0) \; + \; (p_e \; - \; p_a) \, A_e \tag{3.19}$$

Possiamo anche in questo caso ricercare la condizione per l'ottimo della spinta, parallelamente a quanto visto nel par. 3.1.1.1. Osserviamo che l'espressione (3.19) si discosta da quella (3.4) per la presenza di un termine sottrattivo $\dot{m}_a \, V_0$ il quale, a velocità di volo fissata, risulta costante, quindi nella derivazione dà contributo nullo; la portata in massa che scorre attraverso il motore è ancora determinata dalla sezione di gola dell'ugello (date le condizioni a monte), per cui non varia

al variare di $A_e$. La condizione di ottimo della spinta è quindi ancora quella di *ugello adattato* (3.6). Si cercherà quindi in generale di avvicinarsi a questa condizione, per cui la (3.19) può essere ulteriormente approssimata come

$$\boxed{F \simeq \dot{m}_a \left(u_e - V_0\right)} \tag{3.20}$$

espressione che adotteremo estensivamente nel calcolare le prestazioni dei motori respiranti (cioè esoreattori).

L'espressione così ottenuta viene anche detta *spinta non installata*; occorre considerare infatti che l'installazione del motore comporta un contributo alla resistenza aerodinamica dell'aereo dovuto ai piloni ed alle gondole che ospitano i motori, per cui si può considerare una *spinta installata*, esprimibile formalmente come

$$F_{inst} = F - D_{inst} = F \left(1 - \phi_e\right) \tag{3.21}$$

Dalla spinta $F$ del motore viene quindi detratta la resistenza aerodinamica $D_{inst}$ dovuta alla gondola del motore, esprimibile come una frazione $\phi_e$ della spinta non installata. Nel seguito tuttavia computeremo la resistenza d'installazione nella resistenza complessiva $D$ dell'aereo.

#### 3.1.2.1 3.1.2.1 Esoreattori a doppio flusso

Nei motori a getto universalmente adottati dagli aerei commerciali moderni, il flusso d'aria che entra nel motore attraversa dapprima un primo compressore detto *fan* (ventola, che fornisce un piccolo incremento di pressione), poi viene diviso in due portate, una che attraversa un ulteriore compressore, poi la camera di combustione e la turbina, e che viene detta *flusso primario* oppure *flusso caldo* ed indicata con $\dot{m}_{a,1}$, ed un'altra portata che invece scorre esternamente agli organi citati, che viene detta *flusso secondario* oppure *flusso freddo* (perché non subisce processi di combustione), ed è indicata con $\dot{m}_{a,2}$. Tali motori sono detti *turboreattori a doppio flusso* o *turbofan*; i due flussi in uscita possono essere fatti espandere in due ugelli separati (nel qual caso si parla di *turbofan a flussi separati*), oppure essere miscelati e fatti espandere in un'unico ugello (*turbofan a flussi associati*). Nel secondo caso valgono le stesse espressioni per la spinta sviluppate sopra (3.18,3.19,3.20), mentre nel primo caso bisogna distinguere velocità, pressione di uscita ed area di efflusso dei due getti.

Con riferimento alla fig. 3.3, possiamo allora riformulare la (3.20), per turbofan a flussi separati,

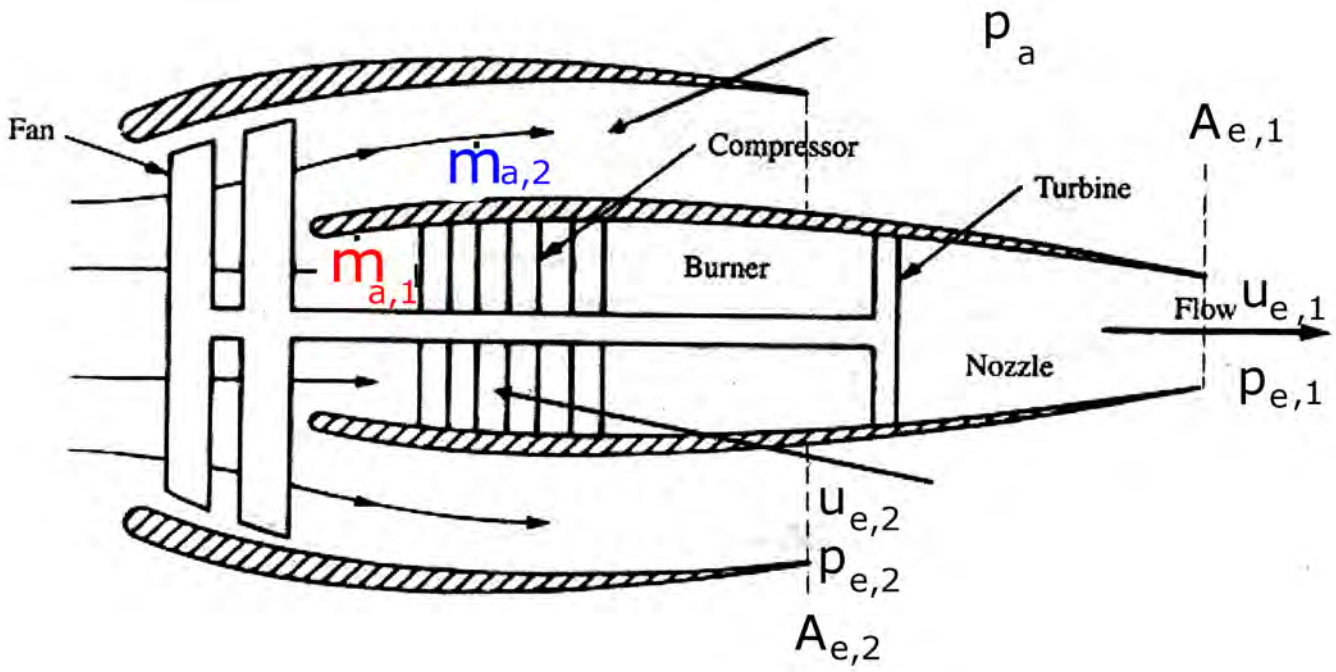



Figure 3.3: Volume di controllo per la determinazione della spinta di un esoreattore a doppio flusso (a flussi separati), adattato da [19].

come

$$F = \dot{m}_{a,1}\,[(1+f)\,u_{e,1} - V_0] + (p_{e,1} - p_a)\,A_{e,1} + \dot{m}_{a,2}\,(u_{e,2} - V_0) + (p_{e,2} - p_a)\,A_{e,2} \quad (3.22)$$

Possiamo introdurre il rapporto di by–pass (*By–pass Ratio*) come rapporto tra la portata in massa di aria secondaria e quella primaria

$$\boxed{BPR = \frac{\dot{m}_{a,2}}{\dot{m}_{a,1}}} \quad (3.23)$$

Assumendo inoltre $f \ll 1$ possiamo riscrivere la (3.22) come

$$F \simeq \dot{m}_{a,1}\,[u_{e,1} - V_0 + BPR\,(u_{e,2} - V_0)] + (p_{e,1} - p_a)\,A_{e,1} + (p_{e,2} - p_a)\,A_{e,2} \quad (3.24)$$

Assumendo ulteriormente, come nella derivazione della (3.24), che i due ugelli lavorino in prossimità delle condizioni di ottimo, per cui le loro pressioni di uscita siano pressoché pari a quella ambiente, si ottiene l'espressione

$$\boxed{F \simeq \dot{m}_{a,1} \left[u_{e,1} - V_0 + BPR \left(u_{e,2} - V_0\right)\right]} \tag{3.25}$$

### 3.1.3 Eliche

Le pale di un'elica presentano un profilo alare, vedi fig. 3.4; nel loro moto rotatorio, ogni pala dell'elica viene investita da una corrente la cui direzione, relativa alla pala stessa, risulta dalla composizione di una velocità tangenziale dovuta alla rotazione, ed una componente secondo l'asse del velivolo dovuta al suo moto di avanzamento. Nella figura è anche possibile identificare l'angolo di attacco della pala (tra la direzione della corda e della velocità) rispetto al moto relativo (la cui ampiezza però è esagerata per chiarezza grafica, mentre in realtà risulta tipicamente limitato a valori tra 2° e 4°). Sulla faccia inferiore del profilo (rivolta verso destra in figura) si eserciterà pertanto una pressione superiore a quella che prevale sulla faccia superiore (rivolta verso sinistra); ne nasce quindi una forza di portanza, diretta in direzione circa normale alla corda del profilo della pala, la cui componente nella direzione $x$ di avanzamento del velivolo genera appunta la spinta dell'elica. La componente ad essa ortogonale genera invece una coppia sull'asse in senso contrario a quello di rotazione dell'elica, che deve essere controbilanciata dalla coppia applicata dal motore. Oltre alla portanza, si ha un contributo più piccolo dovuto alla resistenza aerodinamica sul profilo della pala.

Premettiamo che uno studio dettagliato dell'elica è al di fuori degli obiettivi del presente corso, per la sua complessità. Ci limiteremo pertanto ad una presentazione che porti a stabilire un'espressione formale per la spinta generata dall'elica, senza entrare nel dettaglio della valutazione del suo rendimento. Considereremo in particolare l'aria come fluido incompressibile (a densità $\rho$ costante), il che può essere accettato solo per velocità (relative alla pala) molto al disotto della velocità del suono. Sottolineiamo che sono proprio gli effetti di compressibilità a dettare limiti al rendimento dell'elica, ed a generare rumore intenso, quando si raggiungono alte velocità (campo transonico).

La differenza di pressione tra monte (cioè sul dorso della pala, dove la pressione è più bassa) e valle (dove la pressione è più alta) del flusso che attraverso l'elica genera un aumento di velocità del flusso stesso, e quindi una spinta. Ricordiamo ancora che nel caso dell'elica il fluido propulsivo è l'aria ambiente, che scorre esternamente al motore stesso (anziché un fluido che scorre internamente al motore, come nel caso di endoreattori ed esoreattori).

La spinta prodotta dall'elica è data dalla variazione di quantità di moto impartita alla portata d'aria

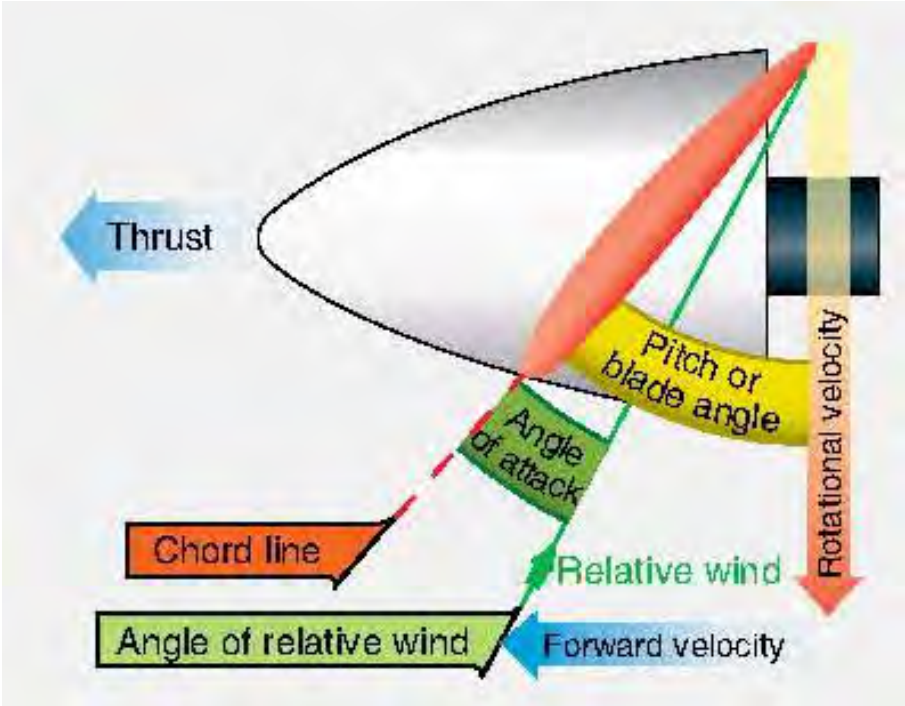



Figure 3.4: Fattori aerodinamici di una pala di elica, da [20].

elaborata dall'elica stessa, nell'unità di tempo. Per ottenere un'espressione per la spinta generata da un'elica, si ricorre ancora una volta al metodo del volume di controllo. In particolare si considera, in un sistema di riferimento solidale all'elica, il volume indicato in fig. 3.5, che si estende fino a regioni molto lontane da essa. In figura è possibile vedere il tubo di flusso che passa attraverso l'elica: il tubo di flusso è definito dalla proprietà che le sue pareti sono sempre tangenti al vettore velocità, per cui attraverso di esse non c'è passaggio di fluido. Si assume che l'elica influenzi il moto solo entro il tubo di flusso indicato in figura, e che le superfici di ingresso e uscita del volume di controllo (lati sinistro e destro, rispettivamente, del rettangolo che rappresenta il volume di controllo) siano abbastanza lontane dall'elica, per cui si può considerare $p = p_a$ e $V = V_0$ lungo di esse, tranne che per l'intersezione della sezione di uscita con il tubo di flusso che passa attraverso l'elica.

Indichiamo con $u_w$ la velocità dell'aria in uscita[2] dal tubo di flusso che ha attraversato l'elica (da scia, *wake*), lontano dall'elica, quando ormai la pressione ha nuovamente assunto il valore ambiente, $p = p_a$. Si osserva che, poiché il flusso attraverso l'elica deve mantenersi subsonico (condizione nella quale – per flusso isentropico – in un condotto convergente si ha un aumento della velocità) e poiché l'elica appunto aumenta la velocità del fluido (ossia $u_w > V_0$), deve aversi $A_{out,el} < A_{in,el}$. La spinta

[2]In realtà, per effetti di viscosità, il profilo di velocità in uscita non potrà essere piatto, ma presenterà una graduale transizione dal valore $u_w$ a $V_0$. Trascuriamo però tale effetto, come d'altronde abbiamo implicitamente assunto per endoreattori ed esoreattori, per via dell'ipotesi di flusso quasi–monodimensionale.

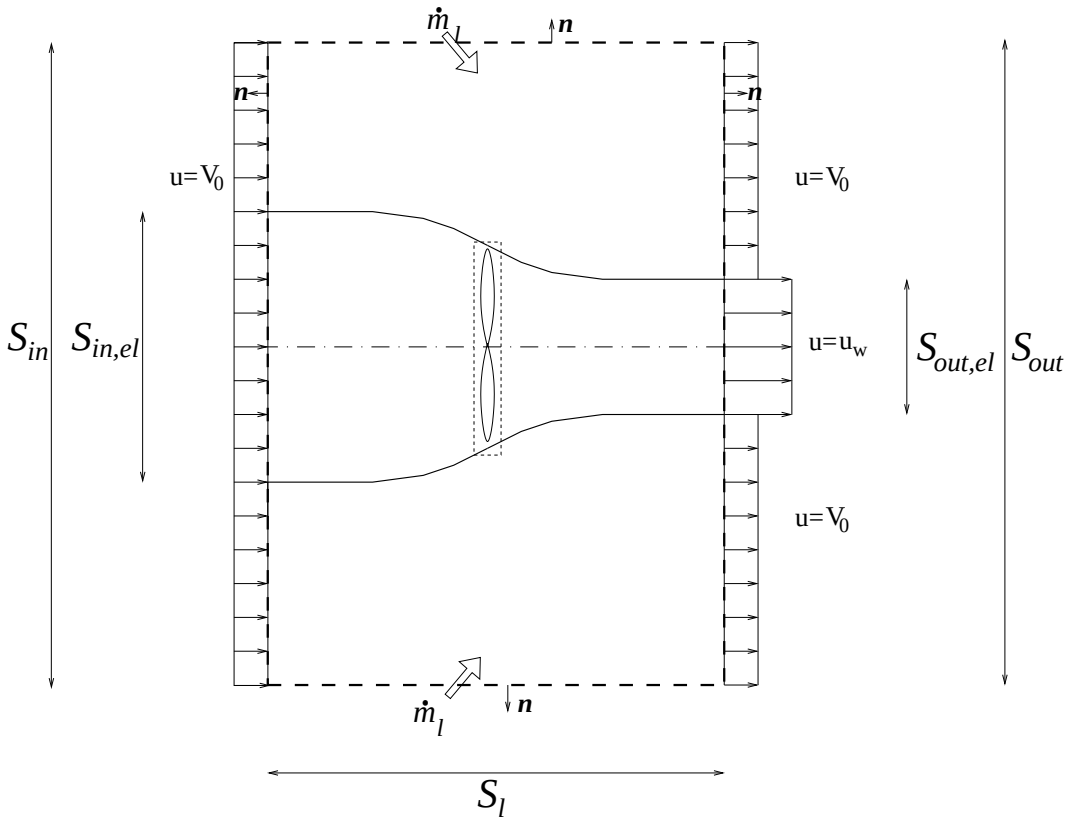



Figure 3.5: Volume di controllo per il calcolo dell'espressione della spinta per un propulsore ad elica.

dell'elica può allora essere espressa come:

$$\boxed{F \;=\; \dot{m}_{a,el}\left(u_w \;-\; V_0\right)} \tag{3.26}$$

Rispetto all'espressione ricavata per gli esoreattori, si osserva che in (3.26) non c'è nessun termine di pressione (essendo come detto la pressione in uscita dal tubo di flusso pari a quella ambiente), e che la portata elaborata dall'elica $\dot{m}_{a,el}$ è molto maggiore (grazie alla grande area del disco dell'elica) di quella elaborata dagli esoreattori e che quindi, a parità di spinta, la variazione di velocità impressa al flusso da un'elica è molto inferiore a quella prodotta dagli esoreattori.

Per approfondire la relazione tra salto di pressione a monte e valle della pala ed incremento di velocità tra entrata ed uscita del tubo di flusso, consideriamo ora un diverso volume di controllo, situato tra due sezioni immediatamente a monte e valle dell'elica, indicato in fig. 3.6. Chiamiamo $u_p$ la velocità

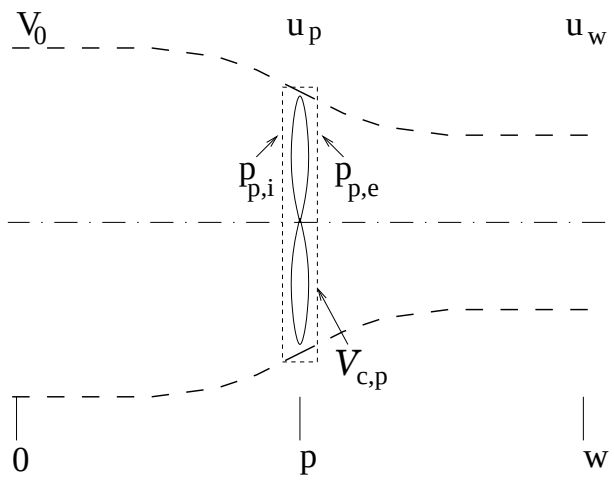



Figure 3.6: Tubo di flusso dell'aria che passa attraverso un'elica, e volume di controllo sull'elica.

del flusso in corrispondenza al piano dell'elica ($p$ sta per *propeller*, elica).

Si osserva che attraverso l'elica sussiste un salto di pressione $\Delta p$, a causa della forza esercitata dall'elica sul fluido, tuttavia per la conservazione della massa la velocità del flusso $u_p$ rimane la stessa: $u_{p,i} = u_{p,e} = u_p$, avendo indicato con l'ulteriore pedice $i$ la sezione immediatamente a monte dell'elica, e con $e$ quella immediatamente a valle. La conservazione della quantità di moto implica quindi:

$$\underbrace{\dot{m}_{a,el}\, u_p}_{\text{q. di moto uscente}} - \underbrace{\dot{m}_{a,el}\, u_p}_{\text{q. di moto entrante}} = \underbrace{F}_{\text{Spinta}} - \underbrace{(p_{p,e} - p_{p,i})\, A_p}_{\text{Forza di pressione}} \tag{3.27}$$

che si semplifica come:

$$F = (p_{p,e} - p_{p,i})\, A_p \tag{3.28}$$

Adottando l'ipotesi di fluido incomprimibile (accettabile per numero di Mach di volo indicativamente $M < 0.3$), vale l'equazione di Bernouilli, che può essere applicata separatamente a monte e a valle dell'elica (cioè tra la sezione d'ingresso del tubo di flusso attraverso l'elica, e la sua sezione immediatamente a monte dell'elica, e poi tra la sezione immediatamente a valle dell'elica e la sezione d'uscita del tubo di flusso):

$$p_{p,i} + \frac{\rho_a u_p^2}{2} = p_a + \frac{\rho_a V_0^2}{2} \tag{3.29}$$

$$p_{p,e} + \frac{\rho_a u_p^2}{2} = p_a + \frac{\rho_a u_w^2}{2} \tag{3.30}$$

per cui

$$p_{p,i} = p_a + \rho_a \frac{V_0^2 - u_p^2}{2} \tag{3.31}$$

$$p_{p,e} = p_a + \rho_a \frac{u_w^2 - u_p^2}{2} \tag{3.32}$$

Dalla (3.28) si ottiene allora un'espressione per la spinta in una forma in cui appaiono esplicitamente l'area $A_p$ del disco spazzato dall'elica e la densità $\rho_a$ dell'aria ambiente:

$$F = \rho_a A_p \frac{u_w^2 - V_0^2}{2} \tag{3.33}$$

Confrontando allora questa espressione con la (3.26), e ricordando che, sotto le ipotesi adottate, la portata in massa attraverso l'elica può anche essere espressa come ($\rho_a$ è supposta appunto costante)

$$\dot{m}_{a,el} = \rho_a u_p A_p \tag{3.34}$$

si ottiene che la velocità $u_p$ del flusso attraverso l'elica è

$$u_p = \frac{u_w + V_0}{2} \tag{3.35}$$

Le relazioni (3.31,3.32) tra pressione a monte e valle dell'elica, e velocità $u_w$ in uscita dal tubo di flusso attraverso l'elica considerato in fig. (3.5), indicano che la differenza di pressione tra monte e valle dell'elica porta appunto ad un incremento della velocità dell'aria tra ingresso ed uscita del tubo di flusso in fig. 3.5, da $V_0$ a $u_w$.

### 3.1.4 Turboelica

Una volta ottenuta l'espressione della spinta per un motore ad elica, si possono utilizzare questa espressione e quella ottenuta per gli esoreattori per ottenere l'espressione della spinta di un turboelica, in cui gran parte della spinta viene generata dall'elica ma una piccola parte, comunque non trascurabile, è anche fornita dal getto. Indicando ancora con $\dot{m}_{a,el}$ la portata d'aria che scorre attraverso l'elica, e con $\dot{m}_a$ quella che scorre entro il motore, ha evidentemente

$$F \;=\; \dot{m}_{a,el}\left(u_w \,-\, V_0\right) \,+\, \dot{m}_a\,\left[(1\,+\,f)\,u_e \,-\, V_0\right] \,+\, (p_e \,-\, p_a)\,A_e \tag{3.36}$$

ed adottando le ipotesi semplicative indicate alla fine del par. 3.1.2 ($f \ll 1$, $p_e \simeq p_a$)

$$\boxed{F \;\simeq\; \dot{m}_{a,el}\left(u_w \,-\, V_0\right) \,+\, \dot{m}_a\,(u_e \,-\, V_0)} \tag{3.37}$$

## 3.2 Indici di prestazione per motori aeronautici

Due sono i requisiti d'interesse per motori aeronautici, il consumo di combustibile ed il peso. Nei successivi due paragrafi sono definiti gli indici di prestazione appropriati per valutare tali requisiti.

### 3.2.1 Potenze e rendimenti

Il compito precipuo di un motore aeronautico è quello di fornire una spinta $F$ per vincere la resistenza aerodinamica $D$ (da *drag*, resistenza) all'avanzamento in condizioni di volo di crociera, quindi a quota e velocità costanti. In queste condizioni la spinta richiesta è quindi

$$F = D \tag{3.38}$$

La potenza utile al volo dell'aereo è quindi data dal prodotto della spinta $F$ per la distanza coperta nell'unità di tempo, cioè la velocità di volo $V_0$; questa è chiamata *potenza propulsiva* (o *potenza di spinta*)

$$P_p = F\,V_0 \tag{3.39}$$

La potenza che viene fornita all'aereo, chiamato *potenza disponibile* $P_{av}$ (da *available*, disponibile), è invece data dalla somma dell'energia che può essere sviluppata dalla combustione della portata in massa di combustibile $\dot{m}_f$ fornita ai motori dell'aereo, e dell'energia cinetica posseduta dal combustibile stesso per il fatto di trovarsi in moto a velocità $V_0$ a bordo dell'aereo. Chiamando $Q_f$ il potere calorifico *inferiore* del combustibile, cioè l'energia che viene sviluppata dalla combustione dell'unità di massa di combustibile (senza recupero del calore latente di evaporazione dell'acqua – sotto forma di vapore – che si forma come prodotto della combustione), la potenza disponibile risulta quindi

$$P_{av} = \dot{m}_f \left( Q_f + \frac{V_0^2}{2} \right) \tag{3.40}$$

Occorre però notare che il termine di energia cinetica risulta di gran lunga inferiore a quello dovuto alla combustione. Infatti il potere calorifico dei combustibili adottati dai motori aeronautici è tipicamente intorno al valore

$$Q_f = 43\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}} \tag{3.41}$$

(equivalenti a circa 10 300 kcal/kg nel sistema tecnico, spesso adottato per esprimere tale grandezza), mentre il termine di energia cinetica per un aereo che vola ad un numero di Mach 0.8 (tipico degli aerei da trasporto commerciali) ad una quota di 11 000 m (dove secondo l'atmosfera standard ICAO [21] la velocità del suono vale 295 m/s) risulta

$$\left(\frac{V_0^2}{2}\right)_{0.8} = \frac{(0.8 \cdot 295)^2}{2} = 0.028 \, \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \tag{3.42}$$

ed anche per un aereo supersonico che vola a Mach 2

$$\left(\frac{V_0^2}{2}\right)_{2} = \frac{(2 \cdot 295)^2}{2} = 0.174 \, \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \tag{3.43}$$

quindi in ogni caso assolutamente trascurabile rispetto a $Q_f$. Possiamo quindi semplificare l'espressione della potenza disponibile come

$$P_{av} \simeq \dot{m}_f \, Q_f \tag{3.44}$$

La potenza disponibile viene dapprima trasformata dal motore in potenza meccanica (per esempio potenza all'asse per un motoelica o turboelica; potenza del getto nel caso di un esoreattore), e poi trasformata in potenza propulsiva dall'organo propulsivo (elica o ugello). Chiamiamo questa potenza meccanica in ingresso all'organo propulsivo *potenza del getto* $P_j$ (da *jet*, getto).

La potenza del getto può essere ricavata tenendo conto del fatto che una parte della potenza fornita all'organo propulsivo è trasformata in potenza propulsiva $P_p$, ma una parte viene perduta, e successivamente dissipata nell'atmosfera, per cui viene chiamata *potenza dissipata* $P_d$. Nel caso di un'elica, poiché all'uscita del tubo di flusso dell'elica la velocità (relativa all'aereo) è $u_w$, un osservatore a terra potrebbe vedere una scia che si muove in direzione opposta all'aereo con velocità $u_w - V_0$, quindi con energia cinetica (per unità di massa) $(u_w - V_0)^2/2$ che non è sfruttata fini propulsivi. La potenza dissipata può essere pertanto espressa come

$$P_{d,el} = \dot{m}_{a,el} \, \frac{(u_w - V_0)^2}{2} \tag{3.45}$$

e pertanto la potenza del getto dell'elica può essere espressa come somma della potenza propulsiva, dove $F$ può essere espressa tramite la (3.26), e della potenza dissipata

$$P_{j,el} \;=\; P_p \;+\; P_{d,el} \;=\; \dot{m}_{a,el}\,(u_w \,-\, V_0)\,V_0 \;+\; \dot{m}_{a,el}\,\frac{(u_w \,-\, V_0)^2}{2} \tag{3.46}$$

che dà

$$P_{j,el} \;=\; \dot{m}_{a,el}\,\frac{u_w^2 \,-\, V_0^2}{2} \tag{3.47}$$

Analogamente, per un esoreattore la potenza dissipata è esprimibile come, sotto l'approssimazione $f \ll 1$ (cioè trascurando la portata di combustibile rispetto a quella di aria)

$$P_d \;\simeq\; \dot{m}_a\,\frac{(u_e \,-\, V_0)^2}{2} \tag{3.48}$$

e pertanto la potenza del getto può essere espressa come somma della potenza propulsiva, con $F$ espressa tramite la (3.20) sotto l'ulteriore approssimazione di ugello adattato, e della potenza dissipata

$$P_j \;=\; P_p \;+\; P_d \;\simeq\; \dot{m}_a\,(u_e \,-\, V_0)\,V_0 \;+\; \dot{m}_a\,\frac{(u_e \,-\, V_0)^2}{2} \tag{3.49}$$

da cui

$$\boxed{P_j \;\simeq\; \dot{m}_a\,\frac{u_e^2 \,-\, V_0^2}{2}} \tag{3.50}$$

Possiamo ora *definire* il rendimento con il quale la potenza disponibile viene trasformata in potenza del getto dal motore, detto *rendimento termodinamico*

$$\boxed{\eta_{th} \;=\; \frac{P_j}{P_{av}}} \tag{3.51}$$

poi il rendimento con il quale la potenza del getto è trasformata in potenza propulsiva dall'organo propulsivo (elica od ugello), detto *rendimento propulsivo*

$$\boxed{\eta_p \;=\; \frac{P_p}{P_j}} \tag{3.52}$$

ed infine, più importante di tutti, il rendimento con il quale la potenza disponibile è trasformata nel termine utile al moto, cioè la potenza propulsiva, detto *rendimento globale* ed indicato con $\eta_o$ (da *overall*, globale)

$$\boxed{\eta_o \;=\; \frac{P_p}{P_{av}}} \tag{3.53}$$

per il quale risulta evidentemente

$$\boxed{\eta_o \;=\; \eta_{th}\,\eta_p} \tag{3.54}$$

Per ricavare un'espressione del rendimento termodinamico di un motore occorrerà entrare nei dettagli del ciclo di funzionamento del motore stesso, studio che sarà affrontato nei prossimi capitoli. Per il rendimento propulsivo è possibile invece ricavare un'espressione formale sulla base della conoscenza della sola velocità della scia $u_w$ (per motori ad elica) o di uscita del getto $u_e$ (per motori a getto), e della velocità di volo. Dalle (3.46,3.39,3.26,3.52) si ottiene, per motori ad elica

$$\eta_p \;\simeq\; \frac{F\,V_0}{\dot{m}_{a,el}\,(u_w^2 \,-\, V_0^2)/2} \;=\; \frac{\dot{m}_{a,el}\,(u_w \,-\, V_0)\,V_0}{\dot{m}_{a,el}\,(u_w^2 \,-\, V_0^2)/2} \;=\; \frac{2\,V_0}{u_w \,+\, V_0} \tag{3.55}$$

ed analogamente per i motori a getto, dalle (3.50,3.39,3.20,3.52) sotto le consuete approssimazioni $f \ll 1$ ed ugello adattato, si ottiene

$$\eta_p \;\simeq\; \frac{F\,V_0}{\dot{m}_a\,(u_e^2 \,-\, V_0^2)/2} \;=\; \frac{\dot{m}_a\,(u_e \,-\, V_0)\,V_0}{\dot{m}_a\,(u_e^2 \,-\, V_0^2)/2} \;=\; \frac{2\,V_0}{u_e \,+\, V_0} \tag{3.56}$$

Possiamo definire il rapporto di velocità

$$\nu = \begin{cases} \dfrac{V_0}{u_w} & \text{motori ad elica} \\ \dfrac{V_0}{u_e} & \text{esoreattori} \end{cases} \tag{3.57}$$

che permette di esprimere in ogni caso il rendimento propulsivo nella forma

$$\boxed{\eta_p = \frac{2\,\nu}{1 + \nu}} \tag{3.58}$$

La (3.58) implica che il rendimento propulsivo cresce con $\nu$ (la derivata di $\eta_p$ rispetto a $\nu$ è sempre positiva); $\nu$ può spaziare valori tra zero ed uno, ma per $\nu = 1$ si ha $u_w = V_0$ o $u_e = V_0$ per cui la spinta (3.26,3.20) si annulla. Per gli esoreattori, il valore di $u_e$ nella (3.57) va ancora ricavato dall'analisi del ciclo del motore. Il rendimento propulsivo di una data elica risulta invece essere una funzione principalmente della velocità dell'aereo (oltreché di varie grandezze relative all'elica). Non possiamo qui entrare nei dettagli della valutazione del rendimento di un'elica, ma riportiamo a titolo indicativo in fig. 3.7 l'andamento tipico del rendimento propulsivo di un'elica in funzione della velocità di volo.

Si osserva chiaramente come il rendimento propulsivo dell'elica cresca dapprima quasi linearmente con la velocità di volo per poi raggiungere un massimo intorno ad una velocità di volo intorno ai 600 km/h, ed infine crolli bruscamente per velocità superiori a causa della formazione di onde d'urto all'estremità delle pale (accompagnata, inoltre, da forte generazione di rumore). La figura indica quindi molto chiaramente i limiti dell'elica in materia di velocità di volo conseguibili.

Per i motori ad elica, si introduce inoltre come indice di prestazione il consumo specifico, indicato come $SFC$ (*Specific Fuel Consumption*), o anche come $BSFC$ (*Brake Specific Fuel Consumption*, perché la potenza del motore viene valutata come prodotto della coppia per la velocità angolare di rotazione, e la coppia viene misurata mediante un freno – *brake* – dinamometrico) definito come

$$\boxed{SFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax}}} \tag{3.59}$$

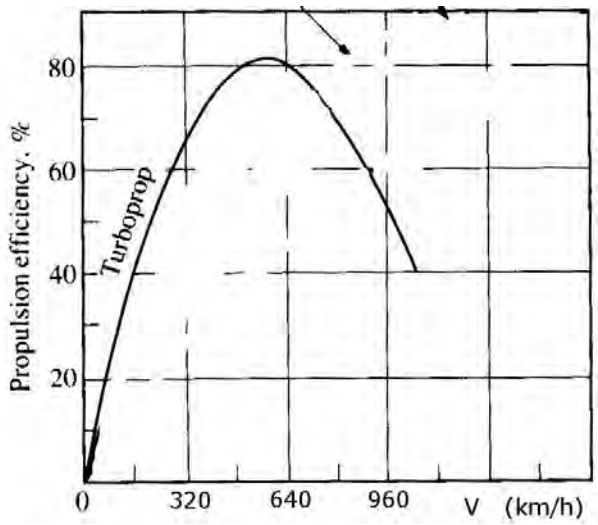



Figure 3.7: Andamento del rendimento propulsivo dell'elica in funzione della velocità di volo (adattata da [16]).

dove $P_{ax}$ è la potenza all'asse del motore, che coincide praticamente con la potenza $P_{j,el}$ conferita al flusso d'aria che attraversa l'elica[3]. $SFC$ ha quindi il significato di consumo per unità di potenza prodotta. Se esprimiamo $\dot{m}_f$ in kg/s e la potenza in W, la (3.59) dà il $SFC$ in kg/(W s), unità poco pratica (risultano valori molto piccoli); si preferisce pertanto adottare come unità i kg/(kW h), il che implica moltiplicare il risultato numerico della (3.59) per 3 600 000 (3600 s/h · 1000 W/kW).

$$\boxed{SFC \;=\; 3\,600\,000 \;\frac{\dot{m}_f}{P_{ax}}} \qquad \text{in} \quad \frac{\text{kg}}{\text{kWh}} \tag{3.60}$$

Spesso la potenza dei motoelica o turboelica è ancora espressa in cavalli–vapore (1 CV = 0.7355 kW, 1 HP = 0.746 kW).

Per gli esoreattori si introduce analogamente il consumo specifico di spinta $TSFC$ (*Thrust Specific Fuel Consumption*, *thrust* = spinta), definito come

[3]Una piccola parte della potenza all'asse del motore, 1 o 2%, può essere dissipata in presenza di un riduttore tra l'asse del motore e l'elica, necessario per adattare le rispettive velocità di rotazione ai valori più convenienti per ciascuno di questi due organi.

$$\boxed{TSFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{F}} \tag{3.61}$$

che ha quindi il significato di consumo per unità di spinta prodotta. Se esprimiamo ancora $\dot{m}_f$ in kg/s e la spinta in N, la (3.61) dà il $TSFC$ in kg/(N s), unità anch'essa poco pratica (risultano anche in questo caso valori molto piccoli); si preferisce pertanto adottare come unità i kg/(N h), il che implica moltiplicare il risultato numerico della (3.59) per 3 600:

$$\boxed{TSFC \;=\; 3\,600\;\frac{\dot{m}_f}{F}} \qquad \text{in} \quad \frac{\text{kg}}{\text{N h}} \tag{3.62}$$

Spesso, anzi nella grande maggioranza dei casi, il $TSFC$ di un motore viene dato riferito alla spinta espressa in kg–forza (1 $\text{kg}_f$ = 9.80665 N); non seguiremo tuttavia in questo testo tale convenzione. Per passare dai valori di $TSFC$ espressi in kg/($\text{kg}_f$ h) a quelli in kg/(N h) occorre quindi dividere per il valore dell'accelerazione standard al livello del suolo

$$g_0 \;=\; 9.80665\;\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{3.63}$$

e viceversa. Nel caso del turboelica, la spinta è prodotta in massima parte dall'elica, ma in misura significativa (tipicamente 5 – 20%) anche dal getto. Si adotta allora per questi motori un $ESFC$ (*Equivalent Specific Fuel Consumption*, o anche $EBSFC$, *Equivalent Brake Specific Fuel Consumption*), assimilando la spinta dovuta al getto ad una potenza all'asse tramite una relazione del tipo (3.52), calcolando quindi una potenza all'albero fittizia dovuta al getto come

$$P_{ax,j} \;=\; \frac{P_{p,j}}{\eta_p^*} \;=\; \frac{F_j\,V_0}{\eta_p^*} \tag{3.64}$$

dove $F_j$ e $P_{p,j}$ indicano la spinta del getto uscente dall'ugello, e la corrispondente potenza propulsiva; $\eta_p^*$ indica un rendimento dell'elica, al quale è assegnato per convenzione il valore 0.80, tipico delle eliche. Si definisce pertanto una *potenza equivalente* del turboelica

$$P_{eq} \;=\; P_{ax} \;+\; P_{ax,j} \tag{3.65}$$

Il consumo equivalente del turboelica è quindi definito come

$$\boxed{ESFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{P_{eq}}} \tag{3.66}$$

Per gli esoreattori, possiamo notare che il $TSFC$, moltiplicando numeratore e denominatore nella sua definizione (3.61) per $V_0\, Q_f$, può essere espresso come

$$\boxed{TSFC \;=\; \frac{1}{\eta_o}\,\frac{V_0}{Q_f}} \tag{3.67}$$

per cui ha sostanzialmente, *fissata la velocità di volo* $V_0$, un significato analogo (ancorché inverso) al rendimento globale. Risulta quindi utile per confrontare le prestazioni di propulsori che azionano aerei che volano più o meno tutti alla stessa velocità, come è il caso degli attuali aviogetti commerciali. Non è invece adatto a confrontare le prestazioni di aerei che volano a velocità significativamente diverse.

Le grandezze definite in questo paragrafo permettono quindi di valutare con quale rendimenti l'energia dovuta alla combustione viene trasformata in un termine utile al moto. Nel par. 3.2.2 definiremo invece grandezze intese a valutare un differente aspetto del progetto del motore.

**Commento** Ovviamente si desidera dal motore un consumo specifico il più basso possibile; è tuttavia opportuno chiarire i motivi. Il costo del combustibile rappresenta generalmente il 20 – 30% del totale delle spese sostenute da una compagnia aerea (questa percentuale risente fortemente delle oscillazioni del prezzo del petrolio); assumiamo qui che sia il 25%. Se ipotizziamo di riuscire a ridurre dell'1% il consumo specifico dei motori, dobbiamo quindi a prima vista aspettarci una riduzione dello 0.25% dei costi totali della compagnia aerea, valore significativo ma diciamo non eccezionalmente alto. Occorre però tener presente che la riduzione del consumo specifico comporta una riduzione della massa di combustibile da stoccare a bordo; a parità di massa complessiva dell'aereo al decollo, tale riduzione si traduce pertanto in un aumento del carico utile che può essere trasportato. La

massa del combustibile, specie per aerei a lungo raggio, può essere notevolmente superiore alla massa riservata al carico utile; per esempio del caso dell'Airbus A330–500 la massa del combustibile è tre volte la massa del carico utile. Supponiamo, per semplicità di calcolo, che la massa del carico utile[4] sia il 10% della massa dell'aereo al decollo, e la massa del combustibile il 30%; l'ipotizzata riduzione dell'1% della massa del combustibile porta al 29.7% la percentuale in massa del combustibile, per cui il carico utile può salire allo 10.3%, quindi in termini relativi è aumentato del 3%. Il costo sostenuto dalla compagnia per unità di massa del carico utile passa quindi (normalizzando al valore 100 tanto i costi operativi che il carico utile nella configurazione iniziale) dal valore 100/100=1 al valore

$$\frac{100\ -\ 0.25}{100\ +\ 3} = \frac{99.75}{103} \simeq 96.85 \tag{3.68}$$

con una riduzione quindi di ben il 3.15% dei costi per unità di massa, a fronte di una riduzione ipotizzata del solo 1% del consumo specifico. Questo sottolinea l'importanza di contenere i consumi (anche per altri motivi, quali l'inquinamento e l'emissione di anidride carbonica, principale responsabile del riscaldamento globale o effetto serra), e più in generale le masse di tutti i componenti dell'aereo.

### 3.2.2 Potenza e spinta specifica

Nel campo aerospaziale è evidentemente essenziale contenere le masse (o equivalentemente il peso) dei diversi componenti, quindi in particolare dei motori. Data la potenza (per motori ad elica) o la spinta (per esoreattori) richiesta, desideriamo che la massa del motore sia quanto più piccola possibile. È quindi utile introdurre i rapporti potenza/massa (per motori ad elica, espressa in kW/kg)

$$\begin{cases} P_{ax}/m_{eng} & \text{motoelica} \\ P_{eq}/m_{eng} & \text{turboelica} \end{cases} \tag{3.69}$$

e spinta/peso (per esoreattori, grandezza adimensionale)

[4] In realtà per l'aereo in questione le frazioni di massa del carico utile e del combustibile sono rispettivamente 14.1% e 42.3%.

$$\frac{F}{w_{eng}} = \frac{F}{g_0\, m_{eng}} \tag{3.70}$$

dove $m_{eng}$ e $w_{eng}$, sono massa e peso del motore (da *engine*, motore), legati dal valore dell'accelerazione di gravità per la quale si assume il valore standard (3.63).

Ovviamente si desidera che questi indici assumano i valori più alti possibile. La valutazione della massa, o del peso di un motore, risulta tuttavia estremamente complessa. Adottiamo perciò in queste note un criterio di significato approssimativamente equivalente. Possiamo dire che la massa del motore sia circa proporzionale alla portata in massa di aria $\dot{m}_a$ ingerita dal motore (che ne determina le dimensioni), ed introduciamo quindi la potenza specifica (per motori ad elica, potenza per unità di portata in massa di aria ingerita, con dimensioni quindi di un lavoro per unità di massa)

$$\boxed{L_a = \begin{cases} P_{ax}/\dot{m}_a & \text{motoelica} \\ P_{eq}/\dot{m}_a & \text{turboelica} \end{cases}} \tag{3.71}$$

e la spinta specifica per i motori a getto

$$\boxed{I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} \simeq u_e - V_0} \tag{3.72}$$

dove si è utilizzata la (3.20); sottolineiamo che per i turbofan la portata a denominatore è la portata d'aria complessiva (quindi somma della portata primaria $\dot{m}_{a,1}$ e di quella secondaria $\dot{m}_{a,2}$). Questi indici quindi serviranno da guida per stimare il rapporto potenza/massa o spinta/peso del motore.

**Commento** Ovviamente anche una riduzione della massa del motore comporta un parallelo incremento della massa del carico utile, a parità di massa al decollo, con conseguente riduzione dei costi operativi per unità di massa del carico utile.

## 3.3 Indici di prestazione per endoreattori

Anche per gli endoreattori i requisiti d'interesse, come per i motori aeronautici, sono il consumo di propellenti ed il peso del motore. Nei successivi due paragrafi sono definiti gli indici di prestazione appropriati per valutare tali requisiti.

### 3.3.1 Velocità d'uscita equivalente

Per gli endoreattori, la grandezza usata per quantificare il consumo specifico è la di velocità di uscita equivalente (o efficace), definita come rapporto tra la spinta e la portata in massa $\dot{m}$ espulsa dall'ugello (quindi ha un significato inverso rispetto al $TSFC$ usato per gli esoreattori)

$$\boxed{u_{eq} \;=\; \frac{F}{\dot{m}}} \tag{3.73}$$

$\dot{m}$ è anche uguale alla portata in massa di propellenti, in quanto tutto il fluido propulsivo è immagazzinato a bordo, negli endoreattori. La velocità d'uscita equivalente si misura perciò in m/s. In effetti è molto più usato come indice di prestazione, per consuetudine storica, l'impulso specifico, definito come rapporto tra la spinta e la portata *in peso* dei propellenti

$$\boxed{I_{sp} \;=\; \frac{F}{\dot{w}}} \tag{3.74}$$

che risulta espresso in secondi. Incidentalmente, l'impulso specifico può essere anche interpretato come il periodo di tempo per il quale un'assegnata massa di propellente è in grado di fornire una spinta pari al suo peso (a livello del mare). Per quanto valutare il peso del propellente al livello del mare sia del tutto arbitrario, specie per propulsori che tipicamente operano nello spazio, questa definizione presenta il (relativo) vantaggio che l'impulso specifico risulta espresso in secondi, indipendentemente dal sistema di unità di misura considerato. Vale ovviamente la relazione

$$\dot{w} \;=\; g_0\,\dot{m} \tag{3.75}$$

dove $g_0$ è l'accelerazione standard di gravità (3.63), per cui

$$I_{sp} = \frac{F}{g_0 \, \dot{m}} \tag{3.76}$$

ossia

$$\boxed{I_{sp} = \frac{u_{eq}}{g_0}} \tag{3.77}$$

Quindi il valore numerico dell'impulso specifico in secondi è pari a circa un decimo della velocità efficace di uscita espressa in m/s. Occorre comunque osservare che talvolta la grandezza (3.73) viene anch'essa direttamente indicata come impulso specifico, con unità di m/s oppure N/(kg s) (ovviamente equivalenti).

### 3.3.2 Rapporto spinta/peso

Anche per gli endoreattori possiamo definire un rapporto spinta/peso del motore secondo la (3.70). Per lanciatori che devono decollare da terra, esso deve necessariamente assumere valori maggiori di uno; motori con un rapporto spinta/peso inferiore ad uno possono essere impiegati solo su satelliti e sonde già in orbita.

Per alcuni tipi di motore l'identificazione del peso del solo motore non è immediata, e comunque, come per gli esoreattori, la valutazione della massa, o del peso di un motore, risulta estremamente complessa. Possiamo anche in questo caso tentare di definire una grandezza di significato simile, ma calcolabile con relativa facilità, come per esempio il coefficiente di spinta

$$\boxed{C_F = \frac{F}{p_c \, A_t}} \tag{3.78}$$

dove $p_c$ è la pressione nella camera di combustione dell'esoreattore. Tuttavia $C_F$ non è in realta molto indicativo del rapporto spinta/peso del motore, perché la massa (e il peso) del motore dipendono certo dalle dimensioni della sezione di gola, ma anche dalla pressione in camera $p_c$, che detta il dimensionamento di molti organi.

| Propulsore | $SFC$, $ESFC$ kg/(kW h) | $P/m_{eng}$ kW/kg | $P/A_{eng}$ kW/m$^2$ |
|---|---|---|---|
| Motoelica | $0.20 \div 0.30$ | 0.8 – 1.8 | 300 – 2000 |
| Turboelica | $0.22 \div 0.36$ | 2.5 – 3.8 | 5000 – 12000 |

Table 3.1: Consumo specifico, rapporto potenza/peso e rapporto potenza/area frontale per motori ad elica (per il turboelica si fa riferimento alla potenza equivalente).

| Propulsore | $TSFC$, $ESFC$ kg/(N h) | $F/w_{eng}$ |
|---|---|---|
| Turbogetto a $M_0$=0.8 | 0.09 | $3 \div 5$ |
| Turbogetto a $M_0$=2 | 0.12 | $4 \div 5$ |
| Turbofan a $M_0$=0.8 | $0.052 \div 0.06$ | $4 \div 6$ |
| Turbogetto con postbruciatore a $M_0$=2 | 0.15 | 8 |
| Autoreattore a $M_0$=1 | 0.46 | |
| Autoreattore a $M_0$=2 | $0.17 \div 0.26$ | 30 |

Table 3.2: Consumo specifico e rapporto spinta/peso per esoreattori.

## 3.4 Valori tipici degli indici di prestazione

Riportiamo alcuni valori tipici degli indici di prestazione di alcune famiglie di motori. Per i motori ad elica consideriamo i valori in tab. 3.1.

Si notino le migliori prestazioni del motoelica in termini di consumo specifico rispetto ai turboelica, i quali ultimo sono però caratterizzati da migliori rapporti potenza/massa e minor ingombro frontale (quindi minore resistenza aerodinamica).

Per quanto riguarda i propulsori a getto, le prestazioni dipendono fortemente dalla velocità (o equivalentemente dal numero di Mach $M_0$) di volo. La tab. 3.2 riporta alcuni dati indicativi.

Si può notare che il turbofan è caratterizzato, per velocità subsoniche, da un consumo sensibilmente inferiore a quello del turbogetto semplice (oltre che da una minore rumorosità). Il turbogetto con postbruciatore presenta un consumo, a velocità supersoniche, superiore a quello del turbogetto semplice, ma permette un migliore rapporto spinta/peso. Il consumo di un autoreattore diventa paragonabile a quello di un turbogetto con postbruciatore solo ad alte velocità supersoniche.

Osserviamo che i valori del rapporto spinta/peso qui riportati fanno riferimento alla spinta *statica*, cioè per velocità di volo nullo o come si dice *punto fisso*. I motori vengono infatti caratterizzati in base alla spinta statica; la spinta in volo sarà necessariamente minore per la (3.20) a causa del

| Propulsore | $u_{eq}$ m/s | $F/w_{eng}$ |
|---|---|---|
| Chimico, propellenti liquidi | $2500 \div 4600$ | $50 \div 100$ |
| Chimico, propellenti solidi | $2000 \div 3000$ | |
| Resistogetto | $2000 \div 8000$ | 0.06 |
| Arcogetto | $4000 \div 20000$ | 0.01 |
| Elettrostatico | $25000 \div 34000$ | 0.001 |
| Elettromagnetico | $3000 \div 12000$ | 0.0001 |

Table 3.3: Velocità equivalente di uscita e rapporto spinta/peso per endoreattori.

termine sottrattivo in $V_0$, oltre che per altri motivi che saranno in seguito indicati.

Alcuni dati per i diversi tipi di endoreattori sono riportati in tab. 3.3. Si notino i valori più elevati della velocità equivalente degli endoreattori a propellenti liquidi rispetto a quelli a propellenti solidi. Gli endoreattori elettrici garantiscono prestazioni molto elevate in termini di $u_{eq}$, ma sono caratterizzati da rapporti spinta/peso estremamente bassi (in particolare, minori di uno, per cui non possono decollare dal suolo; possono, come detto, essere usati solo su satelliti o sonde già in orbita).

## 3.5 Autonomia di un aeroplano

La massima distanza che un aeroplano è in grado di percorrere con una data massa $m_f$ di combustibile è detta autonomia (*range*). È un indice di prestazione che non riguarda solo il motore, ma bensì l'accoppiamento motore–velivolo. Considerando condizioni di volo a quota e velocità costanti, la spinta dei motori deve essere pari alla resistenza aerodinamica $D$ del velivolo, e può essere espressa come

$$F = D = \frac{L}{L/D} = \frac{m\,g}{L/D} \tag{3.79}$$

dove $L/D$ è il rapporto portanza/resistenza (detto *efficienza aerodinamica*) dell'aeromobile; la portanza $L$ (da *lift*) deve eguagliare il peso dell'aereo, di massa $m$ al tempo considerato. Possiamo eguagliare la (3.79) all'espressione che si ottiene esplicitando la spinta dalla definizione del rendimento globale (3.53), che riscriviamo secondo le (3.39,3.44)

$$\eta_o \;=\; \frac{F\,V_0}{\dot{m}_f\,Q_f} \tag{3.80}$$

dalla quale, considerando che la portata in massa di combustibile è uguale e opposta alla derivata temporale della massa dell'aereo (cioè l'aereo diminuisce di massa per il consumo di combustibile)

$$F \;=\; -\,\frac{\eta_o\,Q_f}{V_0}\,\frac{dm}{dt} \tag{3.81}$$

Eguagliando quindi le (3.79,3.81) si ha

$$\frac{m\,g}{L/D} \;=\; -\,\frac{\eta_o\,Q_f}{V_0}\,\frac{dm}{dt} \tag{3.82}$$

Possiamo estrarre dalla (3.82) il tempo di volo infinitesimo che corrisponde al consumo di una massa $dm$ di combustibile

$$dt \;=\; -\,\frac{\eta_o\,L/D}{V_0}\,\frac{Q_f}{g}\,\frac{dm}{m} \tag{3.83}$$

Assumendo che $\eta_o$ e l'efficienza aerodinamica siano costanti durante il volo, la (3.83) può essere integrata tra il tempo iniziale $t_{in}$ e quello finale $t_{fin}$

$$\Delta t \;=-\,\frac{\eta_o\,L/D}{V_0}\,\frac{Q_f}{g}\int_{t_{in}}^{t_{fin}}\frac{dm}{m} \;=\; \frac{\eta_o\,L/D}{V_0}\,\frac{Q_f}{g}\,\log_e\frac{m_{in}}{m_{fin}} \tag{3.84}$$

L'aereo può restare in volo a velocità costante $V_0$ per un tempo $\Delta t$, consumando una massa di combustibile

$$m_f \;=\; m_{in} \;-\; m_{fin} \tag{3.85}$$

e coprendo di conseguenza la distanza $s$

$$\boxed{s \;=\; V_0\,\Delta t \;=\; \eta_o\,\frac{L}{D}\;\frac{Q_f}{g}\;\log_e\frac{m_{in}}{m_{fin}}} \tag{3.86}$$

che è l'equazione di Breguet. La massa di combustibile può essere esplicitata come

$$m_f \;=\; m_{in}\left(1 \;-\; \frac{m_{fin}}{m_{in}}\right) \;=\; m_{in}\left[1 \;-\; \exp\left(-\frac{s}{\eta_o\,\dfrac{L}{D}\;\dfrac{Q_f}{g}}\right)\right] \tag{3.87}$$

Si può facilmente verificare (e d'altronde è intuitivo) che la massa di combustibile richiesto per coprire la distanza $s$ è funzione decrescente del rendimento globale $\eta_o$ e dell'efficienza aerodinamica $L/D$. Quindi per avere il minimo consumo di combustibile occorre ricercare il massimo del prodotto tra rendimento globale (caratteristica del motore) ed efficienza aerodinamica $L/D$ (caratteristica del velivolo). Dagli andamenti riportati in fig. 3.8 si può osservare che, anche se per ottenere un alto rendimento globale del motore converrebbe volare a velocità molto elevate, la caduta di efficienza aerodinamica $L/D$ che si verifica nella transizione tra volo subsonico e volo supersonico fa sì che il prodotto tra efficienza e rendimento globale assuma un massimo a velocità leggermente inferiori a quella sonica. Questa è una (la principale) delle ragioni per cui gran parte degli aerei di linea adotta un numero di Mach di volo in condizioni di crociera prossimo a $M \sim 0.8 \div 0.85$. Per raggiungere un valore del prodotto $\eta_0\,L/D$ paragonabile a quello subsonico, occorrerebbe spingersi a numeri di Mach di volo superiori a 3, con tutti i problemi che questo comporta, in termini di materiali (a causa del riscaldamento aerodinamico, non si può utilizzare l'alluminio – leggero, densità circa 2700 kg/m$^3$, ma che rammollisce a poche centinaia di gradi Celsius, ma occorre impiegare acciaio od il più costoso titanio, entrambi comunque più pesanti dell'alluminio – densità acciaio circa 7900 kg/m$^3$, titanio circa 4600 kg/m$^3$), configurazione aerodinamica (una configurazione che assicuri la stabilità di volo ad alto numero di Mach risulta poco manovrabile a velocità subsonica, mentre una che garantisca una buona manovrabilità a bassa velocità risulta poco stabile ad alto numero di Mach), boom sonico, costi, inquinamento.

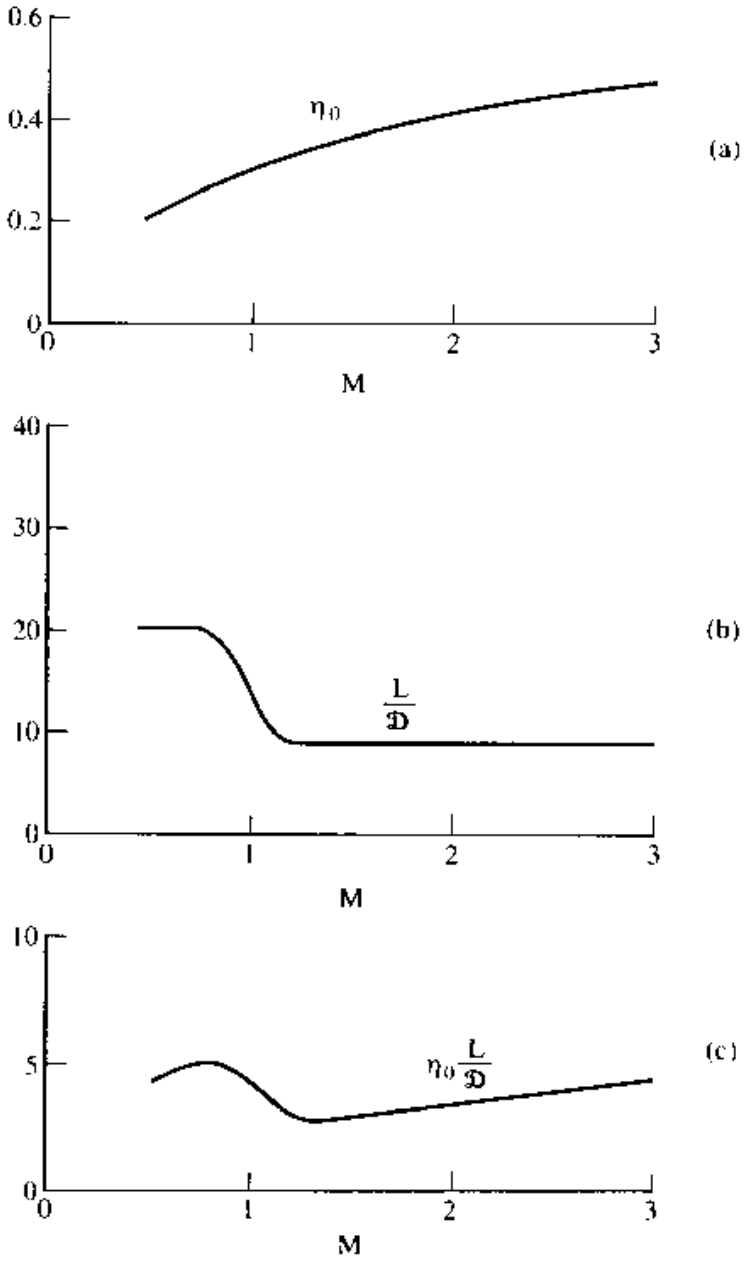



Figure 3.8: Andamento tipico del rendimento globale e dell'efficienza aerodinamica al variare del numero di Mach, da [16].

# Domande di verifica

1. Quali sono le due componenti della spinta di un endoreattore? Qual è la componente prevalente?

2. Qual è la condizione che dà il massimo della spinta di un endoreattore, fissate le condizioni a monte dell'ugello?

3. Com'è definita la velocità di efflusso equivalente? E l'impulso specifico? Che relazione sussiste tra le due grandezze?

4. Quali sono le due componenti della spinta di un esoreattore? Qual è la componente prevalente?

5. Qual è la condizione che dà il massimo della spinta di un esoreattore, fissate le condizioni a monte dell'ugello?

6. Come si esprime la spinta di un propulsore ad elica?

7. Definire le tre potenze coinvolte nella definizione dei rendimenti.

8. Qual è il termine prevalente nella potenza disponibile? Perché?

9. Cos'è la potenza dissipata?

10. Definire i tre rendimenti di interesse nel campo aeronautico, e la relazione fra di essi.

11. Quanto vale tipicamente il potere calorifico inferiore dei combustibili aeronautici?

12. In quali unità si esprime il consumo specifico di un motoelica o di un turboelica?

13. Quanto vale tipicamente il consumo specifico equivalente di un turboelica?

14. In quali unità si esprime il consumo specifico di spinta di un esoreattore?

15. Quanto vale tipicamente il consumo specifico di spinta di un turbofan?

16. Quanto vale tipicamente il rapporto spinta statica/peso del motore di un turbofan?

17. Quale relazione sussiste tra $TSFC$ e rendimento globale?

18. Perché gli aerei commerciali volano tipicamente ad un numero di Mach intorno a 0.8?

19. Quale relazione sussiste tra velocità di efflusso equivalente ed impulso specifico di un endoreattore?

20. Quali sono i valori tipici della velocità equivalente di un endoreattore a propellente liquido? Quali quelli di un endoreattore a propellente solido?

# Esercizi

1. Un endoreattore, entro il quale scorre un gas a $\gamma = 1.25$ e $\mathcal{M} = 13$ kg/kmol, è caratterizzato da un diametro della sezione di gola dell'ugello $D_t = 0.26$ m, una temperatura totale di 3200 K ed una pressione totale di 10 MPa. Assimilando il flusso entro l'ugello ad un flusso isentropico, determinare: la portata in massa entro l'ugello, il rapporto d'espansione $\epsilon$ dell'ugello necessario a raggiungere un numero di Mach $M_e = 3.8$ sulla sezione d'uscita, la pressione, la temperatura e la velocità sul tale sezione, quindi la spinta del motore (sapendo che il motore opera a 20 000 m di quota, ove $p_a = 5.5$ kPa), e la frazione di questa dovuta al termine impulsivo. Calcolare poi la velocità di uscita equivalente e l'impulso specifico.
   → Poiché il rapporto tra pressione totale e pressione ambiente è largamente superiore a quello dato dalla (2.117), il flusso è sicuramente critico in gola. Per la (2.4) risulta $R = 640$ J/kg, per la (2.120) è $\Gamma = 0.658$, l'area di gola è $A_t = \pi\, D_t^2/4 = 0.0531$ m$^2$, per cui per la (2.119) la portata in massa è $\dot{m} = 244$ kg/s. Il rapporto d'espansione si trova dalla (2.115), che dà $\epsilon = 16.06$. Questo permette quindi di ricavare l'area di uscita $A_e = \epsilon\, A_t$; le condizioni in uscita di temperatura e pressione si ricavano, noto $M_e$, dalle (2.110,2.111,2.16,2.18), come $T_e = 1141$ K, $p_e = 57.6$ kPa, $u_e = 3811$ m/s. La spinta dalla (3.4) risulta 930.7 kN, della quale il 95.2% deriva dal termine impulsivo. L'impulso specifico, dalla (3.77), risulta $I_{sp} = 388.6$ s.

2. Calcolare la spinta di un turbogetto con ugello adattato, attraverso il quale scorre una portata in massa di 100 kg/s che fuoriesce con una velocità di uscita di 800 m/s. L'aereo vola a 10 000 m (ove $T_a = 223$ K) ad un numero di Mach $M_0 = 0.8$. Determinare anche il rendimento propulsivo e la spinta specifica. Il fluido operativo è ovviamente l'aria.
   → La velocità del suono in quota si ricava dalla (2.16), per cui per la (2.18) la velocità di volo è $V_0 = 239.5$ m/s, quindi la spinta (3.20) risulta $F = 56$ kN, e la spinta specifica dalla (3.72) $I_a = 560$ m/s. Dalle (3.57,3.58) si ricava il rendimento propulsivo $\eta_p = 0.46$.

3. Nell'esercizio precedente si assuma che il motore adotti un rapporto combustibile/aria $f = 0.015$. Calcolare $P_{av}$, $P_p$, quindi il rendimento globale, il rendimento termodinamico ed il $TSFC$.
   → La portata in massa di combustibile è, dalla (3.17), $\dot{m}_f = 1.5$ kg/s, per cui assumendo per $Q_f$ il valore (3.41), si determina dalla (3.44) la potenza disponibile $P_{av} = 64.5$ MW. La potenza propulsiva per la (3.39) risulta $P_p = 13.4$ MW; si può quindi determinare il rendimento globale dalla (3.53) che risulta $\eta_o = 0.208$. Invertendo la (3.52) ed applicando poi la (3.54) si ricava $P_j = 29.1$ MW, $\eta_{th} = 0.452$. Il $TSFC$ dalla (3.61) risulta 0.096 kg/(N h).

4. Calcolare la spinta di un turbofan con rapporto di by–pass $BPR = 4$, con ugelli adattati, attraverso il quale scorre una portata primaria di 100 kg/s che fuoriesce con una velocità di

uscita di 500 m/s, mentre il getto secondario fuoriesce con velocità 400 m/s. L'aereo vola a 10 000 m (ove $T_a = 223$ K) ad un numero di Mach $M_0 = 0.8$. Determinare anche la spinta specifica, e la frazione della spinta dovuta al getto secondario.
→ La velocità di volo risulta ancora dalle (2.16,2.18) pari a $V_0 = 239.5$ m/s. La portata secondaria dalla (3.23) risulta 400 kg/s, quindi la spinta (3.25) risulta $F = 90$ kN, di cui il 71% è dovuto al getto secondario. La spinta specifica, ricordando che nella (3.72) la portata in massa è la somma delle portate primaria e secondaria, risulta $I_a = 180$ m/s.

5. Calcolare il rendimento propulsivo in condizioni di crociera (quota 18 000 m, ove $T_a = 216.65$ K, numero di Mach $M_0 = 2.02$) per il motore Olympus 593 del Concorde, assumendo una velocità di uscita del getto $u_e = 1009$ m/s, ed ugello adattato.
→ La velocità di volo dalle (2.16,2.18) risulta pari a $V_0 = 596$ m/s, per cui dalle (3.57,3.58) si trova $\eta_p = 0.743$.

# Capitolo 4

# Ciclo turbogas

## 4.1 Introduzione

I motori per applicazioni aeronautiche sono tutti basati (eccetto i motori volumetrici a combustione interna, ed i desueti pulsoreattori) sul ciclo di una turbina a gas (in breve, ciclo turbogas, o ciclo Brayton–Joule, o semplicemente ciclo Brayton); tra questi i turboreattori (turbogetto semplice, turbofan, turbogetto con postbruciatore, autoreattore) e le turboeliche (turboelica, turboshaft, propfan). Analizziamo quindi il ciclo turbogas al fine di valutarne le prestazioni in funzione dei parametri di progetto.

In questa trattazione, i diversi componenti del motore sono trattati per il momento come "scatole nere", nel senso che non sono analizzati i dettagli del funzionamento di ciascuno di essi, ma semplicemente gli effetti globali che essi producono. In un ciclo termodinamico, la massa di fluido termovettore subisce trasformazioni cicliche, nel senso che al termine del ciclo il fluido si ritrova nello stesso stato che possedeva al suo inizio. Queste trasformazioni possono essere identificate seguendo l'evoluzione di due variabili di stato; è noto infatti che sono sufficienti due variabili per definire univocamente lo stato di un fluido monofase. Le trasformazioni sono quindi riportate in piani termodinamici in cui in ascissa e ordinata figurano due opportune variabili di stato. I piani termodinamici più comunemente utilizzati sono: il piano di Clapeyron $p - v$ (pressione–volume specifico), dove in una trasformazione reversibile l'area sottesa dalla curva che rappresenta la trasformazione è pari al lavoro di pressione scambiato (ma non consente di evidenziare il lavoro delle turbomacchine), di interesse soprattutto nello studio dei motori alternativi; il piano di Mollier $h$–$s$ (entalpia–entropia), particolarmente interessante nello studio dei motori a flusso continuo dove le differenze di ordinata in una fase del ciclo corrispondono al lavoro e/o calore scambiato per unità di massa (si ricorda che $Q - L_s = \Delta h_0$); ed il piano entropico $T$–$s$ (temperatura–entropia), che presenta, oltre alle proprietà analoghe al piano

di Mollier nel caso che il fluido operativo sia caloricamente perfetto ($c_p$ costante), anche quella di adottare come ordinata la temperatura, variabile direttamente misurabile a differenza dell'entalpia, e quella che l'area sottesa da una trasformazione *reversibile* è pari al calore scambiato con l'esterno. Per quanto potrebbe sembrare a prima vista più conveniente adottare un piano $h_0$–$s$ (oppure $T_0$–$s$), occorre osservare che, a causa delle basse velocità del fluido operativo nel compressore, nella camera di combustione e nella turbina, risulta $h \simeq h_0$, e soprattutto che usare $h_0$ non consente di visualizzare le trasformazioni di energia cinetica in energia termica e viceversa che avvengono, nei motori a getto, nella presa dinamica e nell'ugello, rispettivamente, e che sono invece di fondamentale importanza per tali motori, derivati diretti del turbogas. Studieremo pertanto il ciclo turbogas sul piano $h$–$s$ riportando tuttavia anche le corrispondenti temperature sotto l'ipotesi di gas caloricamente perfetto ($c_p$=const).

Nel piano $h$–$s$ la pendenza di una curva che rappresenta una trasformazione può essere desunta dalla relazione di Gibbs (2.63), per cui in particolare per un'isobara si ha

$$\boxed{\frac{dh}{ds} = T} \tag{4.1}$$

e similmente nel piano $T$–$s$, grazie alla (2.10)

$$\boxed{\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_p}} \tag{4.2}$$

Questa relazione evidenzia come la pendenza di un'isobara sia proporzionale alla temperatura, quindi le isobare risultano *divergenti*. Questa circostanza è essenziale per comprendere come il ciclo Brayton possa sviluppare lavoro.

## 4.2 Ciclo turbogas ideale

Uno schema a blocchi del ciclo[1] di una turbina a gas è riportato in fig. 4.1. Indichiamo le diverse stazioni con i seguenti indici:

1. ingresso compressore;
2. uscita compressore, coincidente con ingresso camera di combustione;
3. uscita camera di combustione, coincidente con ingresso turbina;
4. uscita turbina.

Il ciclo consta di quattro trasformazioni:

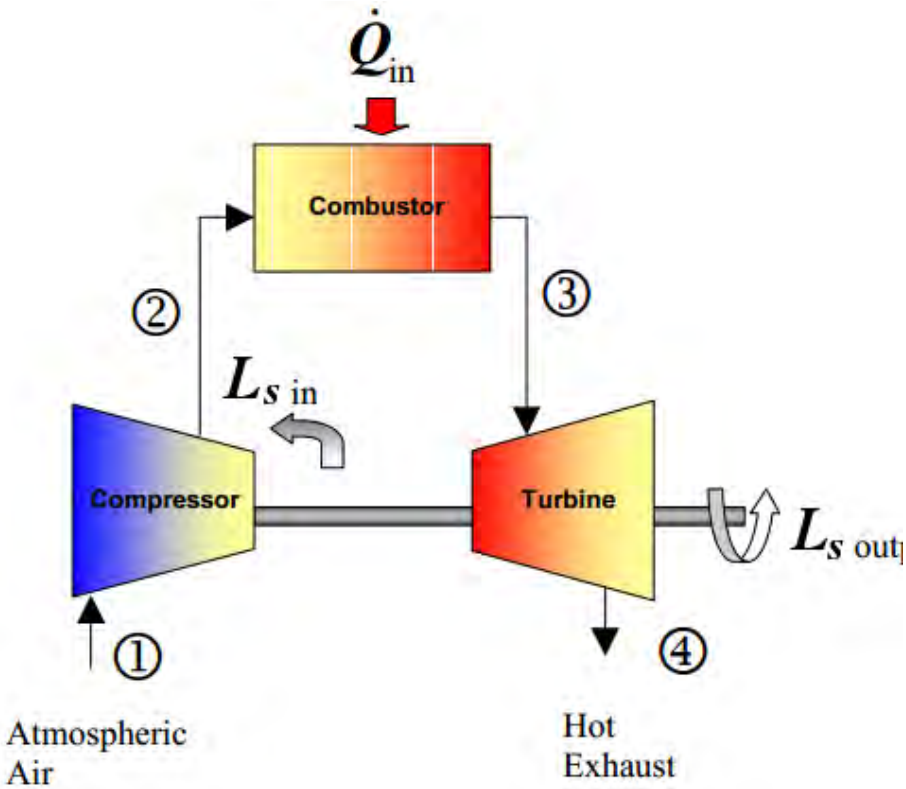



Figure 4.1: Schema di una turbina a gas, adattato da [22].

[1] Adottiamo in questo paragrafo il carattere calligrafico ($\mathcal{Q}, L_s$) per indicare calore e lavoro con segno definito dalle convenzioni introdotte nel par. 2.4.3; adotteremo i caratteri normali ($Q, L_s$) per indicare le grandezze come convenuto nell'eq. (4.11).

1–2 l'aria ambiente viene immessa e compressa nel compressore. In questa operazione viene *effettuato* su ogni kg di fluido che scorre nella macchina un lavoro all'albero $\mathcal{L}_{s,in}$, che per le convenzioni stabilite nel par. 2.4.3 risulta negativo;

2–3 l'aria in tal modo compressa viene immessa nella camera di combustione (*burner* oppure *combustor*), ove viene iniettata una piccola (rispetto alla portata d'aria $\dot{m}_a$) portata di combustibile $\dot{m}_f$, la cui combustione innalza la temperatura dei gas. In tale processo viene *ceduta* al fluido una quantità di calore per unità di massa $\mathcal{Q}_{in}$, che risulta positiva per le convenzioni citate;

3–4 i prodotti di combustione vengono quindi inviati in una turbina, ove *producono* un lavoro (positivo) $\mathcal{L}_{s,out}$;

4–1 i prodotti di combustione all'uscita della turbina sono scaricati nell'atmosfera, ove gradualmente si raffreddano e ritornano alle condizioni iniziali (questa trasformazione avviene quindi all'esterno della macchina), *cedendo* quindi all'ambiente una quantità di calore $\mathcal{Q}_{out}$ per unità di massa, quindi di segno negativo.

In tutti i componenti di una turbina a gas le velocità del flusso sono relativamente basse (la componente assiale di velocità nelle turbomacchine - compressore e turbina – è dell'ordine dei 100 – 150 m/s, e alquanto più bassa nella camera di combustione), e quindi i corrispondenti numeri di Mach sono ben inferori ad uno, per cui nella definizione di temperatura totale (2.60) possiamo trascurare il termine in $(\gamma - 1)/2 \cdot M^2$ rispetto ad uno, per cui possiamo assumere

$$T_0 \simeq T \tag{4.3}$$

e di conseguenza (2.56)

$$h_0 \simeq h \tag{4.4}$$

pertanto l'equazione dell'energia (2.45) può essere scritta nella forma

$$\boxed{\Delta h \simeq \mathcal{Q} - \mathcal{L}_s} \tag{4.5}$$

Nelle trasformazioni nelle turbomacchine è $Q = 0$ (adiabatica), per cui risulta

$$\mathcal{L}_s \simeq -\Delta h \tag{4.6}$$

e per quelle nella camera di combustione e nell'ambiente esterno, ove $L_s = 0$, risulta

$$\mathcal{Q} \simeq \Delta h \tag{4.7}$$

Le relazioni (4.6,4.7) sottolineano la convenienza di utilizzare l'entalpia come grandezza di stato. Grazie alla (4.6) possiamo quindi scrivere, per compressore e turbina rispettivamente[2]

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{s,in} &= -(h_2 - h_1) \\ \mathcal{L}_{s,out} &= -(h_4 - h_3) \end{cases} \tag{4.8}$$

e grazie alla (4.7), per camera di combustione e per la trasformazione che avviene nell'ambiente esterno

$$\begin{cases} \mathcal{Q}_{s,in} &= h_3 - h_2 \\ \mathcal{Q}_{s,out} &= h_1 - h_4 \end{cases} \tag{4.9}$$

Per evitare di lavorare con grandezze negative, definiamo le seguenti quantità, tutte positive e riferite all'unità di massa di fluido:

$$\begin{cases} L_c &= -\mathcal{L}_{s,in} & \text{lavoro di compressione} \\ Q_b &= \mathcal{Q}_{in} & \text{calore acquistato in camera di combustione} \\ L_t &= \mathcal{L}_{s,out} & \text{lavoro in turbina} \\ Q_a &= -\mathcal{Q}_{out} & \text{calore ceduto all'ambiente} \end{cases} \tag{4.10}$$

le quali consentono di scrivere, grazie alle (4.8,4.9)

$$\begin{cases} L_c &= h_2 - h_1 \\ Q_b &= h_3 - h_2 \\ L_t &= h_3 - h_4 \\ Q_a &= h_4 - h_1 \end{cases} \tag{4.11}$$

[2]Ricordiamo che nelle espressioni generali (4.6,4.7) le differenze di entalpia sono intese come differenza tra entalpia finale ed iniziale.

Descriviamo ora l'evoluzione del fluido operativo sul piano $h - s$ oppure $T - s$, vedi fig. (4.2). A tal fine, adottiamo le seguenti ipotesi semplificative, che consentono di analizzare il ciclo in una semplice forma matematica:

- massa evolvente nel ciclo costante (trascuriamo quindi il piccolo incremento di portata dovuto all'addizione del combustibile);
- gas caloricamente (calori specifici, e quindi $\gamma$, costanti) e termicamente (cioè vale l'equazione di stato nella forma $p = \rho RT$) perfetto; assumiamo inoltre che la combustione non alteri la massa molare del gas, per cui $R$ dato dalla (2.4) rimane costante;
- assenza di dispersione di calore (anche se si avrà in realtà inevitabilmente un certo scambio di calore con l'esterno nei diversi organi);
- perdite di pressione nulle (in realtà l'attrito provoca una riduzione di pressione totale; anche lo scambio di calore influisce sulla pressione, come accennato nel par. 2.7.3);
- compressione nel compressore, ed espansione in turbina, entrambe adiabatiche e reversibili (ossia senza attrito, quindi isentropiche, vedi par. 2.7.1). Assumiamo inoltre che la turbina espanda il fluido fino alla pressione ambiente;

Si noti che le trasformazioni nelle turbomacchine [1–2] e [3–4], essendo isentropiche, sono rappresentate da segmenti verticali nel piano $T - s$ (o $h - s$); le trasformazioni in camera di combustione e nell'ambiente esterno avvengono a pressione costante, per cui il loro andamento nel piano $T - s$ è esponenziale, come si ricava facilmente dalla (2.68), esplicitando la temperatura

$$T \;=\; p^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}\;\exp\left(\frac{s\;-\;s_{ref}}{c_p}\right) \tag{4.12}$$

dove $p$ va ovviamente intesa costante.

Deriviamo ora le prestazioni del ciclo ideale (ovviamente le ipotesi qui avanzate porteranno a prestazioni superiori a quelle di un ciclo reale). Analogamente a quanto indicato nel par. 3.2, due sono le prestazione di interesse: una che tenga conto dell'efficienza nella trasformazione del calore generato nella combustione in lavoro meccanico (indice quindi del consumo di combustibile), ed una che denoti il lavoro che si ottiene da un'unità di massa di fluido che scorre nella macchina (che quindi permette di

dimensionare la macchina e/o di stimare indicativamente il rapporto potenza/massa della macchina stessa).

Consideriamo prima il secondo requisito. Definiamo come *lavoro utile* la differenza tra il lavoro compiuto in turbina da un kg di fluido, e il lavoro necessario per azionare il compressore

$$\boxed{L_u \;=\; L_t \;-\; L_c} \tag{4.13}$$

Per quantificare invece il primo requisito, ricorriamo al rendimento termodinamico, qui definito come rapporto tra il lavoro utile e la quantità di calore $Q_b$ fornita in camera di combustione ad un kg di fluido:

$$\boxed{\eta_{th} \;=\; \frac{L_u}{Q_b}} \tag{4.14}$$

Per quanto riguarda il lavoro utile, occorre innanzitutto sottolineare che esso è positivo unicamente grazie alla divergenza delle isobare, che fa in modo che $L_t > L_c$. Per derivare un'espressione per tale grandezza, esprimiamo dapprima $L_c$ e $L_t$. Il lavoro di compressione è, grazie all'ipotesi di gas caloricamente perfetto

$$L_c \;=\; h_2 \;-\; h_1 \;=\; c_p\,(T_2 \;-\; T_1) \;=\; c_p\,T_1\left(\frac{T_2}{T_1} \;-\; 1\right) \tag{4.15}$$

e grazie all'assunzione di flusso isentropico, dalla (2.71)

$$\frac{T_2}{T_1} \;=\; \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \tag{4.16}$$

Qui $p_1$ è la pressione di ingresso al compressore, che assumiamo pari alla pressione ambiente (anche se come vedremo la cosa non è scontata, vedi par 6.5), e $p_2$ quella in uscita. Definiamo il *rapporto di compressione* del compressore come

$$\boxed{\beta_c \;=\; \frac{p_2}{p_1}} \tag{4.17}$$

ed il *parametro di rapporto di pressione* come

$$\boxed{\tau_c \;=\; \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{4.18}$$

Osserviamo che $\tau_c$, *nel caso ideale* qui considerato, coincide con il rapporto $T_2/T_1$, per cui la (4.15) si scrive

$$L_c \;=\; c_p T_1 \,(\tau_c \,-\, 1) \tag{4.19}$$

Il lavoro di compressione in turbina invece è

$$L_t \;=\; h_3 \,-\, h_4 \;=\; c_p \,(T_3 \,-\, T_4) \;=\; c_p T_3 \left(1 \,-\, \frac{T_4}{T_3}\right) \tag{4.20}$$

Grazie ancora all'assunzione di flusso isentropico in turbina, si ha

$$\frac{T_4}{T_3} \;=\; \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \tag{4.21}$$

ma essendo la combustione per ipotesi isobara è $p_3 = p_2$, ed anche isobaro è il processo che avviene nell'atmosfera, per cui $p_4 = p_1$, per cui il rapporto $p_4/p_3$ è ancora uguale a

$$\frac{p_4}{p_3} \;=\; \frac{p_1}{p_2} \;=\; \frac{1}{\beta_c} \tag{4.22}$$

Ricordando la (4.17) ed introducendo il *rapporto di temperature del ciclo* (rapporto tra temperatura massima e minima)

$$\boxed{\tau \;=\; \frac{T_3}{T_1}} \tag{4.23}$$

si esprime alfine il lavoro in turbina ideale come

$$L_t \;=\; c_p\, T_1\, \tau \left(1 \;-\; \frac{1}{\tau_c}\right) \tag{4.24}$$

A questo punto il lavoro utile (4.13) si ricava come

$$L_u \;=\; c_p\, T_1 \left[\tau \left(1 \;-\; \frac{1}{\tau_c}\right) \;-\; (\tau_c \;-\; 1)\right] \;=\; c_p\, T_1\, (\tau \;-\; \tau_c) \left(1 \;-\; \frac{1}{\tau_c}\right) \tag{4.25}$$

Per quanto riguarda il rendimento termodinamico, resta da esprimere la quantità di calore ceduta ad un kg di fluido in camera di combustione. Dalle (4.11,4.23,4.18)

$$Q_b \;=\; h_3 \;-\; h_2 \;=\; c_p\, (T_3 \;-\; T_2) \;=\; c_p\, T_1\, (\tau \;-\; \tau_c) \tag{4.26}$$

e quindi la (4.14) dà

$$\boxed{\eta_{th} \;=\; 1 \;-\; \frac{1}{\tau_c}} \tag{4.27}$$

o equivalentemente

$$\eta_{th} \;=\; 1 \;-\; \frac{T_1}{T_2} \tag{4.28}$$

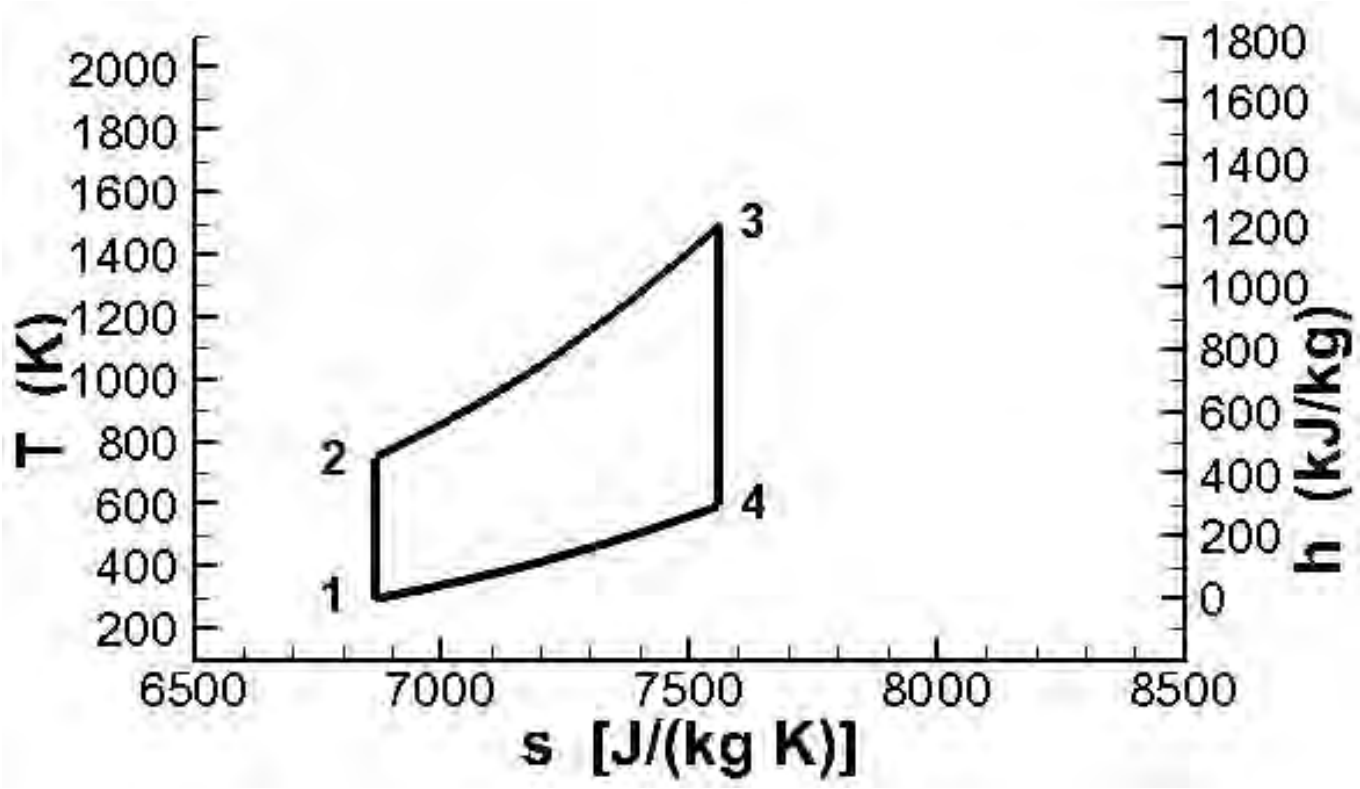



Figure 4.2: Ciclo turbogas ideale.

Dalle (4.25,4.27) si vede quindi che le prestazioni del ciclo ideale dipendono (fissati i valori della temperatura ambiente, e del rapporto dei calori specifici del fluido operativo) da due soli parametri di progetto, il rapporto di compressione $\beta_c$ definito come (4.17) ed il rapporto di temperature $\tau$ definito dalla (4.23). Questi parametri di progetto sono limitati da considerazioni di peso e costo: all'aumentare del rapporto di compressione occorrono più stadi per il compressore e la turbina, quindi macchine più pesanti e costose, mentre la $\tau$ è limitata dalla massima temperatura $T_3$ accettabile in turbina. Le pale della turbina sono infatti sottoposte ad intensi sforzi centrifughi (le turbomacchine ruotano tipicamente a velocità dell'ordine dei 10 000 giri al minuto, o rpm, *revolutions per minute*), flessionali e torsionali, e la resistenza dei materiali diminuisce fortemente all'aumentare della temperatura.

In particolare, la (4.27) indica che nel ciclo ideale il rendimento termodinamico *non* dipende dalle temperature del ciclo, ma soltanto dal rapporto di compressione $\beta_c$. Va comunque osservato che, fissate le temperature $T_1$ e $T_3$ del ciclo, il rapporto di compressione non può superare il valore limite

$$\beta_{c,limite} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \tag{4.29}$$

in corrispondenza al quale la temperatura di fine compressione $T_2$ eguaglia quella massima[3] accettabile in turbina, $T_3$. Riportando il rendimento termodinamico in funzione del rapporto di compressione si osserva quindi l'andamento continuamente crescente mostrato in fig. 4.3.

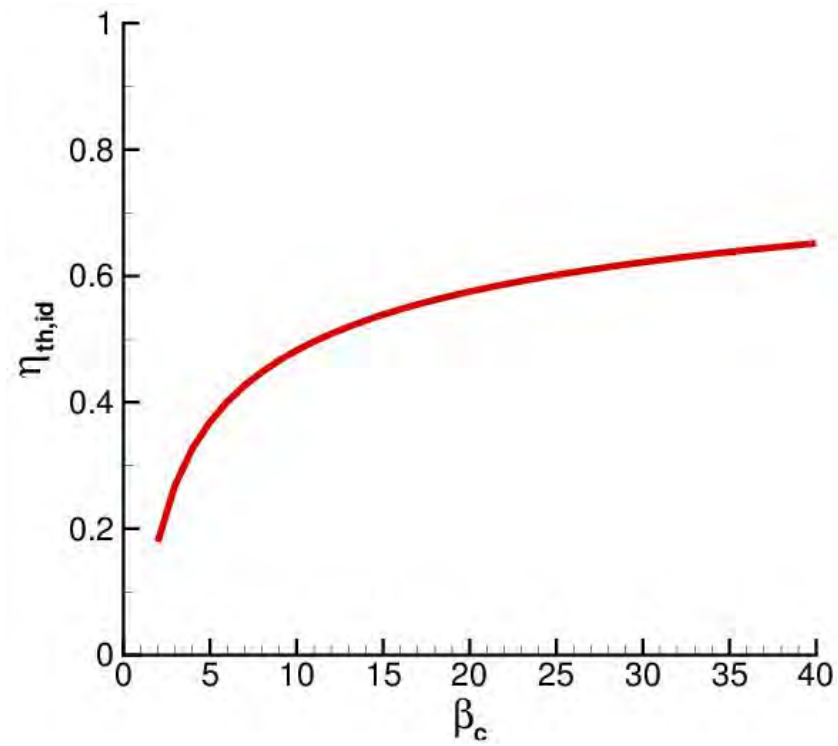



Figure 4.3: Rendimento termodinamico del ciclo ideale di turbina a gas.

Il rendimento termodinamico del ciclo ideale può essere confrontato con quello massimo possibile per un ciclo che opera tra le temperature $T_1$ e $T_3$, che è quello del ciclo di Carnot (tratteggiato in fig. 4.4):

$$\eta_{th,Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \tag{4.30}$$

[3]Questa condizione corrisponde però a rapporti di compressione estremamente alti, nemmeno lontanamente raggiungibili in pratica; per esempio per $\tau = 4, 5, 6$ si avrebbe rispettivamente $\beta_{c,limite} = 128, 280, 529$.

La fig. 4.4 mette in evidenza che, per avvicinare i rendimenti termodinamici del ciclo di Carnot, la temperatura di fine compressione e quella massima non devono essere molto diverse. Infatti quanto più sono prossime $T_2$ e $T_3$, tanto più la trasformazione isobara $2-3$ sarà prossima ad una isoterma, e quindi il ciclo sotto esame al ciclo di Carnot. Questo però comporterebbe, per la (4.25), una fortissima riduzione del lavoro utile, in quanto $\tau = T_3/T_1$ si avvicinerebbe a $\tau_c = T_2/T_1$.

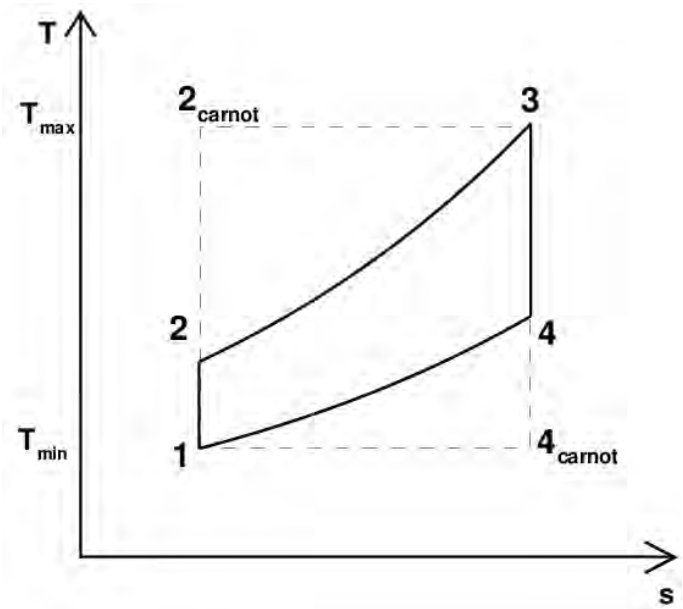



Figure 4.4: Confronto tra il ciclo ideale turbogas (linea continua 1234) ed il ciclo di Carnot (linea tratteggiata $12_{carnot}34_{carnot}$), operanti tra le stesse temperature estreme.

Il lavoro utile ideale (4.25) dipende invece non solo dal rapporto di compressione $\beta_c$, ma anche dalle temperature massima e minima del ciclo, o meglio dal loro rapporto $\tau$.

Si osservi che la trasformazione che ha luogo in un ciclo Brayton, vedi fig. 4.2, è appunto ciclica, ossia il fluido, partendo dalle condizioni iniziali (ingresso compressore), descrive tutto il ciclo per poi infine ritornare nelle condizioni iniziali al termine del raffreddamento nell'atmosfera. La variazione di entalpia totale (o anche, per l'ipotesi di basse velocità (4.4), entalpia statica) in un ciclo è quindi nulla, per cui l'equazione dell'energia dà, per il lavoro ed il calore scambiati in un ciclo

$$L_s \;=\; Q \tag{4.31}$$

ossia, per le (4.10,4.13)

$$L_u \;=\; Q_b \;-\; Q_a \tag{4.32}$$

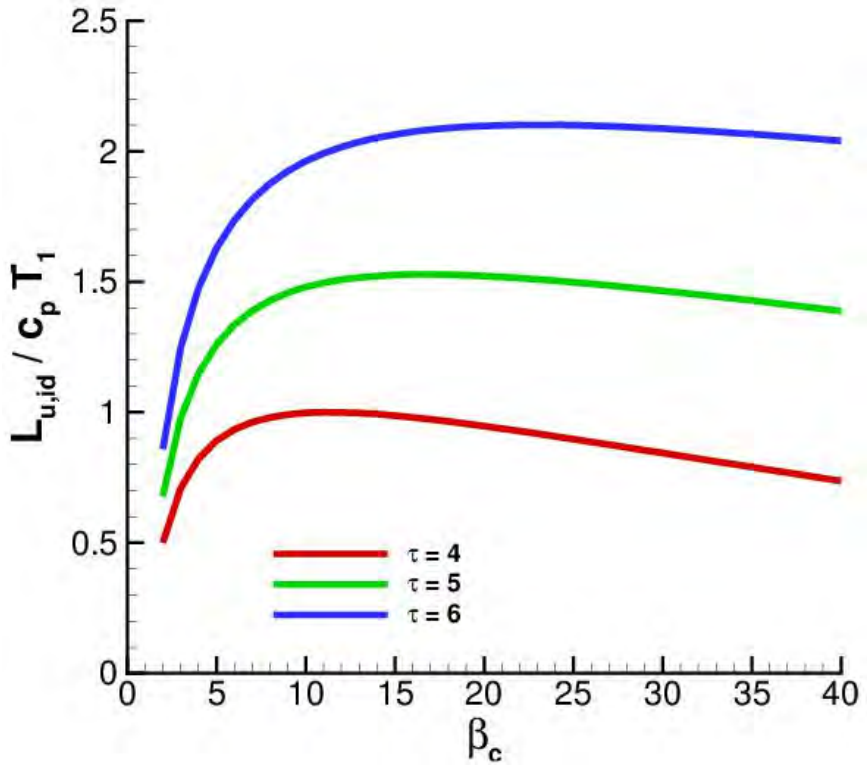



Figure 4.5: Andamento del lavoro utile al variare del rapporto di compressione e del rapporto tra le temperature estreme del ciclo (per $\gamma = 1.4$).

Le grandezze $Q_b$ e $Q_a$ possono essere visualizzate, per un ciclo ideale, sul piano $T - s$, in quanto per una trasformazione reversibile è, per la definizione di entropia

$$Q = \int T\, ds \tag{4.33}$$

Il calore $Q_b$ è quindi rappresentato nel piano $T - s$ dall'area sottesa dalla trasformazione 2–3 (camera di combustione), mentre $Q_a$ è rappresentato dall'area sottesa dalla trasformazione 4–1 (che avviene nell'aria esterna). La differenza tra queste due aree, cioè l'area del ciclo, per la (4.32) è il lavoro utile.

Analizzando il comportamento al variare di $\beta_c$, mostrato in fig. 4.5, si osserva che il lavoro utile è positivo per valori di $\beta_c$ compresi tra quelli che annullano i due fattori tra parentesi in (4.25). In particolare, il lavoro utile si annulla:

- quando si annulla il fattore $1 - 1/\tau_c$, ossia il rendimento $\eta_{th}$, cioè quando $\tau_c = 1$ (ossia $\beta_c = 1$): in questo caso non si ha compressione, per cui il fluido non può espandere e di conseguenza

compiere lavoro. Ricordando che il lavoro utile è pari all'area racchiusa[4] dal ciclo nel piano $T - s$, dalla fig. 4.6a si può vedere che $L_u \to 0$ quando $\beta_c \to 1$, essendo in tal caso $T_2 \to T_1$ e $T_3 \to T_4$;

- quando si annulla $Q_b$, cioè $T_3 = T_2$ e quindi $\tau_c = \tau$ [ossia $\beta_c = (T_3/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}$]: non viene fornito calore al fluido che quindi in fase di espansione ha energia sufficiente soltanto per compensare il lavoro di compressione. Anche questo risultato può essere desunto osservando come si riduce l'area dei cicli riportati in fig. 4.6c, nell'evoluzione da sinistra verso destra che corrisponde al crescere di $\beta_c$.

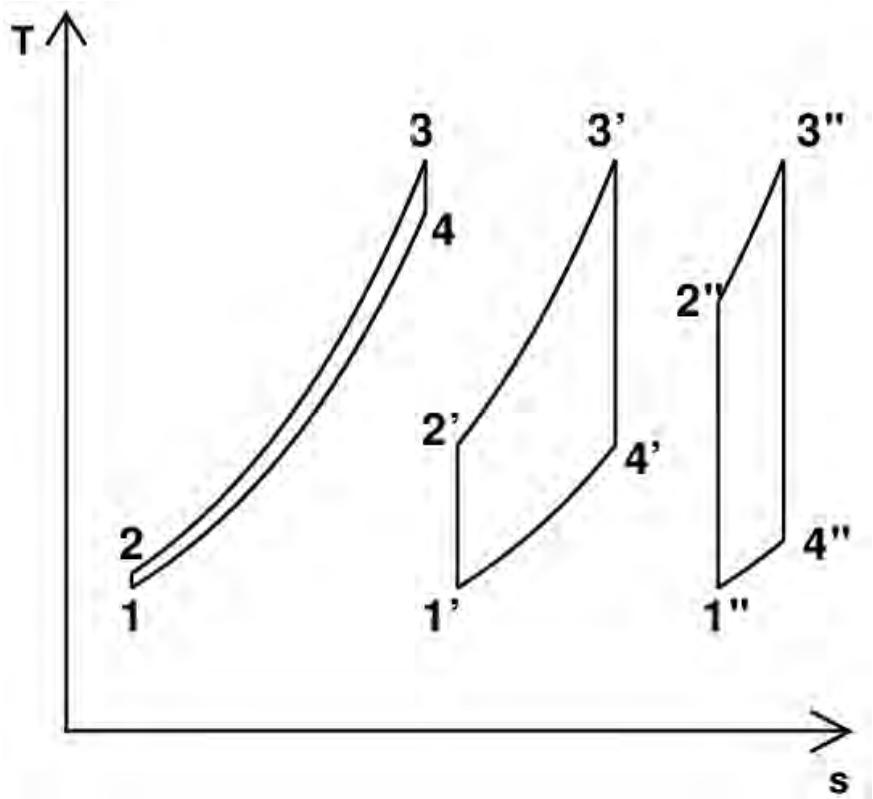



Figure 4.6: Cicli turbogas compresi tra le stesse due temperature, al variare di $\beta_c$ (crescente da sinistra verso destra).

Dalla fig. 4.5 si osserva anche che il lavoro utile ha un massimo per

[4]Infatti, essendo $L_u = Q_b - Q_a$ e $Q = \int T ds$, il lavoro utile ideale è pari alla differenza tra l'area sottesa dalla linea $2 - 3$ e l'area sottesa dalla linea $1 - 4$, che è proprio pari all'area racchiusa dal ciclo.

$$\tau_{c,max} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = \sqrt{\tau} \quad \Rightarrow \quad \beta_{c,max} = \sqrt{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}} = \sqrt{\tau^{\gamma/(\gamma-1)}} \tag{4.34}$$

come si può ottenere individuando dalla (4.25) il valore di $\tau_c$ (e quindi $\beta_c$) per cui $\partial L_u/\partial \tau_c = 0$. Questo massimo di $L_u = \eta_{th}\, Q_b$ è dovuto al fatto che, per valori assegnati delle temperature massima e minima del ciclo, al variare di $\beta_c$ il rendimento termodinamico cresce al crescere di $\beta_c$, ma il calore che può essere fornito al ciclo invece diminuisce al crescere di $\beta_c$ (perché la $T_2$ si avvicina alla $T_3$). Dalla (4.34) si osserva anche che il valore del rapporto di compressione in corrispondenza al quale si ha il massimo lavoro utile cresce al crescere del rapporto $\tau = T_3/T_1$.

Un'ulteriore proprietà della condizione di massimo lavoro utile è che essa si verifica quando $T_2 = T_4$. Infatti si è visto che nel ciclo ideale risulta:

$$T_2 \,=\, T_1\, \tau_c \qquad \text{e} \qquad T_4 \,=\, \frac{T_3}{\tau_c} \,=\, T_1\, \frac{\tau}{\tau_c} \tag{4.35}$$

di conseguenza il rapporto $T_4/T_2$ risulta

$$\frac{T_4}{T_2} \,=\, \frac{\tau}{\tau_c^2} \tag{4.36}$$

dovendo essere per avere il massimo lavoro utile $\tau_c = \tau_{c,max}$ si ha, sostituendo la prima espressione della (4.34) in (4.36):

$$\frac{T_4}{T_2} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad T_2 = T_4 \tag{4.37}$$

Oltre che da $\beta_c$, il lavoro utile dipende anche dal valore di $T_1$ e $T_3$. In particolare, il lavoro utile cresce al crescere della temperatura massima del ciclo $T_3$ (od equivalentemente del rapporto di temperature $\tau$, fissata la temperatura $T_1$); inoltre, aumentando quest'ultima si allarga anche il campo dei valori di $\beta_c$ che danno luogo a lavoro utile positivo, vedi fig. 4.5.

## 4.3 Ciclo reale

Numerosi fattori contribuiscono a far discostare un ciclo turbogas reale da quello ideale:

1. la compressione non è isentropica per effetto degli attriti tra fluido e palette;
2. anche l'espansione in turbina non è isentropica, per lo stesso motivo;
3. la combustione non sarà mai completa per la presenza di una piccola quantità di incombusti nei gas di scarico, e inoltre una (piccola) parte del calore rilasciato in camera di combustione viene disperso attraverso le pareti della camera;
4. inoltre, la combustione non è isobara per via delle inevitabili perdite di pressione dovute agli attriti, e per effetti legati all'addizione di calore, vedi par. 2.7.3;
5. sui cuscinetti che sostengono l'albero si verificano dissipazioni di energia (sotto forma di calore) per effetto dell'attrito;
6. la portata in massa attraverso la macchina non è costante, in quanto nel combustore viene immessa una portata di combustibile. Osserviamo comunque che una parte della portata d'aria proveniente dal compressore, anziché essere inviata in camera di combustione, viene utilizzata per raffreddare le palette della turbina (esposte ad alte temperature);
7. le proprietà del fluido operativo a rigore non sono costanti, in quanto la combustione altera la composizione del fluido e quindi le sue proprietà, in particolare la massa molare e quindi la costante del gas secondo la (2.4), anche se per via del forte eccesso di aria l'effetto non è molto sensibile;
8. ovviamente, le ipotesi di fluido termicamente ed in particolare termicamente perfetto introducono ulteriori approssimazioni.

In questa trattazione ci limitiamo per il momento a considerare gli effetti 1 e 2 (che sono quelli più importanti) al fine di arrivare ad una trattazione matematicamente semplice, che evidenzi gli aspetti essenziali dovuti agli effetti reali. In questo studio sottolineiamo quindi gli effetti dovuti alle irreversibilità, trascurando altri effetti meno importanti. Ad ogni modo, nel successivo studio dei motori saranno introdotti accorgimenti per descrivere anche gli effetti da 3 a 5.

Lo scostamento dal ciclo ideale è rappresentato graficamente nel piano $T - s$ in fig. 4.7, dove con l'apice sono contrassegnati i punti del ciclo ideale corrispondente, caratterizzato cioè dallo stesso rapporto di compressione $\beta_c$ e dallo stesso rapporto di temperature $\tau$.

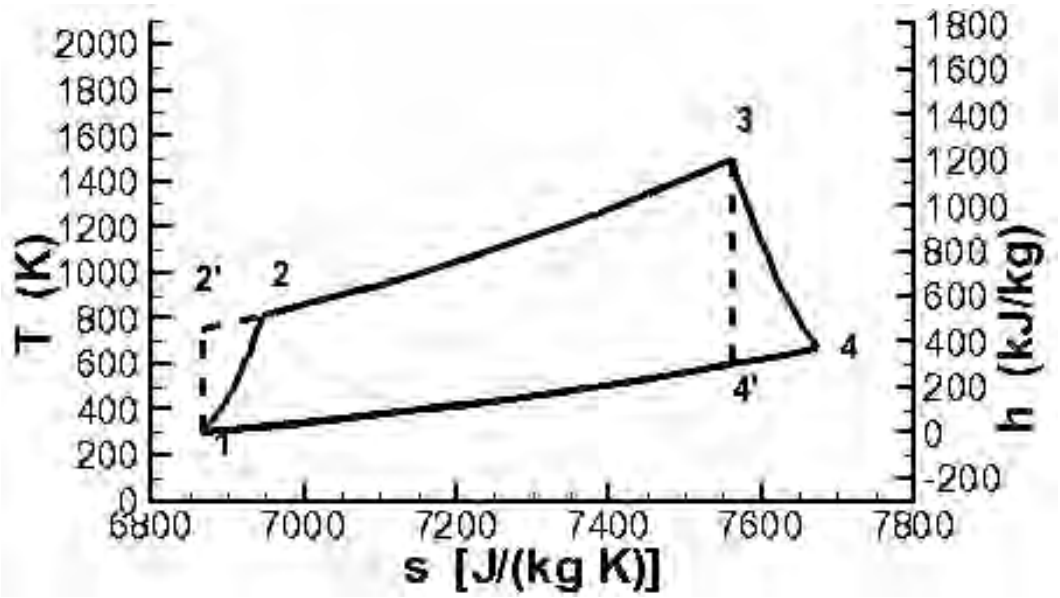



Figure 4.7: Ciclo di turbina a gas; – – – ideale, ——- reale (sotto le ipotesi adottate).

Per poter confrontare il ciclo reale con quello ideale si introducono alcuni rendimenti che indicano quanto il comportamento di ciascun componente "reale" del motore si discosta dal corrispondente componente "ideale". Come è stato detto, in questo caso i componenti che sono trattati come "reali" sono il compressore e la turbina, e per essi sarà introdotto il *rendimento isentropico*[5] (detto anche adiabatico o interno), indicato rispettivamente con $\eta_c, \eta_t$.

Per il compressore, introduciamo pertanto il *rendimento isentropico del compressore*, definito come il rapporto tra il lavoro *idealmente* necessario $L'_c$ per conseguire un assegnato rapporto di compressione $\beta_c$, e quello *realmente* necessario $L_c$ per ottenere lo stesso risultato (confrontiamo dunque processo ideale e reale a partità di rapporto di pressioni), vedi fig 4.8. Vale ancora la (4.11a), quindi

$$\boxed{\eta_c \;=\; \frac{L'_c}{L_c} \;=\; \frac{c_p\,(T'_2 \,-\, T_1)}{c_p\,(T_2 \,-\, T_1)}} \tag{4.38}$$

ricordando l'ipotesi di gas caloricamente perfetto, ed in termini di salti di temperatura

[5]Designato in tal modo per distinguerlo da altri tipi di rendimento che saranno introdotti successivamente, vedi par. 13.6.

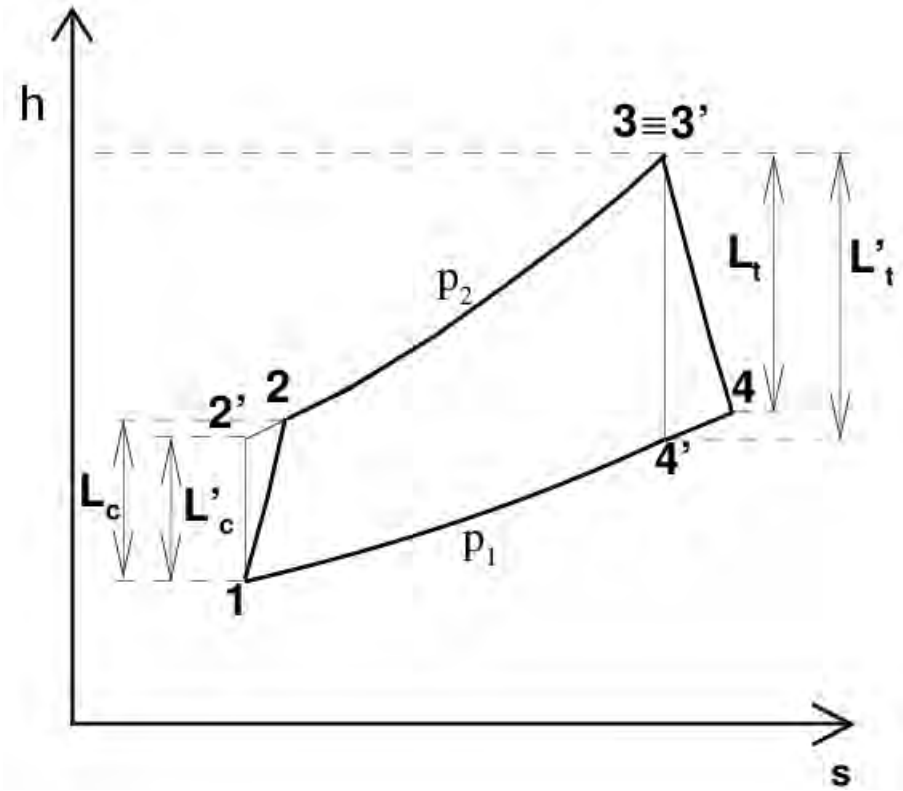



Figure 4.8: Lavori ideali e reali in un ciclo turbogas operante tra le pressioni $p_1$ e $p_2$.

$$\eta_c = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1} \tag{4.39}$$

Pertanto i punti 2 e 2′ di fig. 4.7 sono sulla stessa isobara $p_2 = p_2' = \beta_c p_1$, ma il lavoro reale di compressione richiesto è $L_c > L_c'$, e quindi temperatura ed entropia in 2 sono maggiori che in 2′. Assumendo di conoscere il valore del rendimento isentropico del compressore, si può quindi esplicitare dalla (4.39) la temperatura all'uscita dello stesso come

$$T_2 = T_1 + \frac{T_2' - T_1}{\eta_c} = T_1 \left(1 + \frac{T_2'/T_1 - 1}{\eta_c}\right) = T_1 \left(1 + \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c}\right) \tag{4.40}$$

da cui la fondamentale relazione:

$$\boxed{T_2 \;=\; T_1 \left(1 + \frac{\tau_c - 1}{\eta_c}\right)} \tag{4.41}$$

mentre per la pressione all'uscita del compressore vale ancora, come detto, l'ovvia relazione

$$\boxed{p_2 \;=\; \beta_c \, p_1} \tag{4.42}$$

Analogamente, il *rendimento isentropico* della turbina è definito come il rapporto tra il lavoro *realmente* estratto $L_t$ operando con rapporto di espansione $\beta_t = p_3/p_4$ assegnato, e quello *idealmente* estraibile $L'_t$, con lo stesso rapporto di espansione. I punti 4 e 4′ di figg. 4.7 e 4.8 sono quindi sulla stessa isobara $p_4 = p'_4 = p_3/\beta_t (= p_1)$, ma il lavoro realmente estratto è $L_t < L'_t$, e quindi temperatura ed entropia in 4 sono maggiori che in 4′. Per la (4.11c) si ha

$$\boxed{\eta_t \;=\; \frac{L_t}{L'_t} \;=\; \frac{c_p(T_3 - T_4)}{c_p(T_3 - T'_4)}} \tag{4.43}$$

per gas caloricamente perfetto, da cui

$$\boxed{\eta_t \;=\; \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T'_4}} \tag{4.44}$$

Assegnato il rapporto di pressioni $\beta_t = p_3/p_4$ disponibile, la temperatura all'uscita della turbina può quindi essere calcolata attraverso la relazione

$$T_4 \;=\; T_3 \;-\; \eta_t \,(T_3 \;-\; T'_4) \;=\; T_3 \left[1 \;-\; \eta_t \left(1 \;-\; \frac{T_{4'}}{T_3}\right)\right] \;=$$

$$= \; T_3 \left[1 \;-\; \eta_t \left(1 \;-\; \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)\right] \;=\; \boxed{T_3 \left[1 \;-\; \eta_t \left(1 \;-\; \frac{1}{\tau_t}\right)\right]} \tag{4.45}$$

avendo definito *parametro di rapporto di pressione* in turbina come

$$\tau_t \;=\; \beta_t^{(\gamma-1)/\gamma} \tag{4.46}$$

La pressione all'uscita $p_4$, avendo supposto di espandere il fluido in turbina sino alla pressione ambiente, è ovviamente uguale a $p_1$ e quindi in questo caso

$$\beta_t \;=\; \beta_c; \qquad\qquad \tau_t \;=\; \tau_c \tag{4.47}$$

Osserviamo che per il ciclo reale l'area sottesa dalle curve nel piano $T - s$ non rappresenta più il calore scambiato, per cui il lavoro non è più proporzionale all'area del ciclo, e che al diminuire dei rendimenti di compressore e turbina il lavoro utile si riduce, fino al punto in cui, nonostante il ciclo sia caratterizzato da $\beta_c > 1$ e $T_3 > T_2$, esso potrebbe non essere in grado di fornire lavoro utile. La ragione per cui il lavoro utile non è più pari all'area del ciclo è che $L_u$ è pari alla differenza tra calore entrante e calore uscente, il quale ultimo nel caso reale è maggiore poiché bisogna sottrarre anche il calore prodotto dai fenomeni dissipativi.

Il lavoro utile per il ciclo reale può essere espresso come

$$L_u \;=\; L_t \;-\; L_c \;=\; c_p\,(T_3 \;-\; T_4) \;-\; c_p\,(T_2 \;-\; T_1) \;=$$

$$=\; c_p\left[T_3\,\eta_t\left(1-\frac{1}{\tau_c}\right) \;-\; T_1\,\frac{\tau_c-1}{\eta_c}\right] \;=\; c_p\,T_1\left[\eta_t\,\tau \;-\; \frac{\tau_c}{\eta_c}\right]\left(1-\frac{1}{\tau_c}\right) \tag{4.48}$$

per le (4.40, 4.45). Tale grandezza è riportata per un ciclo reale (con $\eta_c = 0,9$, $\eta_t = 0,92$)[6] in fig. 4.9; si può notare, confrontando con la 4.5 a partità di $\beta_c$ e $\tau$, che il lavoro utile si è sensibilmente ridotto rispetto al caso ideale.

Il rendimento termodinamico del ciclo reale, vedi anche (4.11b), risulta

$$\eta_{th} = \frac{L_u}{Q_b} = \frac{L_u}{c_p\,(T_3 - T_2)} \tag{4.49}$$

e, ricorrendo alle (4.48,4.14,4.40) ed introducendo i rendimenti adiabatici di compressore e turbina,

[6]Come vedremo nel par. 13.6, il rendimento di una turbina è sempre lievemente superiore a quello di un analogo compressore.

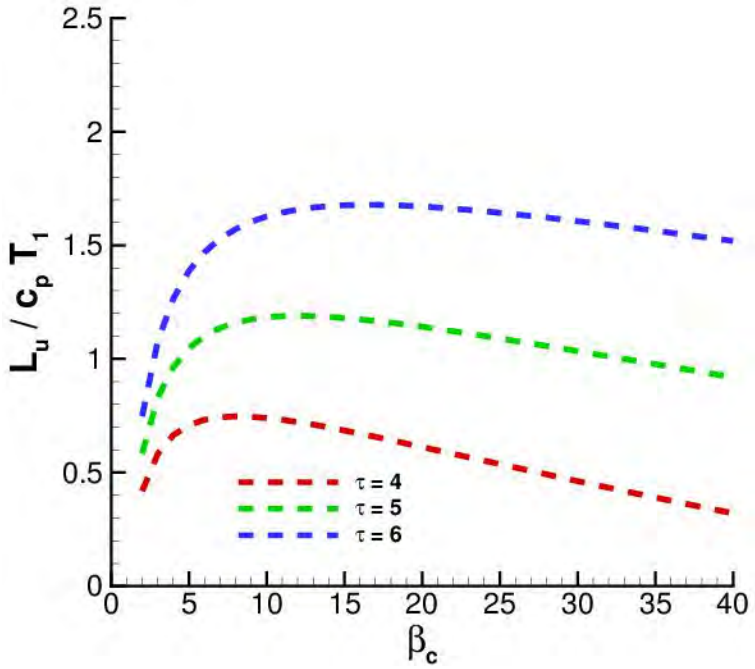



Figure 4.9: Lavoro utile del ciclo reale di turbina a gas.

$$\eta_{th} = \frac{\tau\,\eta_t\left(1-\dfrac{1}{\tau_c}\right)-\dfrac{\tau_c-1}{\eta_c}}{\tau-1-\dfrac{\tau_c-1}{\eta_c}} \tag{4.50}$$

che equivalentemente, ricordando che il rendimento del ciclo ideale è $\eta_{th,id} = 1 - 1/\tau_c$, si può scrivere:

$$\eta_{th} \;=\; \eta_{th,id}\,\frac{\tau\,\eta_c\,\eta_t-\tau_c}{\tau\,\eta_c-\tau_c+1-\eta_c} \tag{4.51}$$

L'andamento di $\eta_{th}$ per un ciclo reale è riportato in fig. 4.10. Si osserva che esso presenta un massimo, a differenza di quanto avviene nel caso ideale (in cui esso è sempre crescente), e che questo massimo si sposta verso valori più alti di $\eta_{th}$ e $\beta_c$ al crescere di $\tau$. Di qui l'importanza di operare ad elevate $T_3$ (la temperatura di ingresso del ciclo $T_1$ deve ritenersi circa costante, in quanto dettata delle condizioni dell'aria ambiente), il che a sua volta indica l'opportunità di adottare $\beta_c$ più alti.

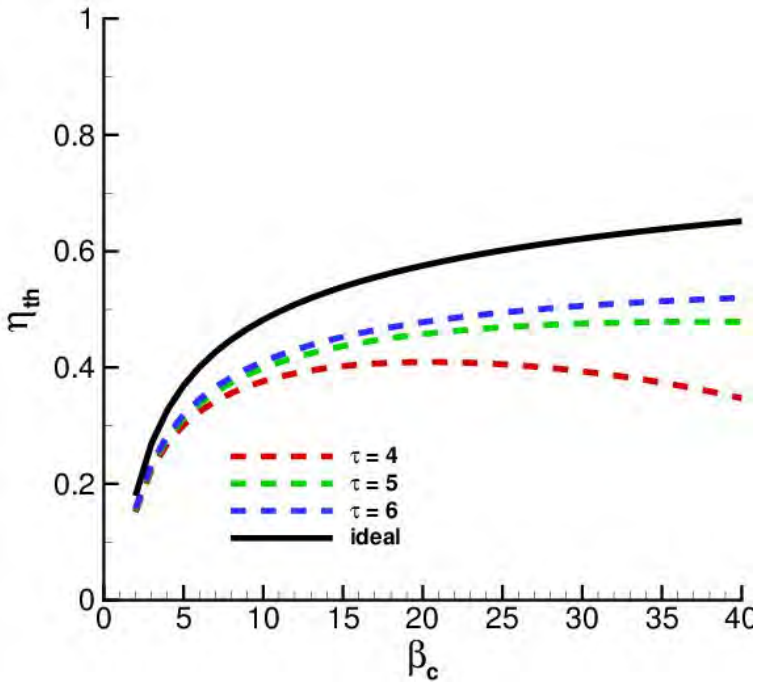



Figure 4.10: Rendimento termodinamico del ciclo reale di turbina a gas.

Il ciclo turbogas di base può essere modificato per ottenere maggior lavoro utile, o miglior rendimento. Tuttavia, molti degli accorgimenti che possono essere introdotti per conseguire questi due scopi, e che portano a cicli più complicati, sono principalmente di interesse per applicazioni dedicate alla generazione di potenza in impianti di terra, in quanto comportano un notevole aumento del peso dell'impianto, circostanza non accettabile nel campo aeronautico, dove la leggerezza del propulsore è uno dei requisiti più importanti. Uno di questi cicli modificati, quello con postcombustione, risulta comunque di interesse nel campo aeronautico, e verrà perciò considerato più avanti.

### 4.3.1 Stima dell'impatto dell'assunzione di gas caloricamente perfetto

Tra le ipotesi che abbiamo introdotto, e che manteniamo anche nella trattazione del ciclo reale, vi sono quelle di gas ideale, cioè termicamente e termicamente perfetto. Abbiamo visto nel par. 2.2 che la seconda ipotesi è particolarmente debole; vogliamo quindi qui valutare indicativamente lo scostamento tra la soluzione sopra ricavata sotto l'assunzione di gas perfetto, e la soluzione che si ricava invece, tramite un algoritmo più complesso [12], tenendo conto della variazione dei calori specifici con la temperatura. Facciamo in particolare riferimento al ciclo ideale rappresentato in fig. 4.2, dalla quale si può evincere che sotto l'ipotesi di gas caloricamente perfetto risulta:

$$L_{u,perf} = 456 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \qquad \eta_{th,perf} = 0.601 \tag{4.52}$$

mentre effettuando il calcolo assumendo che il gas rispetti ancora l'equazione termica di stato, ma il calore specifico vari con la temperatura (*gas imperfetto*), risulta

$$L_{u,imperf} = 503 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \qquad \eta_{th,imperf} = 0.569 \tag{4.53}$$

Si può osservare che l'aumento dei calori specifici con la temperatura comporta ovviamente un aumento del salto di entalpia, quindi del lavoro utile, ma anche del calore richiesto in camera di combustione. L'effetto risultante è che con l'ipotesi di gas (termicamente e caloricamente) perfetto il lavoro utile è sottostimato di quasi il 10%, mentre il rendimento è sovrastimato di oltre il 5%. Questi scostamenti permettono di porre nella giusta luce le diverse assunzioni semplificative introdotte nello studio dei motori.

### 4.3.2 Commento

Dai risultati ottenuti in questo capitolo, ed in particolare dalle fig. 4.5 e 4.3, si evince che le condizioni che danno il massimo del lavoro utile sono diverse da quelle che danno il massimo rendimento. La prima condizione richiede infatti rapporti di compressione contenuti, mentre la seconda richiede rapporti di compressione elevati. L'aumento del rapporto di temperatura $\tau$ migliora entrambi gli indici di prestazione, ma l'aumento è alquanto sensibile per il lavoro utile, molto meno per il rendimento, specie per elevati valori di $\tau$. Occorre quindi scegliere i valori dei parametri di progetto $\beta_c$ e $\tau$ (cioè la temperatura $T_3$ all'uscita della camera di combustione, determinata dalla resistenza delle palette del primo stadio di turbina), a seconda dell'uso al quale è destinata la macchina. Bisogna considerare che tra principali voci di costo di un impianto figurano il costo del combustibile ed il costo di ammortamento dell'impianto stesso; quest'ultimo inciderà tanto meno sul costo dell'unità di energia prodotta quanto maggiore sarà il fattore di carico, cioè la frazione del tempo per il quale la macchina è utilizzata. Se per esempio la macchina è destinata ad azionare un alternatore che genera corrente elettrica da immettere in rete, e funziona ininterrottamente, sarà molto importante contenere il consumo specifico, quindi optare per una soluzione di elevato rendimento: si adotteranno perciò valori di $\beta_c$ elevati, anche a costo di avere una macchina più costosa, e quindi maggiori costi

di ammortamento. Se invece la macchina è destinata a coprire solo i picchi di richiesta di potenza elettrica, quindi lavora solo poche ore al giorno, il costo del combustibile avrà un'importanza ridotta rispetto al costo di ammortamento, per cui converrà una macchina meno costosa, ossia con rapporto di compressione più basso, anche a prezzo di un certo incremento delle spese per il combustibile bruciato.

Vedremo che considerazioni analoghe valgono per i motori aeronautici; in questo caso però il valore del rapporto di compressione della macchina è importante non solo in termini di costo (di ammortamento), ma soprattutto in termini di peso del motore. Per voli a lungo raggio si preferiranno perciò motori ad alto valore del rapporto di compressione (anche a costo di un maggior peso dei motori, ma il peso del combustibile da stivare a bordo è assolutamente preponderante), per voli a breve raggio valori più bassi, che consentono di contenere il peso del motore (il peso del combustibile in questo caso gioca un ruolo meno importante).

## 4.4 Dimensionamento della macchina

Una volta calcolati i valori del lavoro utile e del rendimento termodinamico del ciclo, si possono facilmente determinare le portate d'aria $\dot{m}_a$ e di combustibile $\dot{m}_f$ necessarie per ottenere una data potenza utile $P$. Vale infatti l'ovvia relazione

$$P \;=\; \dot{m}_a \, L_u \tag{4.54}$$

da cui

$$\dot{m}_a \;=\; \frac{P}{L_u} \tag{4.55}$$

La potenza termica da fornire al ciclo risulta pertanto data dal prodotto della portata d'aria per il calore conferito in camera ad un kg di combustibile

$$\dot{Q} \;=\; \dot{m}_a \, Q_b \;=\; \dot{m}_a \, \frac{L_u}{\eta_{th}} \;=\; \frac{P}{\eta_{th}} \tag{4.56}$$

per cui occorre bruciare una portata di combustibile $\dot{m}_f$ individuata dalla relazione

$$\dot{Q} \;=\; \dot{m}_f \, Q_f \tag{4.57}$$

ossia

$$\dot{m}_f \;=\; \frac{P}{\eta_{th} \, Q_f} \tag{4.58}$$

# Domande di verifica

1. Quali sono le quattro trasformazioni che caratterizzano il ciclo di Brayton–Joule?
2. Quali sono i componenti di una macchina che adotta il ciclo Brayton?
3. Quale tipo di trasformazione avviene nel compressore? Quale nella camera di combustione? Quale nella turbina? Quale nell'ambiente esterno?
4. Da cosa è azionato il compressore?
5. Quali sono i parametri di progetto di un ciclo turbogas?
6. Su quale (o quali) piani è conveniente descrivere il ciclo Brayton? Perché? Perché è possibile approssimare l'entalpia totale con quella statica?
7. Quale andamento hanno le isobare sul piano termodinamico adottato? Quale le adiabatiche?
8. Quali sono gli indici di prestazione di interesse di un ciclo turbogas?
9. Come è definito il lavoro utile? Ed il rendimento termodinamico?
10. Cos'è il rapporto di compressione? Cos'è il parametro di rapporto di pressione?
11. Cos'è il rapporto di temperature del ciclo?
12. Da cosa dipende il rendimento termodinamico di un ciclo turbogas ideale? Quale andamento esibisce in funzione dei parametri di progetto?
13. Da cosa dipende il lavoro utile di un ciclo turbogas ideale? Quale andamento esibisce in funzione dei parametri di progetto?

14. Per quali valori di $\beta_c$ si annulla il lavoro utile in un ciclo turbogas ideale? Perché si annulla?

15. In cosa si discosta un ciclo turbogas reale da uno ideale?

16. Com'è definito il rendimento adiabatico di un compressore? E quello di una turbina?

17. Da cosa dipende il rendimento termodinamico di un ciclo turbogas reale? Quale andamento esibisce in funzione dei parametri di progetto?

18. Da cosa dipende il lavoro utile di un ciclo turbogas reale? Quale andamento esibisce in funzione dei parametri di progetto?

19. In un ciclo turbogas ideale, è possibile ottenere allo stesso tempo condizioni di massimo rendimento e massimo lavoro utile? E in un ciclo reale?

20. Per quali applicazioni conviene puntare al massimo rendimento termodinamico? Cosa avviene di conseguenza per il lavoro utile?

21. Per quali applicazioni conviene puntare al massimo lavoro utile? Cosa avviene di conseguenza per il rendimento termodinamico?

22. Qual è la relazione tra lavoro utile, potenza utile richiesta e portata in massa di aria necessaria?

23. Qual è la relazione tra rendimento, lavoro utile, potenza utile richiesta e portata in massa di combustibile necessaria?

# Esercizi

1. Calcolare il rendimento termodinamico ed il lavoro utile di un ciclo Brayton ideale caratterizzato da rapporto di compressione $\beta_c = 10$, e rapporto di temperature $\tau = 5$. Assumere $\gamma = 1.4$, $c_p = 1005$ J/(kg K), e $T_1 = 300$ K, $p_1$.
   $\rightarrow$ La (4.18) dà $\tau_c = 1.93$; dalla (4.27) si ha $\eta_{th} = 0.482$, e dalla (4.25) $L_u = 446$ kJ/kg.

2. Per lo stesso ciclo sopra considerato, determinare temperature, pressioni, entalpia ed entropia in corrispondenza alle 4 stazioni del ciclo, e tracciare qualitativamente il ciclo sul piano entropico. Assumere $p_1 = 101.3$ kPa.
   $\rightarrow$ $p_1$ e $T_1$ sono date, dalla (4.17) $p_2 = 1013$ kPa, dalla (4.16) $T_2 = 579$ K. $T_3 = 1500$ K si ricava dalla (4.23), $p_3 = p_2$ per ipotesi, dalla (4.21) $T_4 = 777$ K, $p_4 = p_1$ per ipotesi. Dalle (2.53,2.69,2.67) si ha $h_1 = 1.5$ kJ/kg, $s_1 = 6867$ J/(kg K), $h_2 = 282$ kJ/kg, $s_2 = s_1$, $h_3 = 1207$ kJ/kg, $s_3 = 7823$ J/(kg K), $h_4 = 481$ kJ/kg, $s_4 = s_3$.

3. Calcolare il valore del rapporto di compressione che massimizza il lavoro utile di un ciclo Brayton ideale caratterizzato da rapporto di temperature $\tau = 5$, e si calcolino quindi i corrispondenti valori di rendimento termodinamico e lavoro utile. Si assuma $\gamma = 1.4$, $c_p = 1005$ J/(kg K), $T_1 = 300$ K, $p_1 = 101.3$ kPa.
   $\rightarrow$ Dalla (4.34) si ricava $\tau_c = 2.236$, $\beta_c = 16.7$; dalla (4.27) si ha $\eta_{th} = 0.553$, e dalla (4.25) $L_u = 461$ kJ/kg.

4. Calcolare il rendimento termodinamico ed il lavoro utile di un ciclo Brayton reale caratterizzato da rapporto di compressione $\beta_c = 10$, e rapporto di temperature $\tau = 5$. Determinare inoltre temperature, pressioni, entalpia ed entropia in corrispondenza alle 4 stazioni del ciclo, e tracciare qualitativamente il ciclo sul piano entropico. Si assuma $\gamma = 1.4$, $c_p = 1005$ J/(kg K), e $T_1 = 300$ K, $\eta_c = 0.89$, $\eta_t = 0.91$, $p_1 = 101.3$ kPa. Quale portata d'aria la macchina dovrà elaborare per sviluppare una potenza utile $P = 5000$ kW? Quale sarà la corrispondente portata di combustibile richiesta?
   $\rightarrow$ La (4.18) dà $\tau_c = 1.93$; dalla (4.50) si ha $\eta_{th} = 0.388$, e dalla (4.48) $L_u = 346$ kJ/kg. $p_1$ e $T_1$ sono date, dalla (4.17) $p_2 = 1013$ kPa, dalla (4.41) $T_2 = 614$ K. $T_3 = 1500$ K ancora dalla (4.23), $p_3 = p_2$ per ipotesi, dalla (4.45) $T_4 = 842$ K, $p_4 = p_1$ per ipotesi. Dalle (2.53,2.69,2.67) si ha $h_1 = 1.5$ kJ/kg, $s_1 = 6867$ J/(kg K), $h_2 = 317$ kJ/kg, $s_2 = 6925$ J/(kg K), $h_3 = 1207$ kJ/kg, $s_3 = 7823$ J/(kg K), $h_4 = 546$ kJ/kg, $s_4 = 7904$ J/(kg K).

# Capitolo 5

# Turboelica

## 5.1 Introduzione

Il motore turboelica deriva direttamente dal ciclo turbogas; idealmente tutta la potenza derivante dal lavoro utile potrebbe essere conferita all'elica, ma come vedremo conviene, anzi è necessario, far avvenire una parte dell'espansione nell'ugello dal quale fuoriescono i gas combusti. Si ha quindi un contributo alla spinta anche da parte dei gas espulsi ad alta velocità, oltre che dall'elica. Il vantaggio del turboelica, rispetto agli altri motori basati sul ciclo Brayton, risiede nel fatto che l'elica assicura un rendimento propulsivo molto alto, indicativamente intorno all'80% (ma si è arrivati fino ad 87%), ben più alto di quello di un turbogetto, e comunque più alto di quello di un turbofan. Rispetto al motoelica invece presenta un consumo specifico apprezzabilmente più alto, tuttavia al tempo stesso presenta un rapporto potenza/peso significativamente più alto (per cui i motori sono più leggeri) ed una resistenza aerodinamica decisamente minore grazie alla notevolmente minore sezione frontale, vedi tab. 3.1. Inoltre, i motori basati sul ciclo Brayton richiedono una manutenzione notevolmente ridotta rispetto ai motori alternativi. Si pensi a questo proposito che gli ultimi grandi aerei a lungo raggio con motore alternativi, come i Douglas DC–6 e DC–7 ed i Lockheed Constellation e Superconstellation, richiedevano dopo ogni volo transatlantico il cambio di tutte le candele di accensione, e poiché essi avevano 4 motori con 18 cilindri ciascuno, ognuno dei quali aveva due candele, si trattava di sostituire 144 candele ad ogni volo. Questo comportava notevoli costi di mano d'opera, oltre a costringere a terra l'aereo per un tempo piuttosto lungo, riducendone quindi l'operatività.

Un ulteriore vantaggio degli aerei turboelica rispetto a quelli a getto risiede nel fatto che essi richiedono, per il decollo e l'atterraggio, una lunghezza di pista nettamente minore. Questo però non è dovuto al motore, ma bensì al fatto che, dovendo l'aereo volare a velocità più bassa rispetto agli aerei a getto, avrà bisogno di una maggiore superficie alare, e sarà pertanto in grado di decollare ed atterrare ad una minore velocità rispetto agli aviogetti.

Gli aerei azionati da motori turboelica sono principalmente impiegati nel settore del trasporto re-

| Motore | anno di introduzione in servizio | $D$ m | $\beta_o$ | $P_{eq}$ kW | $ESFC$ kg/(kW h) | $P_{eq}/m_{eng}$ kW/kg |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Dart RR | 1948 | 0.96 | 5.62 | 1 354 | 0.35 | 2.48 |
| Kuznetsov NK–12 | 1954 | | 9.5 | 11 033 | 0.22 | 3.7 |
| Allison T56 | 1954 | 0.69 | 11.5 | 3 244 | .... | 2.75 |
| PW Canada PT6T–6B | 1960 | 0.48 | 6.3 | 1 469 | 0.36 | 3.5 |
| PW Canada 127 | 1992 | 0.68 | | 1 953 | | 3.8 |
| Europrop TP400-D6 | 2009 | 0.92 | 25.0 | 8 200 | 0.22 | 3.7 |
| GE 93 | 2015 | 0.48 | 16.0 | 970 | .... | ... |

Table 5.1: Diametro, rapporto di compressione globale, potenza equivalente, consumo specifico e rapporto potenza/massa di alcuni motori turboelica.

gionale, su tratte di non più di 400 – 500 km, e tempi di volo sui 60 – 90 minuti [23]. Le eliche infatti danno luogo ad una forte rumorosità in condizioni di volo di crociera, che difficilmente potrebbe essere sopportata dai passeggeri per tratte più lunghe (il problema è ovviamente di secondaria importanza per aerei militari). Inoltre, la possibilità di atterrare e decollare su piste alquanto più brevi rispetto agli aerei a getto li rende particolarmente adatti all'impiego in piccoli aeroporti, nonché da piste non preparate come può essere il caso in applicazioni militari. Il più lungo tempo di volo degli aerei turboelica, dovuto alla loro minore velocità, non rappresenta una penalizzazione significativa per tratte brevi. Occorre osservare che per le compagnie aeree è essenziale poter effettuare un numero più elevato possibile di voli nell'unità di tempo di riferimento (per esempio in un giorno, oppure in una settimana), al fine di vendere quanti più biglietti possibile; su tratte brevi, poichè i tempi di attesa a terra (per imbarco/sbarco, rifornimento, catering,...) sono dello stesso ordine di grandezza dei tempi di volo, i tempi di volo leggermente più lunghi dei turboelica non aggravano significativamente la situazione. Per tratte lunghe invece, la minore velocità degli aerei turboelica comporterebbe un tempo di volo significativamente più lungo, con conseguente riduzione del numero di voli che possono essere effettuati su una data tratta, quindi riduzione degli introiti della compagni aerea (in questo caso il tempo di attesa a terra gioca un peso molto minore rispetto al tempo di volo).

A causa dell'elevata velocità di rotazione delle turbine, è necessario interporre un riduttore di velocità (*gearbox*) tra l'albero della turbina che aziona l'elica (generalmente separata da quella che aziona il compressore) e l'elica stessa.

La tab. 5.1 riporta alcuni dati relativi a motori turboelica significativi. Si noti il progressivo aumento del rapporto di compressione globale con il passare degli anni. I motori Kuznetsov NK–12, Allison T56 ed Europrop TP400-D6 sono impiegati su aerei militari a lungo raggio (Tu–95, C–130 ed Airbus 400M, rispettivamente), il che rende conto dei rapporti di compressione sensibilmente più alti dei motori coevi, in quanto si è visto che per contenere il consumo (molto importante per aerei a lungo

raggio) occorre adottare alti rapporti di compressione, pur a scapito di un maggior peso del motore.

## 5.2 Configurazioni di motori turboelica

La fig. 5.1 mostra il motore Europrop (*joint venture* tra MTU Aero Engines, Snecma, Rolls–Royce e Industria de Turbo Propulsores) TP400–D6, adottato dall'aereo da trasporto militare Airbus A400M Atlas. Come si può vedere dallo schema in basso, il motore adotta tre alberi coassiali (*three–spool*), dei quali due azionano due sezioni separate del compressore, ed una è destinata esclusivamente ad azionare l'elica (turbina libera o di potenza), attraverso un riduttore del numero di giri. Questa configurazione consente ad ogni sezione della macchina di ruotare alla velocità più opportuna. Il flusso di aria quindi entra dalla sezione di testa del motore ed esce dalla sua sezione di coda. Si osservi la notevole lunghezza dell'albero interno, quello della turbina libera (o di potenza). Una configurazione a flusso inverso è invece adottata dal motore Pratt & Whitney Canada PT6 (prodotto in varie versioni, con potenze da 552 a 1469 kW), in cui l'aria entra da una sezione posta in prossimità della coda del motore, e viene espulsa da una sezione a monte. In questo caso la lunghezza dell'albero della turbina libera è fortemente ridotta, riducendo in tal modo le sollecitazioni flessionali ed il peso dell'albero stesso, ed inoltre non è necessario ricorrere ad alberi coassiali, pur perdendo la piccola frazione di spinta dovuta al getto.

## 5.3 Ciclo del turboelica

Per descrivere il ciclo del turboelica adottiamo una notazione standard delle diverse sezioni del motore. Supponiamo per semplicità che vi sia un solo compressore, ma due turbine, una che aziona il compressore, l'altre che aziona l'elica (come detto, turbina libera o di potenza). Con riferimento alla fig. 5.2, denotiamo le sezioni come:

a. Condizioni all'infinito[1]

1. Ingresso presa d'aria (o presa dinamica, o diffusore)
2. Uscita presa dinamica = ingresso compressore
3. Uscita compressore = ingresso combustore
4. Uscita combustore = ingresso prima turbina (che aziona il compressore)

[1] A volte indicate da altri autori con l'indice zero, che qui non adottiamo per evitare confusione con le grandezze totali; indicheremo tuttavia con $V_0$ e $M_0$ la velocità ed il corrispondente numero di Mach di volo.

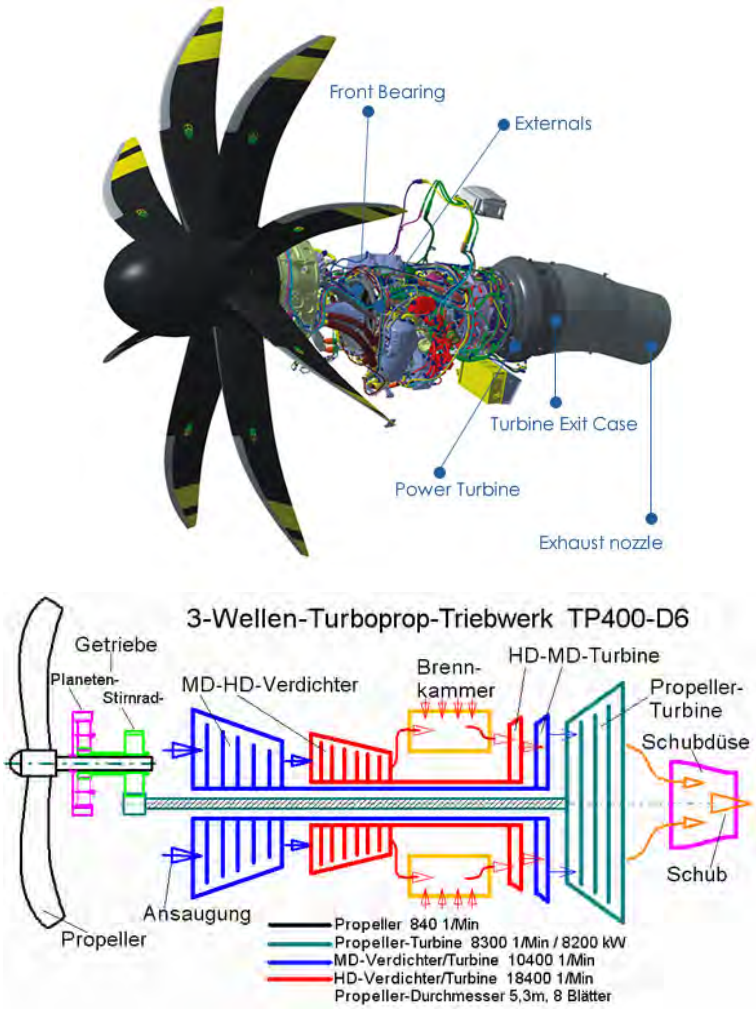



Figure 5.1: Vista e schema del motore Europrop TP400–D6, da [24, 25].

41. Uscita prima turbina = ingresso turbina libera (o di potenza)
5. Uscita turbina libera
7. Ingresso ugello
8. Gola ugello
9. Uscita ugello

In generale, nel caso di più compressori o turbine si indicano i punti intermedi con due cifre (p. es. nel caso di 3 compressori: $2 \to 21 \to 22$, e nel caso di 3 turbine: $4 \to 41 \to 42$). Si noti che la sezione 5 (uscita ultima turbina) coincide con la 7 (ingresso ugello; nei turbofan a flussi associati e nei turbogetti con postbruciatore c'è invece una sezione intermedia), e che la sezione 8 (gola) coincide

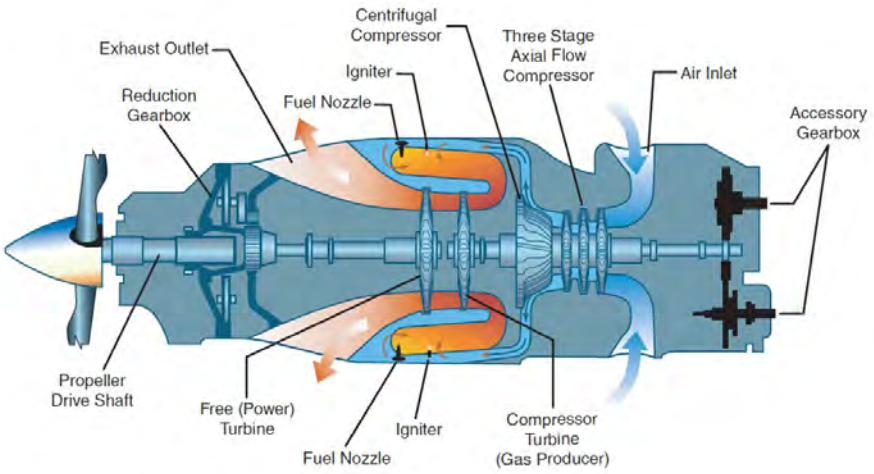



Figure 5.2: Spaccato del motore Pratt & Whitney Canada PT–6, da [26].

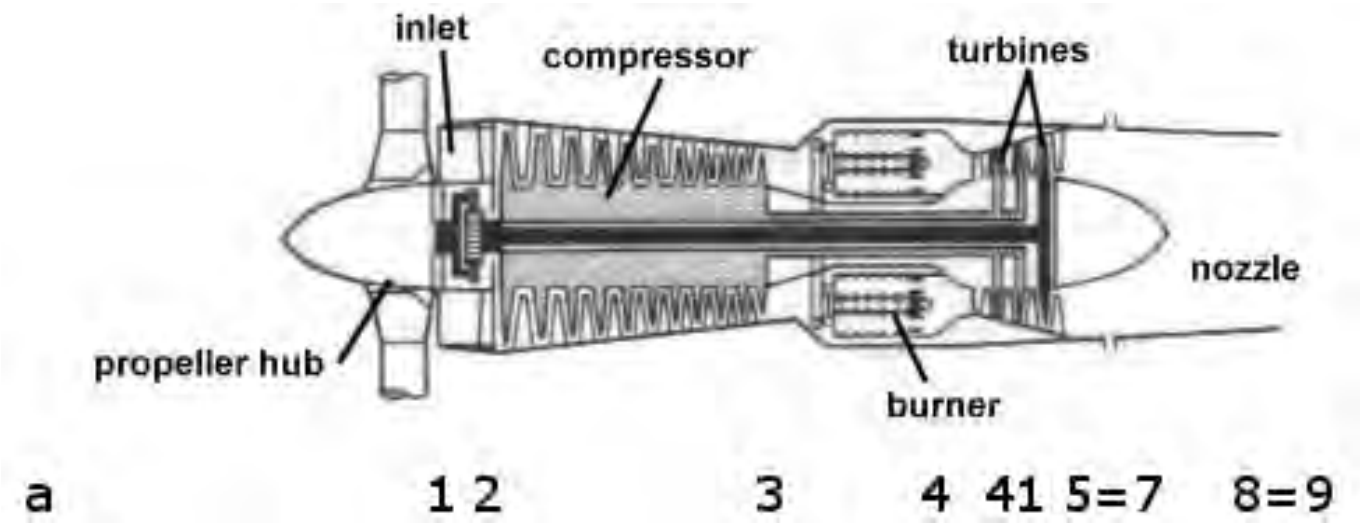



Figure 5.3: Numerazione delle sezioni di un turboelica, adattata da [31].

con la sezione 9 (uscita ugello) in quanto l'ugello è puramente convergente (la situazione può essere diversa nei turbogetti con postbruciatore).

In questa trattazione, i diversi componenti del motore sono trattati per il momento come "scatole nere", nel senso che non sono analizzati i dettagli del funzionamento di ciascuno di essi, ma semplicemente tenuti in conto gli effetti globali che essi producono, tramite assegnati rendimenti.

Descriveremo nel seguito che le trasformazioni che il fluido propulsivo subisce entro ciascun componente, per poi derivare le espressioni degli indici di prestazione di interesse.

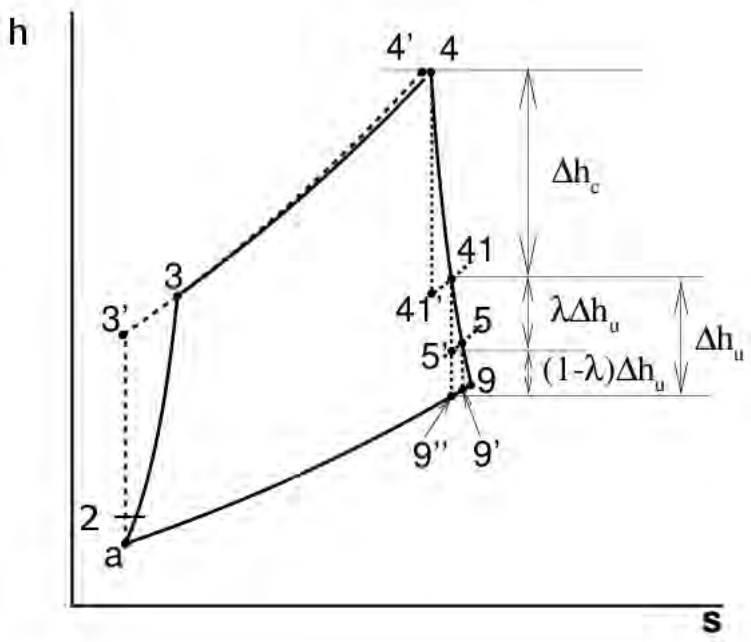



Figure 5.4: Ciclo termodinamico di un turboelica.

Studieremo il ciclo del turboelica in volo; alcune considerazioni sul comportamento 'a punto fisso' (cioè a velocità nulla, aereo fermo al suolo) saranno esposte nel par. 5.6.

Dalla fig. 5.4 possiamo vedere che l'evoluzione del fluido termovettore a partire dalle condizioni ambiente (punto a, che per semplicità consideriamo anche coincidente con il punto 1 di ingresso nella presa d'aria, anche se vedremo nel par. 6.5 che non è esattamente così), comprende

1–2 una compressione adiabatica nella presa d'aria;

2–3 una compressione adiabatica nel compressore;

3–4 una riscaldamento nella camera di combustione;

4–41 un'espansione adiabatica nella turbina che aziona il compressore;

a questo punto, è disponibile un salto entalpico utile, da sfruttare dalla turbina che aziona l'elica e dall'ugello, esprimibile come (facciamo riferimento ad una trasformazione isentropica, ossia al massimo lavoro idealmente estraibile da un kg di fluido nell'espansione dalla pressione $p_{41}$ all'uscita della prima turbina, fino alla pressione ambiente $p_a$, punto 9")

$$\Delta h_u \;=\; h_{41} \;-\; h''_9 \tag{5.1}$$

Indichiamo con $\lambda$ la frazione del salto entalpico utile che viene destinata ad azionare l'elica, che viene utilizzata nella trasformazione 41–5, mentre la parte rimanente è elaborata nell'ugello, trasformazione 5–9;

41–5 un'espansione adiabatica nella turbina che aziona l'elica (turbina libera o di potenza);

5–9 un'espansione adiabatica nell'ugello;

9–a infine, il fluido espulso nell'atmosfera si raffredda a pressione costante (ambiente) e ritorna alle condizioni iniziali.

Possiamo esplicitare l'espressione del salto entalpico utile sviluppando la (5.1), ottenendo

$$\Delta h_u \;=\; h_{41} \;-\; h''_9 \;=\; c_p\,(T_{41} \;-\; T''_9) \;=\; c_p\,T_{41}\left(1 \;-\; \frac{T''_9}{T_{41}}\right) \tag{5.2}$$

dove al solito abbiamo utilizzato l'ipotesi di gas caloricamente perfetto. Esprimendo poi il rapporto di temperature attraverso l'equazione di un'isentropica (2.71) si ha infine

$$\boxed{\Delta h_u \;=\; c_p\,T_{41}\left[1 \;-\; \left(\frac{p_a}{p_{41}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]} \tag{5.3}$$

dove si è tenuto conto che il fluido può espandere fino ad una pressione $p_9 = p_a$ (ugello adattato).

Descriviamo ora le trasformazioni che avvengono nei singoli componenti.

### 5.3.1 Presa d'aria

Lo scopo della presa d'aria (detta anche presa dinamica o diffusore) è di convogliare aria nel motore, rallentandola, ed aumentarne di conseguenza la pressione statica $p$, con contenute perdite di pressione totale rispetto al valore $p_{0a}$ relativo alle condizioni di volo. Si tratta di un componente senza parti in

movimento, e che quindi non scambia lavoro con il flusso; inoltre (almeno idealmente) non c'è scambio di calore con l'esterno. Quindi, come l'ugello, la presa dinamica non scambia energia con l'esterno ma semplicemente la trasforma, tuttavia mentre l'ugello converte energia termica in energia cinetica, la presa dinamica converte energia cinetica in energia termica. Quindi in una presa dinamica:

- la *temperatura totale si conserva*;
- la *pressione totale diminuisce* (nel caso reale);
- la pressione statica aumenta;
- l'energia cinetica diminuisce.

Per calcolare le condizioni di flusso a valle della presa dinamica si può considerare il grafico di fig. 5.5. La conservazione dell'energia totale fa sì che, nell'ipotesi in cui il numero di Mach all'uscita della presa dinamica sia basso, risulti $h_2 \simeq h_{02} = h_{01} = h_{0a}$, e analogamente per le temperature, per cui il punto 2 si troverà certamente sulla stessa ordinata del punto $0a$ che indica le condizioni di ristagno della corrente a monte della presa d'aria. Se il rallentamento nella presa dinamica fosse isentropico, le condizioni di pressione all'uscita coinciderebbero con quelle totali della corrente che investe il motore (il punto 2 si troverebbe in tale caso a coincidere col punto 2'). La pressione statica a valle della presa dinamica è in ogni caso praticamente coincidente con quella totale *locale* (per il basso numero di Mach del flusso in uscita), ed in particolare nel caso ideale sarebbe proprio pari alla $p_{0a}$ indicata in fig. 5.5 (in questa figura la divergenza delle isobare è difficilmente apprezzabile a causa della modesta ampiezza delle trasformazioni in gioco).

In realtà invece la pressione totale $p_{02}$ sarà più bassa di $p_{0a}$ a causa dell'irreversibilità del rallentamento, e quindi il punto 2 si troverà nella posizione indicata in fig. 5.5, caratterizzato dalla stessa temperatura del punto $0a$ (essendo la trasformazione adiabatica, ed il numero di Mach in uscita basso), ma da un valore più basso di pressione totale, e più alto di entropia[2]. Per quantificare l'entità dei processi irreversibili in una presa dinamica reale, si possono utilizzare differenti definizioni di rendimento [32]. Consideriamo qui i due seguenti indici di rendimento (ad ogni modo, dall'uno si può ricavare l'altro):

1. *Rapporto di pressione totale* della presa d'aria[3] $\varepsilon_d$. È il criterio più intuitivo, in quanto indica il rapporto tra la pressione totale effettivamente ottenuta all'uscita della presa e la massima potenzialmente raggiungibile, corrispondente ad un rallentamento isentropico:

[2]In una trasformazione adiabatica l'entropia rimane costante per trasformazioni reversibili, ma per trasformazioni reali (quindi irreversibili) necessariamente cresce, per il secondo principio della termodinamica.

[3]Notare che utilizziamo la lettera greca $\eta$ per indicare i rendimenti espressi in termini di rapporti di salti entalpici, e la lettera $\varepsilon$ per designare quelli espressi in termini di rapporti di pressione.

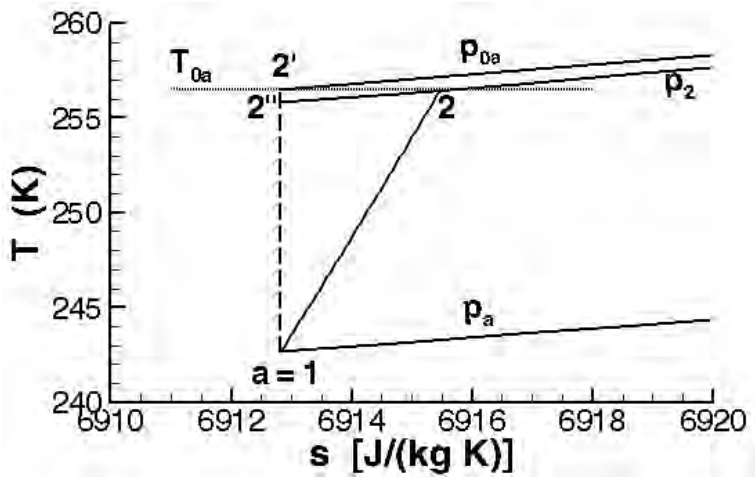



Figure 5.5: Presa dinamica: evoluzione reale (a tratto pieno) ed ideale (tratteggiata) nella presa d'aria di un aereo in volo, nel piano $T - s$.

$$\varepsilon_d = \frac{p_{02}}{p_{0a}} \tag{5.4}$$

2. *Rendimento adiabatico* della presa d'aria $\eta_d$. Questo criterio, largamente impiegato, ricerca un'analogia con la definizione di rendimento adottata per il compressore. Bisogna però osservare una differenza: mentre nel caso del compressore si considera *assegnato il rapporto tra pressione finale e iniziale* (il salto entalpico risultante dipenderà da quanto la trasformazione reale si avvicina a quella ideale), nel caso della presa dinamica è invece *assegnato il salto di entalpia statica attraverso di essa*, che per quanto detto risulta pari a $V_0^2/2$ (se il numero di Mach all'uscita è basso), ed è invece il rapporto tra pressione in uscita ed in ingresso che dipende da quanto la trasformazione reale approssima quella ideale. Questo rendimento è quindi definito come un rapporto tra salti entalpici ('ideale' diviso reale, a parità di salto di pressione), dove però il salto entalpico 'ideale' è definito in maniera piuttosto artificiosa. Si considera infatti una trasformazione dalla stazione $a$ (condizioni ambiente) ad una stazione $2''$ (uscita presa d'aria 'ideale'), *ideale* (quindi ad entropia costante al valore nel punto $a$), la quale termina in un punto (2", appunto) la cui pressione $p_2''$ à pari a quella, $p_2$, ottenuta al termine della trasformazione *reale*. Questo rendimento, incidentalmente, può essere inteso come il rapporto tra l'energia cinetica del flusso all'ingresso della presa dinamica sufficiente a raggiungere la pressione $p_2$ *nel caso isentropico*, e l'energia cinetica del flusso all'ingresso della presa dinamica necessaria a raggiungere $p_2$ *nel caso reale*:

$$\eta_d \;=\; \frac{c_p\,(T''_{02} \,-\, T_a)}{c_p\,(T_{02} \,-\, T_a)} \;\simeq\; \frac{T''_2 \,-\, T_a}{T_2 \,-\, T_a} \tag{5.5}$$

dove l'ultimo passaggio ($T''_{02} \;\simeq\; T''_2$ e simile) è evidentemente possibile grazie al basso numero di Mach in uscita dalla presa. Per le condizioni all'uscita della presa dinamica si ha per la temperatura, dall'equazione di conservazione dell'energia:

$$h_a \,+\, \frac{V_0^2}{2} \;=\; h_{0a} \tag{5.6}$$

$$\boxed{T_2 \;\simeq\; T_{02} \;=\; T_{0a} \;=\; T_a \left(1 \,+\, \frac{\gamma \,-\, 1}{2}\, M_0^2\right)} \tag{5.7}$$

essendo $M_0$ il numero di Mach di volo, mentre per la pressione si utilizza uno dei parametri di prestazione della presa dinamica: se è noto il rapporto di pressioni totali $\varepsilon_d$ si ha

$$\boxed{p_2 \;\simeq\; p_{02} \;=\; \varepsilon_d\, p_{0a} \;=\; \varepsilon_d \left(\frac{T_2}{T_a}\right)^{\dfrac{\gamma}{\gamma-1}} p_a} \tag{5.8}$$

mentre se è noto il rendimento adiabatico $\eta_d$ si ha, utilizzando la (5.5) per $T'_2$,

$$p_2 \;=\; p''_2 \;=\; \left(\frac{T''_2}{T_a}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a \quad \text{dove} \quad T''_2 \;=\; T_a \,+\, \eta_d\,(T_2 \,-\, T_a) \tag{5.9}$$

in cui $T_2$ è data dalla (5.7), per cui si può infine scrivere

$$\boxed{p_2 \;=\; p_a \left(1 \,+\, \eta_d \,\frac{\gamma \,-\, 1}{2}\, M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{5.10}$$

Eguagliando le (5.8,5.10), si possono tra l'altro ricavare espressioni che legano i due differenti indici di rendimento della presa dinamica, per cui dall'uno si può ricavare l'altro:

$$\eta_d \;=\; \frac{T_2'' \,-\, T_a}{T_2 \,-\, T_a} = \frac{T_a\,(T_2''/T_a - 1)}{T_a\,(T_2/T_a - 1)} \simeq \frac{(p_2/p_a)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{T_{02}/T_a - 1} \simeq \frac{(p_{02}/p_a)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\dfrac{\gamma-1}{2} M_0^2} = \tag{5.11}$$

$$= \left[(p_{02}/p_{0a} \cdot p_{0a}/p_a)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] \Big/ \left(\frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) = \left[\varepsilon_d^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) - 1\right] \Big/ \left(\frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)$$

$$\varepsilon_d \simeq \left[\left(1 \,+\, \eta_d \,\frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) \Big/ \left(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{5.12}$$

### 5.3.2 Compressore

Il compressore è una macchina in grado di elaborare un un certo rapporto di compressione

$$\beta_c \;=\; \frac{p_3}{p_2} \tag{5.13}$$

il cui valore in questo contesto consideriamo come un dato assegnato. La velocità del flusso a monte e a valle del compressore è relativamente bassa ($M \sim 0.3$) per cui si può considerare praticamente coincidente il rapporto (5.13) con il rapporto delle pressioni totali. Nota la pressione all'ingresso $p_2$, la pressione all'uscita risulta quindi

$$\boxed{p_3 \;=\; \beta_c \, p_2} \tag{5.14}$$

Per determinare completamente le condizioni in tale punto, occorre individuare il valore di una seconda variabile di stato. Possiamo evidentemente adottare la temperatura; definiamo, riprendendo la definizione (4.18), il *parametro di rapporto di pressione* del compressore come

$$\boxed{\tau_c \;=\; \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{5.15}$$

per cui, analogamente alla (4.41), si ottiene la temperatura in uscita dal compressore

$$\boxed{T_3 \;=\; T_2 \left(1 \,+\, \frac{\tau_c \,-\, 1}{\eta_c}\right)} \tag{5.16}$$

### 5.3.3 Combustore

Lo scopo del combustore è di aumentare la temperatura del flusso; questo avviene attraverso il rilascio di energia chimica dalla reazione di combustione, che avviene grazie all'immissione di combustibile nel flusso d'aria. La differenza tra le condizioni a valle ed a monte del combustore può essere valutata a partire dall'equazione di conservazione dell'energia (2.45), dove ancora possiamo approssimare l'entalpia totale con quella statica, grazie alla bassa velocità del flusso nel combustore, ed imponiamo nullo il lavoro all'albero. Il bilancio entalpico riferito all'unità di tempo si scrive:

$$\dot{m}_a \, h_3 \,+\, \dot{m}_f \, (h_f \,+\, Q_f) \;=\; (\dot{m}_a \,+\, \dot{m}_f) \, h_4 \tag{5.17}$$

In questo caso l'entalpia del flusso in entrata nel combustore deve considerare sia quella inizialmente posseduta dalla portata d'aria a valle del compressore ($\dot{m}_a \, h_3$), sia quella posseduta dalla portata di combustibile ($\dot{m}_a \, h_f$); nella camera viene poi generata una quantità di calore per unità di tempo data dal prodotto della portata di combustibile per il suo potere calorifico ($\dot{m}_f \, Q_f$). Dividendo membro a membro per $\dot{m}_a$, e ricordando la definizione di rapporto combustibile/aria (3.17), si ha

$$h_3 \,+\, f \, (h_f \,+\, Q_f) \;=\; (1 \,+\, f) \, h_4 \tag{5.18}$$

In questa espressione l'entalpia sensibile $h_f$ del combustibile alla temperatura d'ingresso $T_3$ può essere valutata dalla (2.47), che riscriviamo, avendo come detto nel par. 2.5 posto uguale a zero il corrispondente termine alla temperatura standard di 25 °C = 298.15 K

$$h \;=\; c_p\,(T \,-\, 298.15) \tag{5.19}$$

Considerando che il calore specifico a pressione costante del cherosene è dell'ordine di

$$c_{p,cherosene} \;\simeq\; 2000\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \tag{5.20}$$

si ottiene che l'entalpia sensibile del combustibile, la cui temperatura sarà più o meno quella ambiente, può al più arrivare a valori dell'ordine di circa 0.1 MJ/kg. Questo valore risulta trascurabile rispetto al potere calorifico del combustibile (3.41), per cui possiamo trascurare $h_f$ nel termine in parentesi a primo membro[4]. A secondo membro invece possiamo trascurare $f$ rispetto ad 1, come già visto ($f$ arriva al massimo al 2% circa, vedi fig. 5.6), quindi la (5.18) si riscrive

$$h_3 \,+\, f\,Q_f \;\simeq\; h_4 \tag{5.21}$$

per cui il rapporto combustibile/aria può essere ricavato in teoria come

$$f \;=\; \frac{h_4 \,-\, h_3}{Q_f} \tag{5.22}$$

Occorre però considerare che in pratica una (piccola) parte del calore rilasciato dalla combustione non andrà ad innalzare la temperatura dei prodotti, ma sarà disperso attraverso le pareti del combustore; inoltre, il combustibile non brucierà completamente, ma una piccola parte rimarrà incombusta, senza rilasciare calore. Si introduce perciò, per tener conto di questi effetti, il rendimento di combustione $\eta_b$, rapporto tra il calore trasferito effettivamente ai prodotti, e calore che potrebbe teoricamente essere rilasciato nella combustione

[4]Occorre anche ricordare, in questo contesto, l'approssimazione che è stata introdotta assumendo $c_p$ costante, nonostante il notevole innalzamento di temperatura che il fluido propulsivo subisce nel passaggio attraverso la camera di combustione, vedi fig. 2.2.

$$\eta_b = \frac{h_4 - h_3}{f\,Q_f} \tag{5.23}$$

Il rendimento di combustione assume tipicamente valori molto prossimi ad uno, dell'ordine del 99 – 99.5%. Il valore di $f$ risulta pertanto, introducendo anche l'ipotesi di gas caloricamente perfetto, dato da

$$\boxed{f = \frac{c_p\,(T_4 - T_3)}{\eta_b\,Q_f}} \tag{5.24}$$

che dà appunto la massa di combustibile che è necessario aggiungere ad ogni kg di aria per raggiungere la temperatura $T_4$ desiderata all'uscita della camera di combustione.

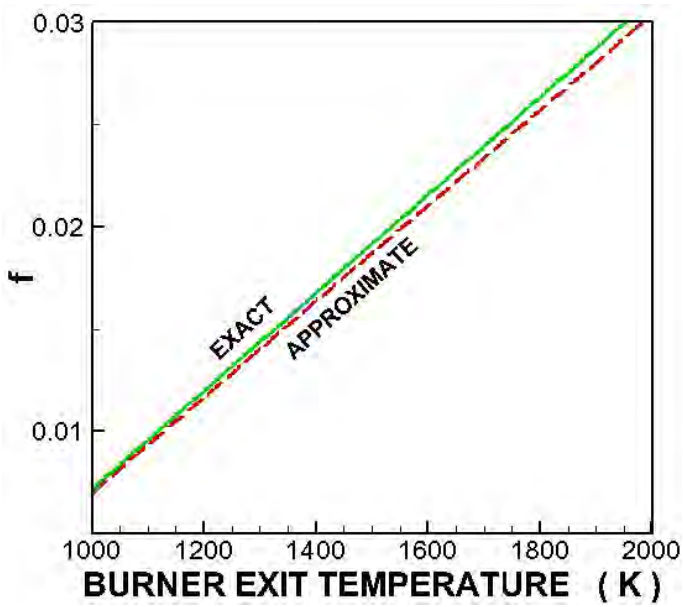



Figure 5.6: Rapporto combustibile/aria in funzione della temperatura di uscita del combustore.

Utilizziamo ora l'equazione (5.24) per calcolare il rapporto tra portata di combustibile ($\dot{m}_f$) e di aria ($\dot{m}_a$) necessario per conseguire una temperatura in uscita $T_4$, a sua volta individuata come la temperatura massima ammissibile in turbina (ossia, tollerabile dalle palette di quest'ultima). Ricordiamo che si è visto dallo studio del ciclo turbogas reale che è vantaggioso fare in modo che

$T_4$ sia la massima possibile, per migliorare sia il lavoro specifico che il rendimento termodinamico. La fig. 5.6 riporta i valori del rapporto di diluizione necessario per ottenere una data temperatura di uscita dal combustore (la linea a tratto pieno indica il valore che si ottiene considerando anche il contributo $h_f$, che abbiamo trascurato; come si può vedere la differenza è irrilevante).

Dopo aver stabilito la temperatura nel punto 4, che determina il rapporto di massa aria/combustibile, perché la stazione 4 sia completamente determinata è ancora necessario conoscere una seconda variabile di stato. Potremmo in prima approssimazione assumere ancora che la combustione sia isobara, e quindi approssimare $p_4 \simeq p_3$. In realtà per l'effetto del moto del flusso l'adduzione di calore comporta una diminuzione di pressione, tanto più elevata quanto maggiore è la velocità del flusso (od equivalentemente il numero di Mach), vedi par. 2.7.3. Per questa ed altre irreversibilità (attrito in particolare), la pressione totale attraverso il combustore non è costante, e quindi per valutare la pressione all'uscita del combustore si introduce un *rendimento pneumatico del combustore*

$$\varepsilon_b = \frac{p_4}{p_3} \tag{5.25}$$

(le pressioni totali sono approssimabili a quelle statiche per via dal basso numero di Mach del flusso entro il combustore), ottenendo quindi la pressione di uscita come

$$\boxed{p_4 = \varepsilon_b \, p_3} \tag{5.26}$$

### 5.3.4 Turbina del compressore

La turbina del compressore deve appunto fornire la potenza necessaria ad azionare il compressore. Da questa fondamentale considerazione, note le condizioni in 4 ed il rendimento isentropico della turbina[5] $\eta_{t,1}$, si possono calcolare le condizioni del flusso all'uscita della turbina (punto 41 in fig. 5.4).

Introduciamo i rendimenti meccanici di compressore e turbina $\eta_{mc}$ e $\eta_{mt}$ (numeri tipicamente lievemente minori dell'unità, intorno a 0.96 – 0.99), il secondo dei quali indica che del lavoro generato dalla turbina da un kg di fluido, $L_t$, soltanto la frazione $\eta_{mt} L_t$ è disponibile all'albero che la collega con il compressore (la piccola parte rimanente viene dissipata per attrito nei cuscinetti che sostengono l'albero), mentre il primo rendimento, $\eta_{mc}$, indica che in realtà per trasmettere il lavoro $L_c$ ad

[5] Utilizziamo l'ulteriore indice 1 per distinguere le grandezze relative alla turbina del compressore da quelli relativi alla turbina libera, per la quale si adotterà l'indice 2.

un kg di fluido nel compressore deve essere fornita all'albero un lavoro lievemente maggiore, $L_c/\eta_{mc}$, in quanto ancora una piccola parte del lavoro viene dissipato nei cuscinetti del compressore.

Il lavoro all'albero per unità di massa del fluido che deve essere fornito al compressore è, tenendo conto del rendimento meccanico

$$\frac{L_c}{\eta_{mc}} = \frac{c_p\,(T_3 - T_2)}{\eta_{mc}} \tag{5.27}$$

mentre il lavoro all'albero ottenibile da un kg di fluido che scorre in turbina è, indicando con $\eta_{mt,1}$ il rendimento meccanico di questa prima turbina

$$\eta_{mt,1}\,L_t = \eta_{mt,1}\,c_p\,(T_4 - T_{41}) \tag{5.28}$$

L'equilibrio dinamico turbina–compressore *impone* che la potenza all'asse generata dalla turbina sia pari a quella assorbita dal compressore, per cui, eguagliando (5.27,5.28) si ha

$$\eta_{mt,1}\,c_p\,(T_4 - T_{41}) = \frac{c_p\,(T_3 - T_2)}{\eta_{mc}} \tag{5.29}$$

dalla quale si può ricavare la temperatura in uscita dalla turbina del compressore come

$$\boxed{T_{41} = T_4 - \frac{T_3 - T_2}{\eta_{mc}\,\eta_{mt,1}}} \tag{5.30}$$

Per calcolare poi la pressione a valle della turbina del compressore, e quindi determinare completamente le condizioni nella stazione 41, si possono utilizzare, come per il compressore, la relazione isentropica ed il rendimento della turbina $\eta_{t,1}$. Ricordando la definizione (tralasciamo qui l'indice relativo alla prima turbina, per non appesantire la notazione)

$$\eta_t = \frac{L_t}{L_t'} = \frac{T_4 - T_{41}}{T_4 - T_{41}'} \tag{5.31}$$

dove $L'_t$ indica il lavoro che avrebbe potuto essere estratto da una turbina ideale ($\eta_t = 1$) che sfrutti lo *stesso rapporto di pressione* della turbina reale considerata, si può allora facilmente calcolare il valore della temperatura all'uscita della turbina che sarebbe stato ottenuto nel caso ideale, indicato come $T'_{41}$:

$$T'_{41} \;=\; T_4 \;-\; \frac{T_4 \,-\, T_{41}}{\eta_t} \tag{5.32}$$

Poiché appunto il rendimento della turbina è definito a parità di rapporto di pressioni (ideale e reale), si ha $p'_{41} = p_{41}$. Questo valore della pressione all'uscita della turbina può essere calcolato dall'isentropica $4 - 41'$:

$$\frac{p_4}{p_{41}} \;=\; \frac{p_4}{p'_{41}} \;=\; \left(\frac{T_4}{T'_{41}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{5.33}$$

dalla quale si ricava la pressione all'uscita della turbina del compressore (riprendiamo l'indice 1)

$$\boxed{p_{41} \;=\; p_4 \left(1 \,-\, \frac{1 \,-\, T_{41}/T_4}{\eta_{t,1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{5.34}$$

### 5.3.5 Turbina libera, o di potenza

Abbiamo detto che una frazione $\lambda$ del salto entalpico utile viene assegnata alla turbina di potenza, che aziona l'elica. Il salto entalpico ideale che questa elabora è quindi

$$L'_{t,2} \;=\; h_{41} \,-\, h'_5 \;=\; \lambda\, \Delta h_u \tag{5.35}$$

quindi svilupperà un lavoro, per unità di massa del fluido operativo

$$L_{t,2} \;=\; h_{41} \,-\, h_5 \;=\; \eta_{t,2}\, L'_{t,2} \;=\; \eta_{t,2}\, \lambda\, \Delta h_u \tag{5.36}$$

del quale arriverà effettivamente all'albero, causa gli attriti sui cuscinetti, solo una frazione $\eta_{mt,2}$. Esprimendo i salti entalpici in termini di salti di temperatura, si ha

$$c_p\ (T_{41}\ -\ T_5)\ =\ \eta_{t,2}\,\lambda\,\Delta h_u \tag{5.37}$$

Dalla (5.37) si ricava la temperatura in uscita dalla turbina di potenza

$$\boxed{T_5\ =\ T_{41}\ -\ \frac{\eta_{t,2}\,\lambda\,\Delta h_u}{c_p}} \tag{5.38}$$

La pressione si ricava con ragionamenti assolutamente analoghi a quelli visti per $p_{41}$, ottenendo quindi

$$\boxed{p_5\ =\ p_{41}\left(1\ -\ \frac{1\ -\ T_5/T_{41}}{\eta_{t,2}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{5.39}$$

### 5.3.6 Ugello

Come detto, il salto entalpico ideale assegnato alla turbina di potenza è dato dalla (5.35), per cui in linea di principio la frazione, vedi fig. 5.4

$$(1\ -\ \lambda)\,\Delta h_u\ =\ h'_5\ -\ h''_9 \tag{5.40}$$

rimane disponibile per l'ugello, vedi fig. 5.4. In realtà però, per effetto dell'irreversibilità della trasformazione 41–5, il salto entalpico idealmente sfruttabile per l'espansione nell'ugello è

$$h_5 - h'_9\ >\ h'_5\ -\ h''_9 \tag{5.41}$$

per via della divergenza delle isobare. Possiamo definire un rapporto $\sigma$, lievemente maggiore dell'unità

$$\sigma\ =\ \frac{h_5\ -\ h'_9}{h'_5\ -\ h''_9} \tag{5.42}$$

e scrivere per il salto entalpico effettivamente utilizzabile per l'ugello

$$\Delta h'_n \;=\; \sigma\,(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u \tag{5.43}$$

Definendo in modo simile al processo di espansione in turbina un rendimento $\eta_n$ dell'ugello (*nozzle*)

$$\eta_n \;=\; \frac{\Delta h_n}{\Delta h'_n} \tag{5.44}$$

rapporto tra salto entalpico reale ed ideale (a parità di pressioni estreme), possiamo ricavare la velocità all'uscita dell'ugello. Imponiamo a tal fine, essendo il flusso adiabatico e senza scambio di lavoro all'albero, l'uguaglianza tra le entalpie totali specifiche (per kg di fluido) a monte (sezione 7) ed uscita (sezione 9) dell'ugello. Ricordiamo che nel turboelica la sezione 5 di uscita della turbina coincide con la sezione 7 di ingresso dell'ugello (come d'altronde nel turbogetto). Nella sezione 7 le velocità sono basse, per cui l'entalpia totale sostanzialmente coincide con l'entalpia statica. Sulla sezione 9 di uscita invece il termine cinetico non è assolutamente trascurabile, per cui l'entalpia totale sarà la somma dell'entalpia statica $h_9$ e del termine cinetico (sempre per unità di massa) $u_9^2/2$. Eguagliando i due valori si ha

$$h_7 \;=\; h_9 \;+\; \frac{u_9^2}{2} \tag{5.45}$$

dalla quale

$$\frac{u_9^2}{2} \;=\; h_7 \;-\; h_9 \;=\; \Delta h_n \tag{5.46}$$

e per la (5.44)

$$\frac{u_9^2}{2} \;=\; \eta_n\,\Delta h_n{}' \tag{5.47}$$

Ancora, ricordando che $u_9$ non è altro che la velocità di uscita dal motore $u_e$, possiamo scrivere per la (5.43)

$$\boxed{u_e \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,\sigma\,(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u}} \tag{5.48}$$

Osserviamo comunque che il termine $\sigma$, che tiene conto della divergenza delle isobare, è molto vicino ad uno, quindi in un calcolo di prima approssimazione è permesso porlo appunto uguale ad uno. Per una valutazione più accurata occorre invece calcolare $\sigma$ come segue. Al fine di identicare il salto entalpico dal punto 5 al punto 9', vedi fig. 5.4, occorre conoscere la temperatura finale dell'espansione (ideale) che è data da

$$T_9' \;=\; T_5\,\left(\frac{p_9}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \tag{5.49}$$

ove al solito $p_9 = p_a$ per l'ipotesi di ugello adattato. Quindi il salto entalpico effettivamente disponibile per l'ugello risulta

$$\Delta h_n' \;=\; c_p\,(T_5\,-\,T_9') \tag{5.50}$$

per cui il valore di $\sigma$ è

$$\sigma \;=\; \frac{\Delta h_n'}{(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u} \;=\; \frac{c_p\,(T_5\,-\,T_9')}{(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u} \tag{5.51}$$

Il ridotto (rispetto ad un turbogetto semplice) salto entalpico elaborato nell'ugello comporta che il flusso all'uscita di questo può *non* essere critico, ed in effetti spesso non lo è. La velocità all'uscita dell'ugello è comunque sempre derivabile dalla (5.48).

## 5.4 Prestazioni in volo

La spinta generata da un turboelica è dovuta sia all'elica che al getto

$$F \;=\; F_{el}\,+\,F_j \tag{5.52}$$

Per quanto riguarda la spinta dell'elica, supposti noti il rendimento dell'elica e la velocità di volo, che sono legati da una relazione del tipo di quella del tipo indicato in fig. 3.7, essa può essere stimata dalla definizione di rendimento propulsivo (3.52)

$$F_{el} \;=\; \frac{\eta_{p,el}\, P_{j,el}}{V_0} \tag{5.53}$$

dove la potenza $P_{j,el}$ conferita dall'elica al flusso di aria *esterna* che l'attraversa è la potenza all'asse dell'elica, ossia

$$P_{j,el} \;=\; P_{ax,el} \;=\; \eta_r\, P_{ax,t} \tag{5.54}$$

dove $\eta_r$ è il rendimento del riduttore di giri (necessario ad adattare la velocità dell'elica a quella della turbina di potenza, che tipicamente ruota circa 15 volte più velocemente). Una piccola parte della potenza all'asse della turbina viene dissipata per attrito nel riduttore, effetto tenuto in conto appunto da $\eta_r$, che assume tipicamente valori lievemente inferiori ad uno (0.96 – 0.99). A sua volta la potenza all'asse della turbina di potenza può essere espressa (sotto l'approssimazione $f \ll 1$; ricordiamo che $\dot{m}_a$ denota la portata che scorre *entro* il motore) come prodotto di $\dot{m}_a$ per il lavoro all'asse sviluppato dall'unità di massa di fluido

$$P_{ax,t} \;\simeq\; \dot{m}_a\, \eta_{mt}\, \eta_t\, \lambda\, \Delta h_u \tag{5.55}$$

da cui la spinta dell'elica può essere espressa dalla (5.53) come

$$F_{el} \;=\; \frac{\dot{m}_a\, \eta_{p,el}\, \eta_r\, \eta_{mt}\, \eta_t\, \lambda\, \Delta h_u}{V_0} \tag{5.56}$$

La spinta del getto che esce dall'ugello può essere come sempre espressa, sotto le solite ipotesi $f \ll 1$ ed ugello adattato, come

$$F_j \;\simeq\; \dot{m}_a\, (u_e \,-\, V_0) \tag{5.57}$$

Ricordiamo che, in virtù della relativamente bassa pressione all'imbocco dell'ugello (poiché è stata estratta molta energia per azionare l'elica), l'ugello spesso non è critico, per cui la pressione di uscita

è effettivamente uguale a quella ambiente (ossia, l'ugello è adattato).

Osserviamo che la frazione di spinta generata del getto dell'ugello, rispetto alla spinta totale

$$\frac{F_j}{F} \;=\; \frac{F_j}{F_{el} \;+\; F_j} \tag{5.58}$$

dipende in particolare dalla frazione $\lambda$ del salto entalpico utile assegnato all'elica, da cui dipendono sia $F_{el}$ che $u_e$.

Definiamo ora le potenze da utilizzare nella valutazione dei rendimenti. La potenza disponibile è, trascurando il piccolo termine di energia cinetica:

$$P_{av} \;\simeq\; \dot{m}_f \, Q_f \tag{5.59}$$

La potenza del getto è la somma della potenza all'asse dell'elica e della potenza del getto che esce dall'ugello, vedi (3.50)

$$P_j \;=\; \dot{m}_a \left( \eta_r \, \eta_{mt} \, \eta_t \, \lambda \, \Delta h_u \;+\; \frac{u_e^2 \;-\; V_0^2}{2} \right) \tag{5.60}$$

Anche la potenza propulsiva quindi si potrà esprimere come la somma di due termini, uno relativo all'elica, uno relativo al getto:

$$P_p \;=\; F \, V_0 \;=\; F_{el} \, V_0 \;+\; F_j \, V_0 \;=\; P_{p,el} \;+\; P_{p,j} \tag{5.61}$$

e può quindi essere calcolata a partire dalle (5.56,5.57) come

$$P_p \;=\; \dot{m}_a \; [\eta_{p,el} \, \eta_r \, \eta_{mt} \, \eta_t \, \lambda \, \Delta h_u \;+ (u_e \;-\; V_0) \; V_0] \tag{5.62}$$

Dalle (5.59,5.60,5.61) si possono infine calcolare i rendimenti termodinamico, propulsivo e globale secondo le definizioni (3.51,3.52,3.53). Il rendimento propulsivo in particolare risulterà molto vicino a quello dell'elica, in quanto la maggior parte del salto entalpico utile è devoluto alla turbina che aziona l'elica.

Ricordiamo che secondo le (3.64,3.65) può essere definita una potenza *equivalente* del turboelica come

$$P_{eq} \;=\; P_{ax,el} \;+\; \frac{F_j\, V_0}{0.8} \tag{5.63}$$

ed una potenza equivalente *specifica* (per unità di massa di aria che scorre nel motore)

$$\frac{P_{eq}}{\dot{m}_a} \;=\; \eta_r\, \eta_{mt}\, \eta_t\, \lambda\, \Delta h_u \;+\; \frac{(u_e \,-\, V_0)\; V_0}{0.8} \tag{5.64}$$

Il consumo di un turboelica viene in genere analizzato in termini di consumo specifico equivalente (indicato come $ESFC$ oppure $EBSFC$) che indica il consumo di combustibile per unità di tempo e di potenza equivalente fornita dal motore, vedi (3.64):

$$ESFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{P_{ax,eq}} \;=\; \frac{\dot{m}_f}{P_{ax,el} + P_{p,j}/0.8} \;=\; \frac{f}{\eta_r\, \eta_{mt}\, \eta_t\, \lambda\, \Delta h_u \;+\; (u_e \,-\, V_0)\; V_0/0.8} \tag{5.65}$$

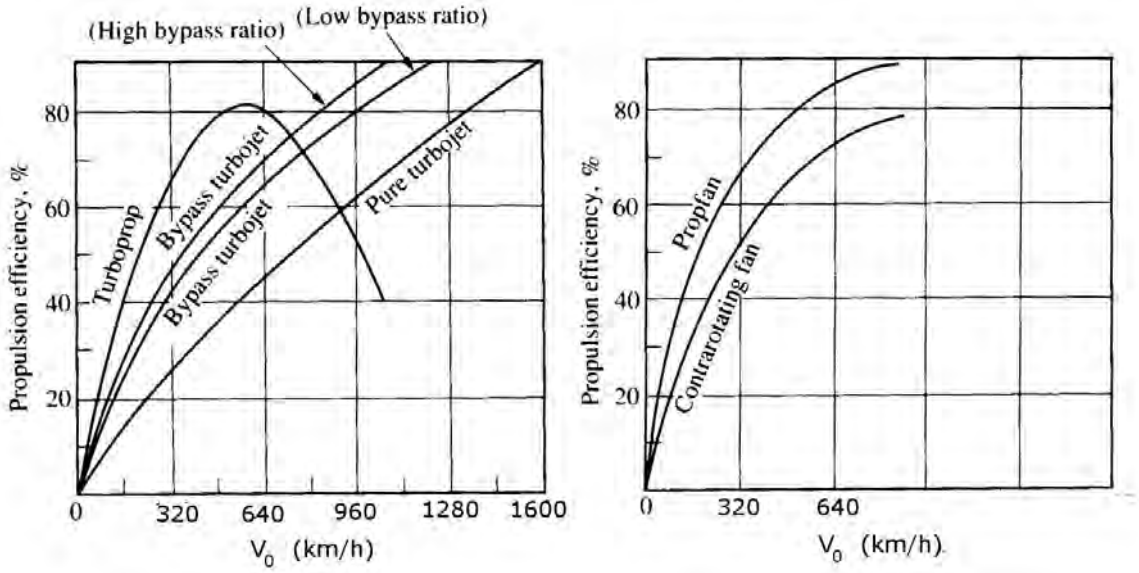



Figure 5.7: Andamento del rendimento propulsivo di diversi motori in funzione della velocità di volo, adattata da [16].

dove ricordiamo che 0.8 indica il rendimento convenzionale assunto per l'elica, vedi (3.64). Il confronto tra i rendimenti propulsivi di turbogetto e turboelica (turboprop, propfan, contrarotating fan) mostrati in fig. 5.7 mette in evidenza l'elevato rendimento propulsivo dell'elica, ma anche la sua rapida caduta in prossimità delle velocità transoniche, dovuta agli effetti della compressibilità. Per contenere tali effetti, e consentire quindi velocità di volo un poco più elevate, è stato sviluppato il motore *propfan* (detto anche *open rotor*), che adotta un'elica le cui estremità hanno un profilo simile a quello di un'ala a freccia, fig. 5.8. Sono ancora da risolvere tuttavia i problemi legati alla notevole rumorosità.

## 5.5 Effetto dei parametri di progetto sulle prestazioni

Nel turboelica abbiamo quindi tre parametri di progetto: il rapporto di compressione del compressore $\beta_c$, la temperatura massima del ciclo $T_4$ o equivalentemente il rapporto di temperature del ciclo $\tau = T_4/T_a$, ed infine la frazione $\lambda$ del salto entalpico utile che viene devoluta alla turbina libera o di potenza. Nel seguito presentiamo un'analisi parametrica che consenta di valutare gli effetti di questi tre parametri.

Figure 5.8: Elica di un propfan, da [33].

### 5.5.1 Effetto del rapporto di compressione $\beta_c$, con parametro $\lambda$

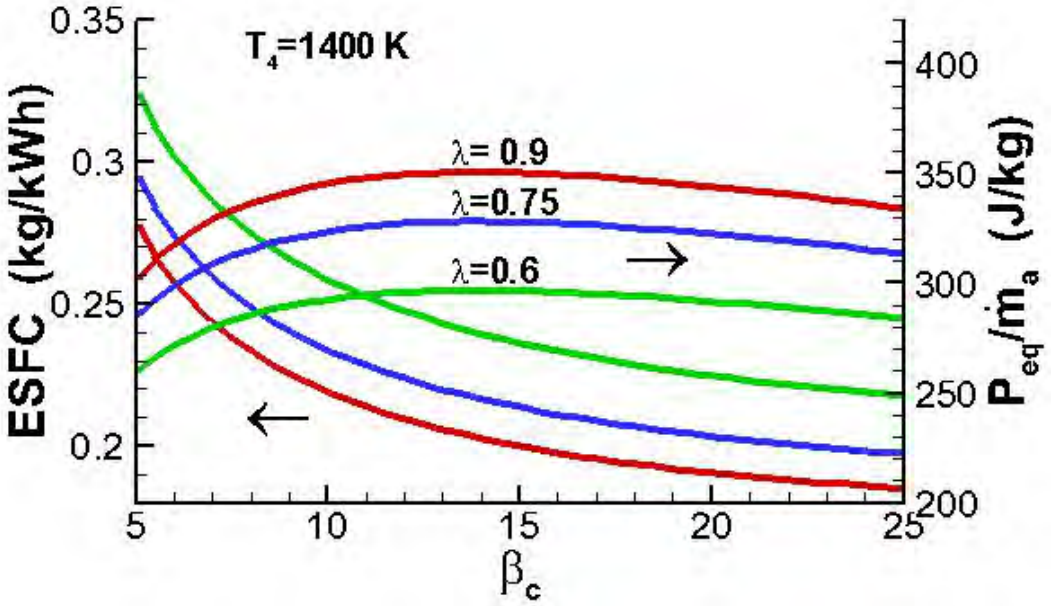



Figure 5.9: Effetto del rapporto di compressione $\beta_c$ sul consumo specifico equivalente (scala a sinistra) e sulla potenza equivalente specifica (a destra), con parametro $\lambda$.

In fig. 5.9 sono riportati, fissata la $T_4$=1400 K (nonché i rendimenti, per i quali sono stati assunti i valori $\varepsilon_d$=0.95, $\eta_c$=0.88, $\eta_b$=0.99, $\varepsilon_b$ = 0.95, $\eta_{t,1} = \eta_{t,2}$=0.92, $\eta_n$=0.97, $\eta_{mc} = \eta_{mt,1} = \eta_{mt,2}$=0.98, $\eta_r$=0.98), il consumo specifico equivalente e la potenza specifica equivalente di un turboelica in volo a numero di Mach $M_0$=0.5 alla quota di 8000 m, con la frazione $\lambda$ come parametro. Si può vedere, come ci si poteva aspettare dall'analisi del ciclo turbogas, che il consumo specifico (di significato analogo, ancorché inverso, al rendimento termodinamico del ciclo turbogas) presenta un minimo per valori alquanto elevati di $\beta_c$ (fuori della scala del grafico), mentre la potenza equivalente specifica presenta invece un massimo per valori più contenuti di $\beta_c$ (analogamente al lavoro utile del turbogas). Questa constatazione suggerisce di adottare alti valori di $\beta_c$ per motori destinati a velivoli a lungo raggio (per i quali è molto importante il consumo di combustibile), ed invece un valore di $\beta_c$ alquanto più basso per velivoli a breve raggio (per i quali il consumo è meno importante rispetto al peso del motore, determinato dalla potenza eqivalente specifica). Bisognerà quindi trovare un ottimo caso per caso, in base all'autonomia del velivolo.

La fig. 5.9 mostra anche l'effetto del parametro $\lambda$, il cui aumento tende a ridurre il consumo specifico e a far aumentare la potenza equivalente specifica. Occorre tuttavia notare che i valori ottimali di $\lambda$ molto elevati porterebbero a densità del fluido propulsivo molto basse all'uscita dell'ultimo stadio della turbina, a causa della bassa pressione di fine espansione. Si noti infatti che, a parità di pressione,

la densità, ricavabile dall'equazione termica di stato (2.5) come

$$\rho \;=\; \frac{p}{R\,T} \tag{5.66}$$

è più bassa nella turbina, rispetto al compressore, a causa della più elevata temperatura (poiché la turbina elabora il fluido caldo che esce dalla camera di combustione). Per poter far defluire la portata di aria attraverso la turbina occorrono quindi grandi sezioni di passaggio, per l'equazione di conservazione della massa

$$A \;=\; \frac{\dot{m}_a}{\rho\,u} \tag{5.67}$$

ossia pale della turbina molto lunghe. Quest'ultima situazione è simile a quella che si verifica in un'unità turbogas, dove l'espansione avviene *tutta* in turbina ($\lambda$=1); la fig. 5.10, relativa appunto ad un turbogas per impiego di terra, mostra come le pale della turbina siano molto più lunghe di quelle del compressore. In un turboelica, questa situazione è assolutamente sconsigliabile sia per problemi di peso della turbina, sia per l'accresciuta resistenza esterna dovuta alla necessità di adottare una cassa di grande diametro per alloggiare pale così lunghe. Si preferisce quindi adottare valori di $\lambda$ ben al di sotto di quello ottimale, pur con una conseguente penalizzazione del consumo specifico e della potenza equivalente.

La questione è quantificata per il caso sotto studio dalla fig. 5.11, la quale mostra i valori molto bassi del rapporto della densità $\rho_5$ all'uscita della turbina di potenza e la densità $\rho_2$ all'ingresso del compressore (il cui inverso determina il rapporto tra le aree trasversali di passaggio di uscita turbina e ingresso compressore – assumendo la stessa velocità assiale del fluido nelle sezioni 2 e 5 delle due turbomacchine, ipotesi ragionevole). Si vede che per $\lambda$ elevati tale rapporto assume valori molto bassi, portanto ad una situazione simile a quella di fig. 5.10. Si potrebbe contenere il fenomeno diminuendo la velocità assiale nel compressore (ma questo comporterebbe una più grande sezione trasversale di passaggio, quindi una macchina più pesante) oppure aumentando la velocità nella turbina (ma questo aumenterebbe gli attriti, diminuendo il rendimento della turbina). Per questi motivi, occorre limitarsi a valori di $\lambda$ ben al di sotto di quelli teoricamente ottimali. La fig. 5.11 mostra anche i valori del rapporto $\sigma$ di amplificazione del salto entalpico nell'ugello dovuto alla divergenza delle isobare; possiamo vedere che nel caso in esame esso assume valori intorno a 1.02

Figure 5.10: Gruppo compressore (a sinistra) e turbina (a destra) di un turbogas per impiego di terra, da [27].

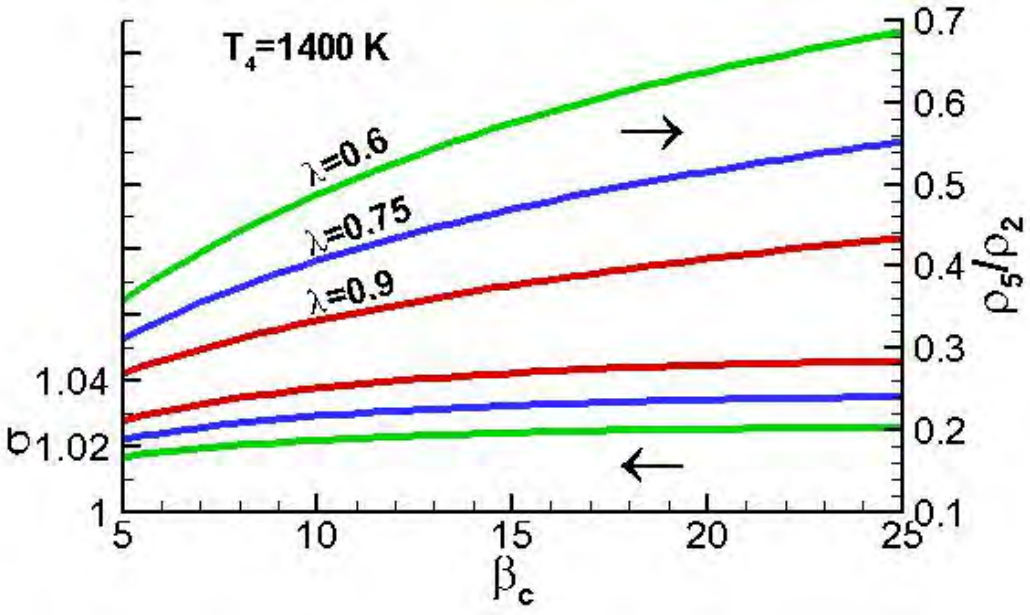



Figure 5.11: Valori di $\sigma$ (scala a sinistra) e del rapporto delle densità tra uscita turbina ed ingresso compressore (a destra), in funzione del rapporto di compressione $\beta_c$, con parametro $\lambda$.

– 1.04, il che, volendo, consente di approssimare il salto entalpico idealmente disponibile nell'ugello (5.43) ponendo per semplicità $\sigma \sim 1$, commettendo un lieve errore.

Si noti anche a questo proposito che i turboelica generalmente adottano rapporti di compressione $\beta_c$ più contenuti rispetto ai turbogetti. Come è stato visto infatti, per minimizzare il consumo specifico occorrono valori di $\beta_c$ elevati, mentre per massimizzare il lavoro utile o la spinta specifica (quindi per

contenere i pesi) occorrono valori di $\beta_c$ contenuti.

Ora, va considerato che i turboelica sono adottati, almeno nel campo civile, per voli relativamente brevi, e questo per due motivi. Il primo è che su voli brevi la penalizzazione temporale dovuta alla loro minore velocità di volo rispetto ai turbofan ha un impatto molto ridotto, in particolare se si tiene conto dei relativamente lunghi tempi di imbarco e sbarco. Il secondo è relativo alla loro elevata rumorosità (per i passeggeri in cabina in condizioni di crociera), che può essere sopportata su un volo breve, ma diventa intollerabile su voli molto lunghi. L'autonomia relativamente limitata dei turboelica civili spinge quindi ad optare per soluzioni che minimizzano il peso del motore pur a svantaggio del consumo specifico, e ciò come detto porta a valori del rapporto di compressione del compressore $\beta_c$ piuttosto contenuti. Il rapporto di compressione determina la massa del compressore, e di conseguenza anche quella della turbina che lo deve azionare, quindi limitando il valore di $\beta_c$ si ottiene un motore più leggero. Citiamo in proposito i valori del rapporto di compressione globale di alcuni motori turboelica civili (per velivoli a breve raggio): GE ATP (anno 2015) 16:1, PW 100 (1984, adottato tra l'altro dagli ATR) 14.5:1, Allison T56 (1954) 11:5, PW PT-6 (1960) 6.3:1, RR Dart (1946) 5.62:1. Invece, nel campo militare la rumorosità in cabina è un problema molto relativo, per cui per esempio il velivolo da trasporto Airbus 400 M (autonomia 5000 – 6000 km) adotta un motore Europrop TP400–D6 con rapporto di compressione 25:1, quindi molto vicino a quello dei turbogetti.

Un'altra considerazione che spinge all'impiego di turboelica per velivoli a breve raggio è la loro più breve distanza di atterraggio e decollo, vedi par. 5.1, che li rende più adatti ad aeroporti regionali di piccola taglia.

### 5.5.2 Effetto della temperatura d'ingresso in turbina, con parametro $\lambda$

La fig. 5.12 mostra l'effetto della temperatura d'ingresso in turbina $T_4$ sul consumo specifico equivalente e sulla potenza specifica equivalente. Per quanto riguarda il consumo specifico, si può notare che esso diminuisce all'aumentare di $T_4$, per via dell'aumento del rendimento termodinamico del ciclo turbogas reale con il rapporto di temperature $\tau$, vedi fig. 4.10. La potenza specifica equivalente cresce sensibilmente con $T_4$, per via dell'analogo incremento del lavoro utile di un ciclo turbogas ideale con $\tau$, vedi fig. 4.9.

### 5.5.3 Rendimento termodinamico

La fig. 5.13 mostra il rendimento termodinamico $\eta_{th}$ (3.51); dal pannello in alto è possibile osservare come il rendimento termodinamico cresca con $\beta_c$ (in realtà ha un massimo per valori molto elevati

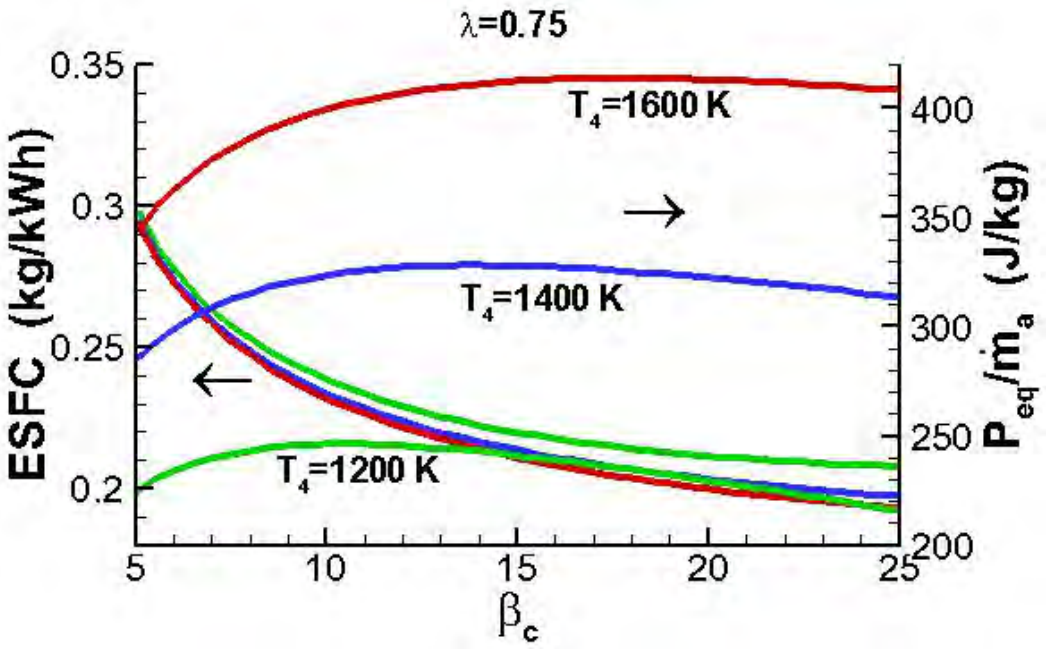



Figure 5.12: Effetto della temperatura d'ingresso in turbina sul consumo specifico equivalente (scala a sinistra) e sulla potenza specifica equivalente (a destra), fissato $\lambda$.

di $\beta_c$, fuori dalla scala del grafico, come l'analoga grandezza per il ciclo turbogas, vedi fig. 4.10), e diminuisca lievemente all'aumentare di $\lambda$. Quest'ultimo comportamento è dovuto al fatto che all'aumentare di $\lambda$ aumenta la frazione del salto entalpico utile elaborata dalla turbina di potenza rispetto a quella elaborata dall'ugello, e la turbina ha un rendimento inferiore a quello dell'ugello, per via della maggiore superficie bagnata (dovuta alle palette), ove si esercita l'attrito. Il pannello in basso mostra che il rendimento termodinamico migliora all'aumentare di $T_4$, anche questo effetto analogo a quello già constatato per il ciclo turbogas reale, vedi ancora la vedi fig. 4.10.

### 5.5.4 Rendimento propulsivo

Il rendimento propulsivo (3.52), mostrato in fig. 5.14, risulta molto vicino a quello dell'elica (qui assunto fissato e pari a $\eta_{p,el}$=0.85), specie per alti valori di $\lambda$ (vedi pannello in alto), quando cioè quasi tutto il salto entalpico utile è appunto elaborato attraverso l'elica. La figura mostra anche il rendimento propulsivo del getto che esce dall'ugello; si può osservare che esso aumenta all'aumentare di $\lambda$, perchè in queste condizioni il salto entalpico $(1-\lambda)\,\Delta h_u$ elaborato attraverso l'ugello è più piccolo, quindi per la (5.48) la velocità di uscita $u_e$ è minore, e di conseguenza per la (3.56) il rendimento propulsivo è superiore. Ciò comporta anche un miglioramento del rendimento propulsivo del motore nel suo complesso. Il minimo (poco marcato) del rendimento propulsivo del getto rispetto

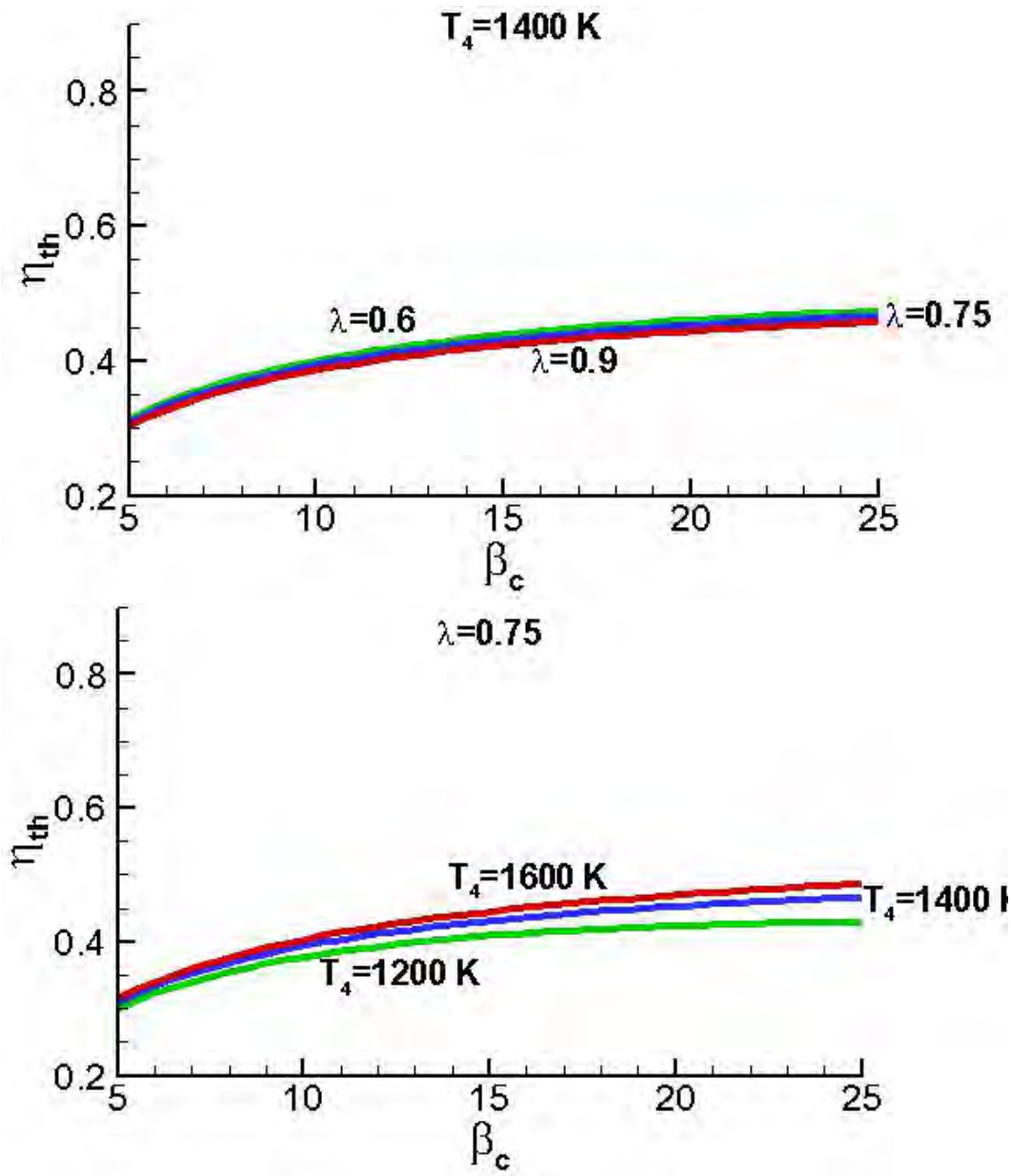



Figure 5.13: (alto) Rendimento termodinamico del turboelica in funzione del rapporto di compressione, con parametro $\lambda$; (basso) con parametro temperatura d'ingresso in turbina.

al rapporto di compressione $\beta_c$ è dovuto al fatto che per valori contenuti di $\beta_c$ si ha un massimo del lavoro utile del ciclo turbogas, quindi per la (5.48) $u_e$ presenta un massimo, e per la (3.56) $\eta_{p,j}$ presenta un minimo.

Il pannello in basso mostra che il rendimento propulsivo del getto diminuisce al crescere della temperatura $T_4$, perché un aumento di $T_4$, a parità di altre condizioni (stesso lavoro di compressione)

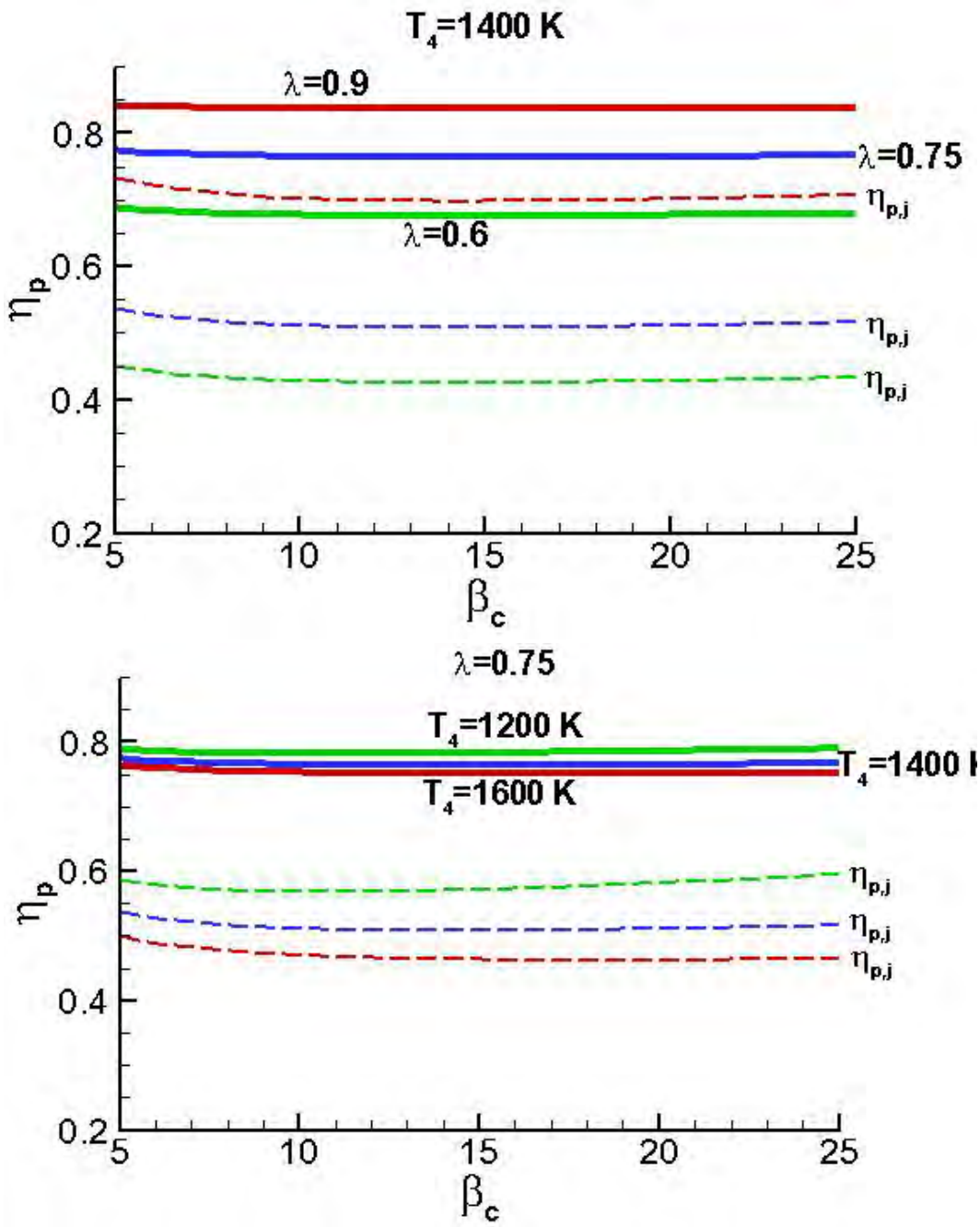



Figure 5.14: (alto) Rendimento propulsivo del turboelica (a tratto pieno) e del solo getto (tratteggiato) in funzione del rapporto di compressione, con parametro $\lambda$; (basso) con parametro temperatura d'ingresso in turbina.

comporta un aumento anche di $T_{41}$ per la (5.30), quindi di $\Delta h_u$ e $u_e$ per le (5.3,5.48), e pertanto ancora una diminuzione del rendimento propulsivo del getto per la (5.3,3.56), che si ripercuote sul

rendimento propulsivo complessivo del motore.

### 5.5.5 Rendimento globale

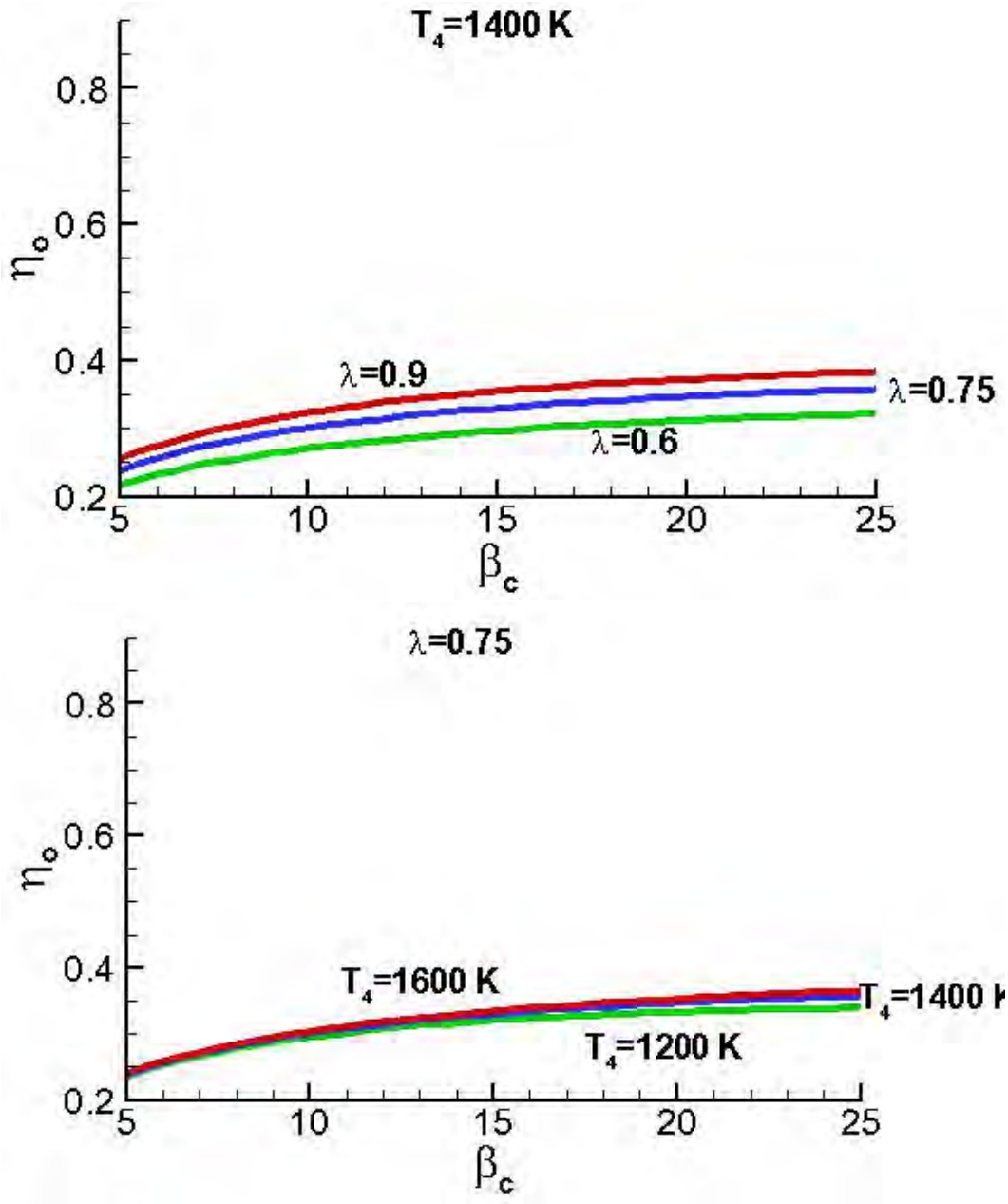



Figure 5.15: (alto) Rendimento globale del turboelica in funzione del rapporto di compressione, con parametro $\lambda$; (basso) con parametro temperatura d'ingresso in turbina.

Il rendimento globale $\eta_o$ (3.53) è riportato in funzione dei parametri di progetto in fig. 5.15; si

ricorda che esso può essere espresso dalla (3.54) come il prodotto dei rendimenti termodinamico e propulsivo. Si può pertanto desumere dalle figg. 5.13,5.14 che esso presenta un massimo per valori elevati di $\beta_c$ e che, come mostrato nel pannello in alto della fig. 5.15, esso cresce con $\lambda$, perché l'aumento del rendimento propulsivo mostrato in fig. 5.14 prevale sul lieve peggioramento del rendimento termodinamico apprezzabile dalla fig. 5.13. Inoltre, dal pannello in basso si può vedere che il rendimento globale migliora all'aumentare di $T_4$ perché in questo caso il significativo miglioramento del rendimento termodinamico prevale sul lieve peggioramento del rendimento propulsivo.

## 5.6 Prestazioni a punto fisso

Le prestazioni dell'apparato propulsivo *a punto fisso*, con l'aereo fermo a livello del suolo, sono di particolare interesse per quanto riguarda la fase di decollo. Per quanto si potrebbe pensare di calcolare queste prestazioni a partire dalle formule esposte nel par. 5.4, ponendo uguale a zero la velocità di volo $V_0$, questo porterebbe ad un sensibile errore nella valutazione delle prestazioni, perché il rendimento dell'elica dipende in maniera assolutamente determinante dalla velocità di volo, vedi fig. 3.7. Inoltre, il comportamento della presa d'aria in particolare in queste condizioni è totalmente differente da quello in volo, vedi par. 6.5, al quale rimandiamo.

## 5.7 Limiti di utilizzo dell'elica

Come già accennato, tra le caratteristiche principali del turboelica bisogna sottolineare che la massima velocità di volo è limitata a $V_0 < 700$ km/h poiché la velocità dell'aria che investe le pale dell'elica deve essere al massimo transonica. Per capire questo limite si può considerare il seguente esempio. Se l'elica gira a $n = 1000$ rpm (*revolutions per minute* = giri al minuto) la corrispondente velocità angolare risulta $\omega = 2\pi n/60 \simeq 105$ rad/s; per un diametro dell'elica $D_{el} = 4$ m, le estremità delle pale a causa della rotazione sono investite da una corrente a velocità in direzione circonferenziale $V_r = \omega D_{el}/2 = 210$ m/s. Quando il velivolo è in volo alla velocità $V_0$, diretta perpendicolarmente alla velocità di rotazione dell'elica, la pala è investita alla sua estremità da una corrente a velocità $V = \sqrt{V_0^2 + V_r^2}$; perché questa sia al disotto del campo transonico, per esempio alla quota di 7000 m, ove $a = 312$ m/s, diciamo ad esempio del 10% ossia $V < 0.9\,a \sim 281$ m/s, deve essere $V_0 < \sqrt{281^2 - 210^2} \sim 187\,\text{m/s} = 672$ km/h.

Poiché la turbina dell'elica ruota a velocità tra i 6000 ed i 40000 rpm, mentre l'elica ruota a velocità molto più basse, indicativamente tra gli 800 ed i 3000 rpm (ovviamente l'elica, per il suo maggior diametro, deve girare più lentamente), occorre interporre tra le due un riduttore. Tipicamente i

rapporti di riduzione adottati sono dell'ordine di 15:1. Si possono adottare semplici ruotismi, e in tal caso l'asse dell'elica è disassato rispetto a quello delle turbomacchine, vedi fig. (5.16,5.1), oppure si possono utilizzare meccanismi epicicloidali o a planetari, nel qual caso l'asse dell'elica è in linea con l'asse delle turbomacchine, vedi figg. 5.17, 5.2.

Figure 5.16: Riduttore a ruote dentate, da [28].

L'elica induce un gran numero di effetti sull'aereo, vedi [34]. Ci limitiamo qui a citarne uno, il moto di rollio indotto dalla rotazione dell'elica, vedi fig. 5.18. Se l'elica ruota in senso antiorario (vista da davanti), l'aereo tenderà per reazione a subire un moto di rollio in senso orario. Per contrastare questo effetto sono possibili diverse soluzioni:

1. su aerei plurimotori (con numero pari di motori) si possono adottare metà motori che girano in un senso, e l'altra metà in senso opposto;

2. su aerei, sia monomotore che plurimotori, si possono adottare eliche controrotanti;

3. su aerei monomotore, si può adottare un'ala più corta dell'altra per compensare il momento indotto dall'elica;

4. sugli aerei monomotore più moderni si preferisce tuttavia montare il motore lievemente disassato al fine di creare una coppia che contrasti quella indotta dall'elica.

Figure 5.17: Riduttore planetario o epicicloidale, da [29].

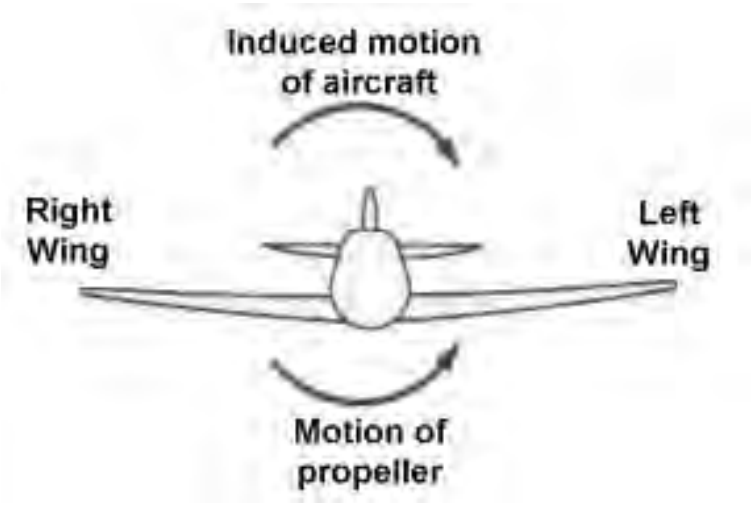



Figure 5.18: Momento indotto sull'aereo per reazione al moto dell'elica, da [31].

In aerei multimotore, si adotta generalmente la sincronizzazione delle eliche per fare in modo che tutte ruotino alla stessa velocità; questo comporta aggiustare le portate di combustibile ai vari motori. L'effetto di eliche che girano a diversa velocità è infatti la generazione di battimenti. Se

infatti assimiliamo il rumore prodotto dal due eliche a segnali sinusoidali di frequenza $f_1$ e $f_2$, il rumore risultante sarà un'onda la cui ampiezza varia nel tempo con una frequenza pari alla differenza $\mid f_1 - f_2 \mid$, quindi piuttosto bassa, tale da generare vibrazioni e disturbo ai passeggeri. Inoltre, sempre per diminuire il rumore emesso, le eliche devono girare in fase fra di loro, vedi fig. 5.19, in modo da limitare il numero dei segnali rumore emessi quando la pala passa davanti l'ala.

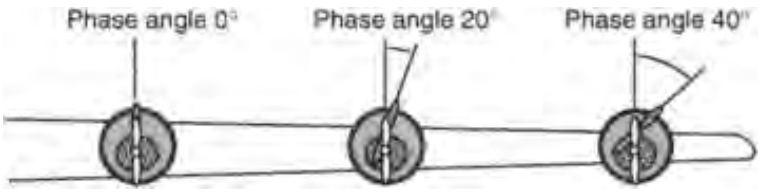



Figure 5.19: *Synchrophasing* delle eliche, da [35].

## 5.8 Turboalbero (Turboshaft) e APU

Per la propulsione di elicotteri sono comunemente impiegati motori basati sul ciclo turbogas, detti turboalbero (*turboshaft*). Infatti l'elevato rapporto potenza/peso del turboelica/turboalbero lo rende in pratica l'unico sistema propulsivo oggi impiegato per gli elicotteri (tranne che per il caso di piccole potenze, dove è competitivo anche il motore a pistoni). I turboalbero sono concettualmente identici ai turboelica, tranne che per il fatto che sostanzialmente tutta la potenza utile prodotta dal generatore di gas è destinata all'albero che aziona l'elica ($\lambda \sim 1$). Questo, oltre a massimizzare la spinta, è comunque possibile perché nei motori degli elicotteri non c'è il problema dell'ingombro trasversale della turbina, la quale può quindi espandere sino alla pressione atmosferica. Possono anche aversi più ugelli di scarico, o più prese d'aria. Il moto viene trasmesso al rotore attraverso opportuni meccanismi, ved ad es. fig. 5.20

Anche il rotore di un elicottero induce per reazione un momento sull'elicottero in senso opposto al suo senso di rotazione, che deve essere compensato da un rotore di coda; alternativamente si possono adottare due rotori controrotanti, eventualmente disposti in tandem, vedi fig. 5.21.

Il rotore di un elicottero lavora in condizioni diverse da quelle dell'elica di un aereo. La parte del rotore che avanza sarà sottoposta ad una velocità dell'aria, relativa alla pala, derivante dalla composizione di volo dell'elicottero con quella di avanzamento della pala, la quale sarà pertanto *maggiore* della velocità di volo. Per la parte di rotore che arretra, la velocità dell'aria relativa alla pala sarà invece *minore* della velocità di volo. Questo creerebbe una dissimmetria nella portanza delle varie pale dell'elicottero. Per ovviare a tale inconveniente, si ricorre al cosidetto *blade flapping*, ossia mediante un opportuno meccanismo le pale vengono alzate durante la fase di avanzamento (ovvero

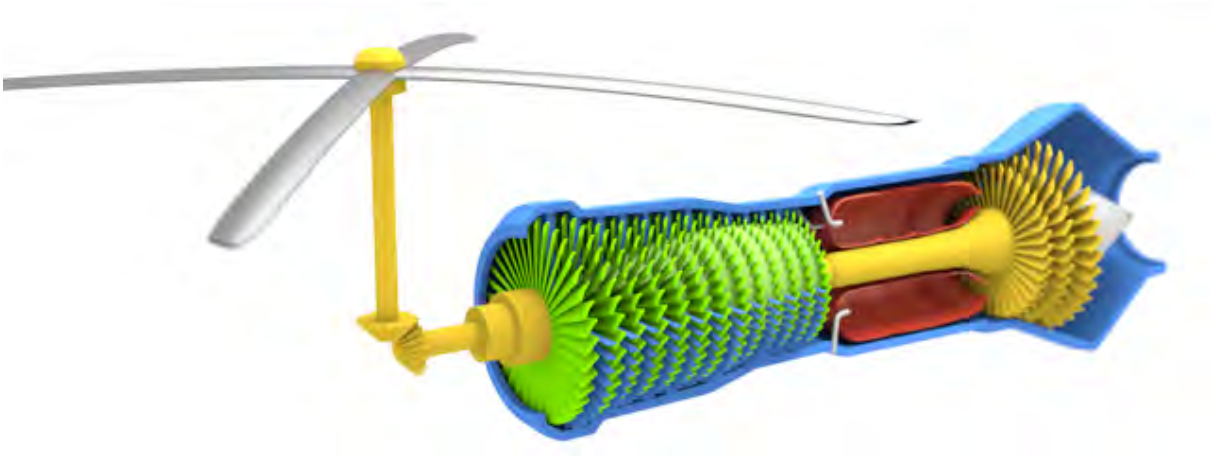


Figure 5.20: Meccanismo di trasmissione di un elicottero, da [3].

Figure 5.21: Elicottero con rotori in tandem controrotanti, da [30].

si conferisce una componente di velocità verticale alla pala diretta verso l'alto), e abbassate durante la fase di arretramento (velocità verticale della pala diretta verso il basso), vedi fig. 5.22. Questo permette di diminuire l'angolo di attacco dell'aria nel suo moto relativo alla pala quando la pala avanza (diminuendo pertanto la portanza), e di aumentarlo durante la fase di recessione (con effetto opposto). La forza necessaria per alzare la pala nel suo moto di avanzamento viene fornita dallo stesso eccesso di portanza, e viceversa per l'arretramento. Alternativamente, si può ricorrere ad un piatto oscillante, un meccanismo che varia l'inclinazione delle pale durante la rotazione, diminuendola

per la pala che avanza, ed aumentandola per quella che arretra, in modo da mantenere la portanza costante durante la rivoluzione del rotore.

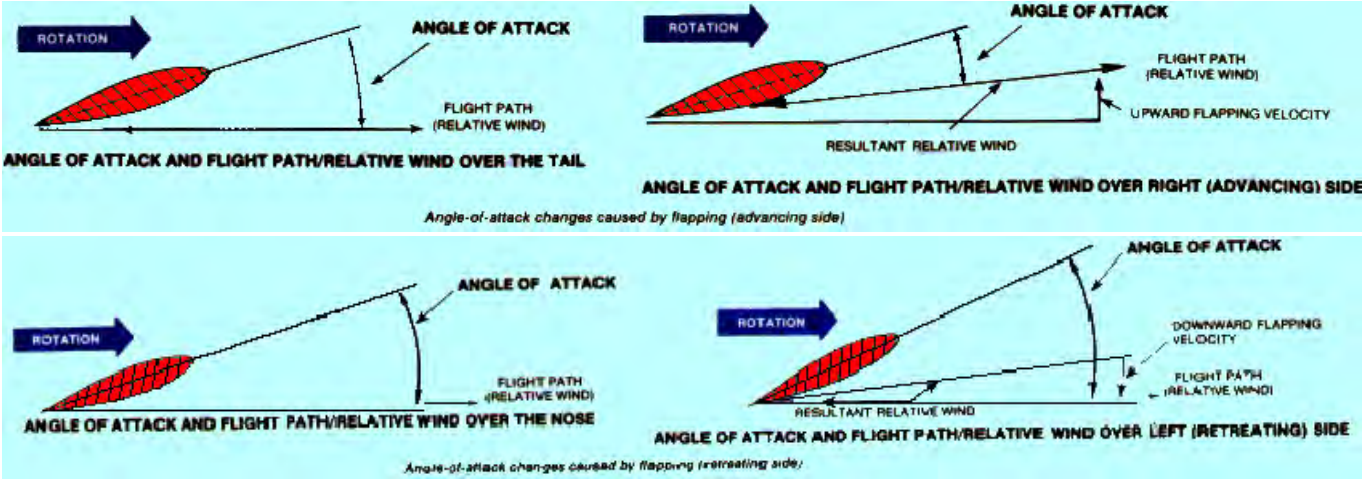



Figure 5.22: Blade flapping: (sopra) fase di avanzamento, (sotto) fase di recessione; (sinistra) senza *flapping*, (destra) con *flapping*., da [36].

Il ciclo turbogas viene anche impiegato nelle unità di potenza ausiliare (APU=*Auxiliary Power Unit*, necessarie a fornire p. es. potenza elettrica, pneumatica, ...). In tal caso, a differenza di quanto accade nel turboelica, l'obiettivo è *esclusivamente* quello di generare potenza disponibile all'asse.

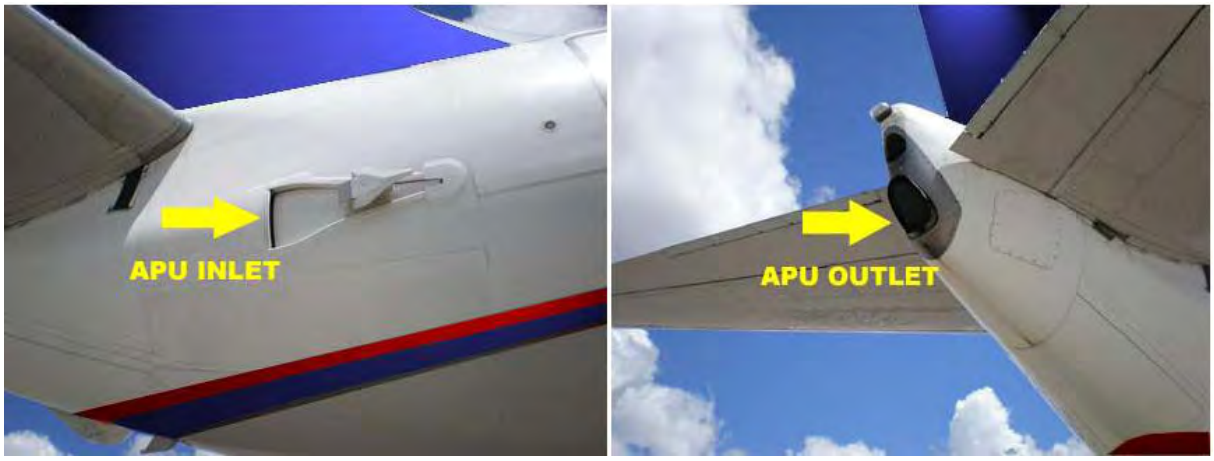



Figure 5.23: Ingresso ed uscita dell'aria di una APU, da [37].

# Domande di verifica

1. Qual è il principale vantaggio del turboelica rispetto agli altri motori basati sul ciclo turbogas?

2. Quali sono i principali vantaggi del turboelica rispetto ai motoelica?

3. Numerare le diverse sezioni del turboelica secondo le convenzioni standard.

4. Quali sono i principali componenti che costituiscono un turboelica? Qual è il compito di ciascuno di essi?

5. Quali sono i parametri di progetto di un turboelica?

6. Disegnare il ciclo, nel piano $T$–$s$ oppure $h$–$s$, di un turboelica in volo nel caso ideale e nel caso reale.

7. Tracciare, nel piano $T$–$s$ oppure $h$–$s$, la trasformazione che avviene nella presa d'aria, indicando anche i punti fittizi (ideali) utili per definire i rendimenti della presa d'aria.

8. Perché non è possibile espandere il flusso nella turbina libera fino alla pressione ambiente?

9. In un turboelica la spinta si ottiene come la somma di due contributi separati, dovuti a due organi propulsivi diversi. Quali sono questi due organi?

10. Quanta parte della spinta del turboelica è tipicamente dovuta al getto?

11. Come viene indicato il consumo specifico di un turboelica?

12. Quanto vale (indicativamente) il consumo specifico equivalente di un turboelica?

13. Perché è necessario interporre un riduttore tra albero della turbina libera di un turboelica e albero dell'elica?

## 5.9 Esercizi

1. Si calcolino le prestazioni (spinta, rendimenti, potenza equivalente specifica e consumo specifico equivalente, ed inoltre potenza e spinta totali) di un turboelica aventi le seguenti caratteristiche:

   - quota di volo $z = 7000$ m ($T_a = 242.65$ K, $p_a = 41.06$ kPa);
   - velocità di volo $V_0 = 540$ km/h;
   - rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 15$;
   - temperatura massima in turbina $T_4 = 1450$ K;
   - potere calorifico del combustibile $Q_f = 43$ MJ/kg;

- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1005$ J/(kg K);
- portata d'aria nel generatore di gas $\dot{m}_a = 20$ kg/s;
- frazione di potenza utile destinata all'elica $\lambda = 0.8$;
- ugello adattato;
- $\varepsilon_d = 0.97$;
- $\eta_c = 0.88$;
- $\eta_{mc} = \eta_{mt,1} = \eta_{mt,2} = 0.98$;
- $\eta_b = 0.99$;
- $\varepsilon_b = 0.94$;
- $\eta_{t,1} = \eta_{t,2} = 0.90$;
- $\eta_r = 0.97$;
- $\eta_{p,el} = 0.80$;
- $\eta_n = 0.98$

$\rightarrow$ Dalla (4.23) $\tau$=5.976, dalla (4.18) $\tau_c = 2.168$, dalle (2.16,2.18) $M_0 = 0.48$. Dalle (5.7,5.8) risulta $T_2 = 254$ K, $p_2 = 46.6$ kPa, poi dalle (5.16,5.14) si ha $T_3 = 591$ K, $p_3 = 700$ kPa, dalle (5.24,5.26) $f = 0.0203$, $p_4 = 658$ kPa. Per le condizioni all'uscita della turbina del compressore dalle (5.30,5.34) segue $T_{41} = 1099$ K, $p_{41} = 220$ kPa. Il salto entalpico utile risulta dalla (5.3) $\Delta h_u = 420.7$ kJ/kg. Per le condizioni all'uscita della turbina di potenza dalle (5.38,5.39) si ha $T_5 = 798$ K, $p_5 = 61.6$ kPa. Dalla (5.51) si ricava $\sigma = 1.044$, quindi dalla (5.48) si ricava $u_e = 415$ m/s. La potenza equivalente specifica dalla (5.64) è 337.6 kJ/kg, per cui la potenza equivalente totale è $P_{eq} = 6752$ kW. La spinta totale si ottiene dalle (5.56,5.57,5.52) come $F = 36$ kN, di cui il 14.7% viene dal getto. I rendimenti si ricavano dalle (5.59,5.60,5.61,3.51,3.52,3.53) come $\eta_{th} = 0.416$, $\eta_p = 0.745$, $\eta_o = 0.310$, mentre il consumo specifico dalla (5.65) risulta $ESFC = 0.217$ kg/(kWh).

2. Si calcolino le prestazioni (spinta, rendimenti, potenza equivalente specifica e consumo specifico equivalente), nonchè la portata in massa $\dot{m}_a$, di un turboelica aventi le seguenti caratteristiche:

   - quota di volo $z = 8000$ m ($T_a = 236$ K, $p_a = 35.6$ kPa);
   - velocità di volo $V_0 = 630$ km/h;
   - rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 10$;
   - temperatura massima $T_4 = 1400$ K;

- potere calorifico del combustibile $Q_f = 43$ MJ/kg;
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1005$ J/(kg K);
- frazione di potenza utile destinata all'elica $\lambda = 0.75$;
- potenza equivalente $P_{eq} = 5000$ kW;
- ugello adattato;
- $\eta_d = 0.97$;
- $\eta_c = 0.9$;
- $\eta_{mc} = \eta_{mt,1} = \eta_{mt,2} = 0.98$;
- $\eta_b = 0.99$;
- $\varepsilon_b = 0.95$;
- $\eta_{t,1} = \eta_{t,2} = 0.92$;
- $\eta_r = 0.98$;
- $\eta_{p,el} = 0.84$;
- $\eta_n = 0.98$;

$\rightarrow$ Dalla (4.23) $\tau$=5.932, dalla (4.18) $\tau_c = 1.931$, dalle (2.16,2.18) $M_0 = 0.568$. Dalle (5.7,5.10) risulta $T_2 = 251$ K, $p_2 = 44$ kPa, poi dalle (5.16,5.14) si ha $T_3 = 511$ K, $p_3 = 440$ kPa, dalle (5.24,5.26) $f = 0.021$, $p_4 = 418$ kPa. Per le condizioni all'uscita della turbina del compressore dalle (5.30,5.34) segue $T_{41} = 1129$ K, $p_{41} = 183$ kPa. Il salto entalpico utile risulta dalla (5.3) $\Delta h_u = 424$ kJ/kg. Per le condizioni all'uscita della turbina di potenza dalle (5.38,5.39) si ha $T_5 = 838$ K, $p_5 = 57.9$ kPa. Dalla (5.51) si ricava $\sigma = 1.031$, quindi dalla (5.48) si ricava $u_e = 463$ m/s. La potenza equivalente specifica dalla (5.64) è 344 kJ/kg, per cui la portata in massa di aria necessaria per conseguire la potenza equivalente richiesta è $\dot{m}_a = 14.5$ kg/s. La spinta si ottiene dalle (5.56,5.57,5.52) come $F = 23.8$ kN (di cui il 17.6% viene dal getto), i rendimenti dalle (5.59,5.60,5.61,3.51,3.52,3.53) come $\eta_{th} = 0.413$, $\eta_p = 0.768$, $\eta_o = 0.318$, mentre il consumo specifico dalla (5.65) risulta $ESFC = 0.219$ kg/(kWh).

# Capitolo 6

# Turbogetto semplice

## 6.1 Introduzione

Il motore turboelica esaminato nel cap. 5, pur garantendo prestazioni eccellenti grazie all'elevato rendimento propulsivo dell'elica, è limitato nel suo campo operativo dalla massima velocità raggiungibile, per effetto del crollo del rendimento dell'elica oltre poco più di 600 km/h, vedi fig. 5.7. Questo problema, come è stato accennato, oltre ad implicare lunghi tempi di volo in particolare per tratte intercontinentali, limita l'operatività dell'aeromobile, per esempio i pax–km/anno che possono essere trasportati, con evidente minor ritorno economico per le compagnie aeree.

Il turbogetto permette di superare questo limite, in quanto l'organo propulsivo, l'ugello, mantiene un rendimento accettabile alle alte velocità, transoniche e supersoniche (anzi, il rendimento propulsivo cresce con la velocità di volo). Tuttavia, la massima velocità ottenibile dai gas in uscita dall'ugello $u_e$ detta anche un limite superiore alle velocità di volo raggiungibili, in quanto per la (3.20) la spinta si annulla quando $V_0 = u_e$.

La tab. 6.1 riporta alcuni dati relativi a motori turbogetto significativi. Si noti che i rapporti di compressione sono piuttosto limitati, trattandosi di motori di vecchia concezione, sostituiti negli anni '60 dai turbofan, che danno migliori prestazioni nel campo subsonico.

La fig. 6.1 mostra lo spaccato di un motore turbogetto semplice, evidenziando i vari componenti, e sottolineando la distinzione tra componenti "freddi" del motore (a monte della camera di combustione, quindi presa d'aria e compressore) e "caldi" (dalla camera di combustione in poi, quindi compresi turbina ed ugello).

| Motore | anno di introduzione in servizio | $D$ m | $\beta_o$ | $F_{statica}$ kN | $TSFC$ kg/(N h) | $F/w_{eng}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| PW JT3C–7 | 1952 | 0.99 | 12.5 | 53.5 | 0.093 | 3.47 |
| PW JT4A | 1955 | 1.09 | 12. | 70.3 | 0.082 | 3.15 |
| GE CJ805 | 1960 | 0.80 | 13. | 51.8 | 0.080 | 3.63 |
| RR Olympus 301 | 1963 | 1.13 | .... | 89.0 | ..... | 4.66 |

Table 6.1: Diametro, rapporto di compressione globale, spinta statica, consumo specifico di spinta e rapporto spinta/peso di alcuni motori turbogetto.

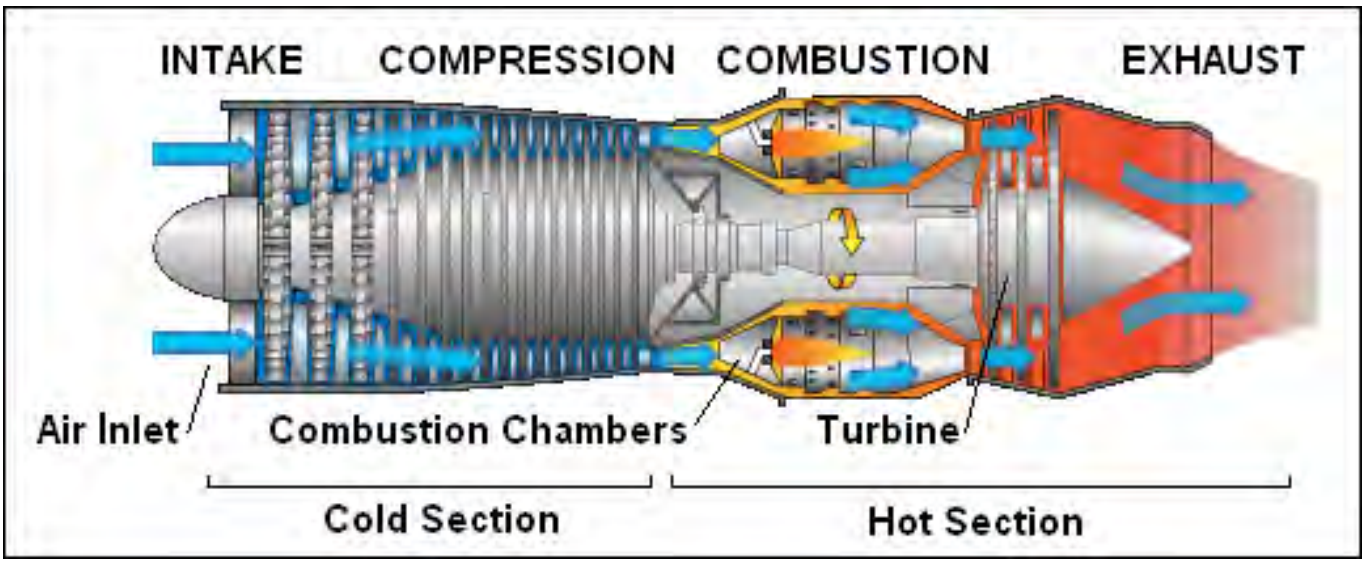



Figure 6.1: Spaccato di un motore turbogetto, da [38].

## 6.2 Ciclo del turbogetto

La fig. 6.2 indica la numerazione delle sezioni adottata per il turbogetto semplice. Si noti che, a differenza del turboelica, non figura la sezione 41 (in quanto l'espansione in turbina è descritta globalmente come il processo che ha luogo tra le sezioni 4 e 5).

Quindi denotiamo le sezioni come:

a. Condizioni all'infinito

1. Ingresso presa d'aria (o presa dinamica, o diffusore)

2. Uscita presa dinamica = ingresso compressore

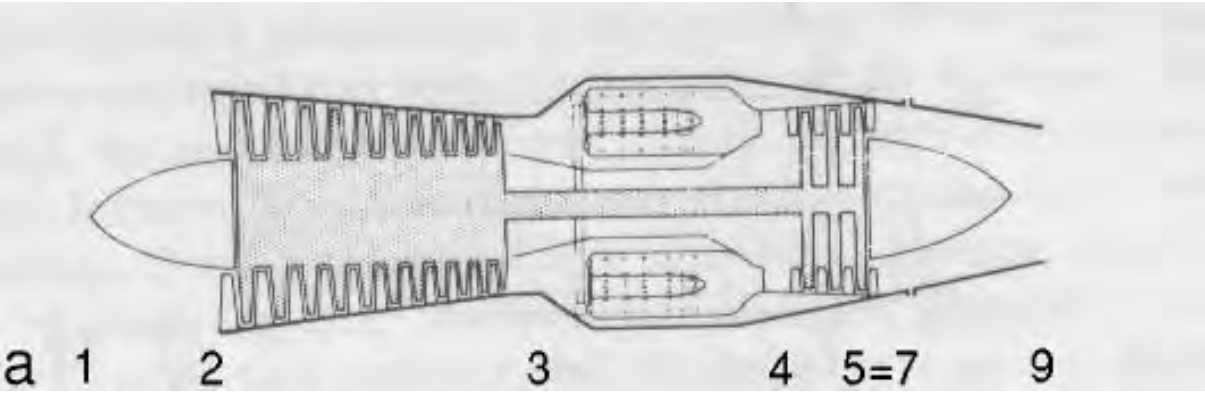



Figure 6.2: Definizione delle stazioni di un turbogetto semplice, adattata da [38].

3. Uscita compressore = ingresso combustore
4. Uscita combustore = ingresso turbina
5. Uscita turbina = ingresso ugello
7. Ingresso ugello
8. Gola ugello
9. Uscita ugello

Descriveremo, facendo riferimento a quanto già sviluppato per il motore turboelica, le trasformazioni che il fluido propulsivo subisce entro ciascun componente, per poi passare all'espressione degli indici di prestazione.

Studiamo qui il ciclo del turbogetto in volo; riportiamo poi alcune considerazioni sul comportamento 'a punto fisso'.

La fig. 6.3 riporta l'evoluzione del fluido termovettore a partire dalle condizioni ambiente (punto a, che ancora per semplicità consideriamo anche coincidente con il punto 1 di ingresso nella presa d'aria, anche se vedremo che non è esattamente così), che comprende:

1–2 una compressione adiabatica nella presa d'aria;

2–3 una compressione adiabatica nel compressore;

3–4 un riscaldamento nella camera di combustione;

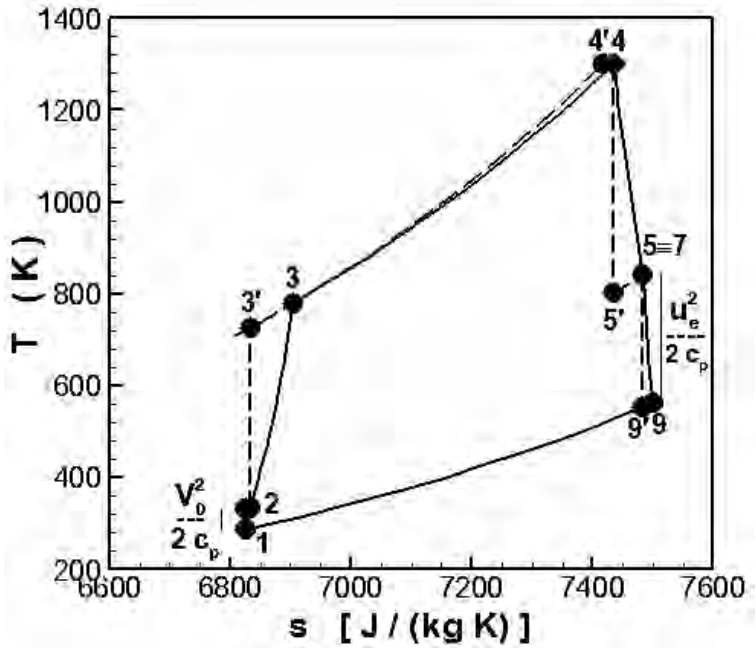



Figure 6.3: Rappresentazione del ciclo di turbogetto semplice in volo nel piano $T$–$s$.

4–5 un'espansione adiabatica nella turbina (che in questo motore aziona solo il compressore);

5–9 un'espansione adiabatica nell'ugello;

9–a infine, il fluido espulso nell'atmosfera si raffredda a pressione costante (ambiente) e ritorna alle condizioni iniziali.

Descriviamo ora le trasformazioni che avvengono nei singoli componenti.

### 6.2.1 Presa d'aria

Ricordiamo che nella presa d'aria la temperatura totale si conserva; la temperatura all'uscita della presa è perciò data dalla (5.7), che dà

$$\boxed{T_2 \simeq T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)} \tag{6.1}$$

essendo al solito $M_0$ il numero di Mach di volo. La pressione statica aumenta (ma la pressione

totale invece diminuisce per effetto delle irreversibilità); a seconda che si adotti come parametro di rendimento della presa d'aria il rapporto di pressioni totali $\varepsilon_d$ oppure il rendimento adiabatico $\eta_d$, si possono utilizzare le espressioni (5.8,5.10), rispettivamente

$$\boxed{p_2 \simeq p_{02} = \varepsilon_d \, p_{0a} = \varepsilon_d \, p_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{6.2}$$

$$\boxed{p_2 = p_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{6.3}$$

Possiamo pertanto definire un rapporto di compressione della presa d'aria come

$$\beta_d = \frac{p_2}{p_a} \tag{6.4}$$

Sottolineamo che $\beta_d$ è funzione fortemente crescente del numero di Mach di volo, il quale in un turbogetto può arrivare a valori elevati, e quindi $\beta_d$ può contribuire sostanzialmente al rapporto di compressione globale $\beta_o$ del ciclo.

### 6.2.2 Compressore

Definiamo ancora il rapporto di compressione come

$$\beta_c = \frac{p_3}{p_2} \tag{6.5}$$

ed il *parametro di rapporto di pressione* del compressore come

$$\boxed{\tau_c = \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{6.6}$$

La pressione all'uscita risulta

$$\boxed{p_3 \;=\; \beta_c \, p_2} \tag{6.7}$$

e la temperatura in uscita dal compressore risulta, vedi (5.16)

$$\boxed{T_3 \;=\; T_2 \left(1 \,+\, \frac{\tau_c \,-\, 1}{\eta_c}\right)} \tag{6.8}$$

Possiamo definire un rapporto di compressione globale (*overall*) del ciclo come

$$\beta_o \;=\; \beta_d \, \beta_c \tag{6.9}$$

### 6.2.3 Combustore

Sotto le ipotesi già viste nel par. 5.3.3, il rapporto combustibile/aria necessario per elevare la temperatura dal valore $T_3$ al valore $T_4$ (quest'ultimo determinato dalla resistenza delle palette della turbina) può essere ricavato come

$$\boxed{f \;\simeq\; \frac{c_p \, (T_4 \,-\, T_3)}{\eta_b \, Q_f}} \tag{6.10}$$

La pressione di uscita si ricava attraverso il rendimento pneumatico del combustore, vedi (5.26)

$$\boxed{p_4 \;=\; \varepsilon_b \, p_3} \tag{6.11}$$

### 6.2.4 Turbina

Introduciamo anche in questo caso i rendimenti meccanici di compressore e turbina $\eta_{mc}$ e $\eta_{mt}$ (ricordiamo che c'è una sola turbina, la cui uscita è designata come stazione 5); analogamente

alle (5.30,5.34) si ottengono le condizioni di temperatura e pressione in uscita

$$\boxed{T_5 \simeq T_4 - \frac{T_3 - T_2}{\eta_{mc}\eta_{mt}}} \tag{6.12}$$

$$\boxed{p_5 \simeq p_4 \left(1 - \frac{1 - T_5/T_4}{\eta_t}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{6.13}$$

### 6.2.5 Ugello

Il salto entalpico idealmente sfruttabile nell'ugello è dato da una relazione analoga alla (5.3), nella quale però la sezione di uscita della turbina che aziona il compressore è ora designata come stazione 5 (peraltro coincidente con la sezione 7 di ingresso dell'ugello):

$$\Delta h'_n = \Delta h_u = h_5 - h'_9 = c_p T_5 \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \tag{6.14}$$

Introducendo il rendimento isentropico dell'ugello si può esprimere il salto reale come

$$\Delta h_n = \eta_n \Delta h'_n \tag{6.15}$$

ed introducendo al solito l'ipotesi di gas caloricamente perfetto

$$\Delta h_n = \eta_n c_p (T_5 - T'_9) \tag{6.16}$$

e ricorrendo all'equazione di un isentropica per la trasformazione da 5 a 9

$$\Delta h_n = \eta_n c_p T_5 \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \tag{6.17}$$

dove, assumendo ugello adattato, la pressione di uscita è quella ambiente per cui

$$\boxed{\Delta h_n \;=\; \eta_n \, c_p \, T_5 \left[ 1 \;-\; \left( \frac{p_a}{p_5} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]} \tag{6.18}$$

La velocità d'uscita è ancora ricavabile dalla (5.46), quindi

$$\boxed{u_e \;=\; \sqrt{2 \, \Delta h_n}} \tag{6.19}$$

## 6.3 Prestazioni in volo

La spinta del turbogetto può essere espressa, sotto le solite ipotesi $f \ll 1$ ed ugello adattato, come

$$F \;\simeq\; \dot{m}_a \, (u_e \;-\; V_0) \tag{6.20}$$

La (6.20) permette di esprimere la spinta specifica come

$$I_a \;=\; \frac{F}{\dot{m}_a} \;\simeq\; u_e \;-\; V_0 \tag{6.21}$$

Definiamo le potenze da utilizzare per la valutazione dei rendimenti. La potenza disponibile è, trascurando il piccolo termine di energia cinetica:

$$P_{av} \;\simeq\; \dot{m}_f \, Q_f \tag{6.22}$$

La potenza del getto è

$$P_j \;\simeq\; \dot{m}_a \, \frac{u_e^2 \;-\; V_0^2}{2} \tag{6.23}$$

e la potenza propulsiva è

$$P_p \;=\; F\,V_0 \tag{6.24}$$

Dalle (6.22,6.23,6.24) si possono infine calcolare i rendimenti termodinamico, propulsivo e globale secondo le definizioni (3.51,3.52,3.53).

Il consumo di un turbogetto è espresso in termini di consumo specifico di spinta (3.61)

$$TSFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{F} \tag{6.25}$$

Ricordiamo che la (6.25) dà il $TSFC$ in kg/(N s), unità poco pratica; si adottano preferibilmente come unità i kg/(N h), moltiplicando il risultato numerico della (3.59) per 3 600. Il $TSFC$ viene ancora molto spesso espresso in termini di kg (massa) di combustibile consumati all'ora diviso la spinta espressa in kg–forza (1 $\mathrm{kg_f}$ = 9.80665 N); non adottiamo in questo testo tale convenzione. Per passare dai valori di $TSFC$ espressi in kg/($\mathrm{kg_f}$ h) a quelli in kg/(N h) occorre dividere per il valore dell'accelerazione standard al livello del suolo (3.63), e viceversa (quindi tra i valori espressi nelle unità di misura citate intercorre sostanzialmente un fattore circa 10).

La (6.21) permette di esprimere il consumo specifico del turbogetto semplice[1] come

$$TSFC \;=\; \frac{f}{I_a} \tag{6.26}$$

## 6.4 Effetto dei parametri di progetto e delle condizioni operative sulle prestazioni

Nel turbogetto semplice abbiamo quindi due parametri di progetto: il rapporto di compressione del compressore $\beta_c$, la temperatura massima del ciclo $T_4$ o equivalentemente il rapporto di temperature del ciclo $\tau = T_4/T_a$. Inoltre, mentre nel caso del turboelica la velocità di volo era praticamente individuata dalle condizioni di massimo rendimento propulsivo dell'elica, nel caso in esame la velocità

[1] Ma non, precisiamo sin d'ora, del turbofan.

di volo, o equivalentemente il numero di Mach di volo $M_0$, può spaziare un ampio campo, e dobbiamo considerare quindi $M_0$ come un'ulteriore grandezza che contribuisce sensibilmente a determinare le prestazioni attraverso il rapporto di compressione della presa d'aria $\beta_d$, che per alti numeri di Mach contribuisce sostanzialmente al rapporto di compressione globale del ciclo (6.9). Nel seguito presentiamo un'analisi parametrica che consenta di valutare gli effetti delle grandezze di progetto ($\beta_c$, $T_4$) e delle condizioni operative ($M_0$). Nel valutare l'effetto delle varie grandezze, intendiamo che ogni terna di valori di ($\beta_c$, $T_4$, $M_0$) faccia riferimento ad un motore che lavora nelle condizioni di progetto (quindi, *non* ad un *dato* motore del quale si voglia esaminare come variano le prestazioni al variare delle condizioni operative, per esempio la velocità di volo, o la $T_4$).

Analizziamo ora i diversi indici di prestazione di un turbogetto per due differenti valori del numero di Mach di volo, $M_0 = 0.8$ (valore tipico degli aviogetti commerciali) e $M_0 = 2$ (indicativo delle condizioni di volo di un aereo tipo il Concorde, o un velivolo militare in condizioni di combattimento). Tali indici di prestazione sono riportati in funzione dei due parametri di progetto del turbogetto, il rapporto di compressione $\beta_c$ e la temperatura massima del ciclo $T_4$ (posta a parametro), e per assegnati valori dei rendimenti dei componenti del motore (presa dinamica, compressore, camera di combustione, turbina e ugello). Per quanto riguarda la presa dinamica, occorre tenere in conto il fatto che il suo rendimento, come si vedrà nel cap. 11, dipende sensibilmente dal numero di Mach di volo; è stato pertanto assegnato un rapporto di pressione totale $\varepsilon_d = 0{,}95$ per $M_0 = 0.8$, e pari invece a 0,85 per $M_0 = 2$. Per la $T_4$ sono stati assunti i valori 1200, 1400 e 1600 K corrispondenti, ipotizzando una quota di volo di 11000 m (ove la temperatura ambiente desunta dall'atmosfera standard ICAO è 216.7 K), a valori del rapporto di temperature del ciclo pari a $\tau = 5.54$, 6.46 e 7.38 rispettivamente.

### 6.4.1 Rendimento termodinamico

La fig. 6.4 riporta il rendimento termodinamico il quale, come nel caso del ciclo turbogas (reale), presenta un massimo al variare del rapporto di compressione del ciclo, ed aumenta con $T_4$. Il rapporto di compressione del ciclo effettivo (o globale, *overall*) è però, in volo, esprimibile come prodotto dei rapporti di compressione relativi a diffusore e compressore

$$\beta_o \;=\; \beta_d\,\beta_c \;=\; \frac{p_2}{p_a}\,\frac{p_3}{p_2} \tag{6.27}$$

dove nel caso in esame risulta, in base alla (5.8), $\beta_d \simeq 1.45$ per $M_0 = 0.8$, e $\beta_d \simeq 6.65$ per $M_0 = 2$. La sensibile compressione nella presa d'aria provoca uno spostamento del massimo di $\eta_{th}$ verso valori di $\beta_c$ inferiori rispetto al caso di operazione a punto fisso. La scala delle ascisse è stata limitata

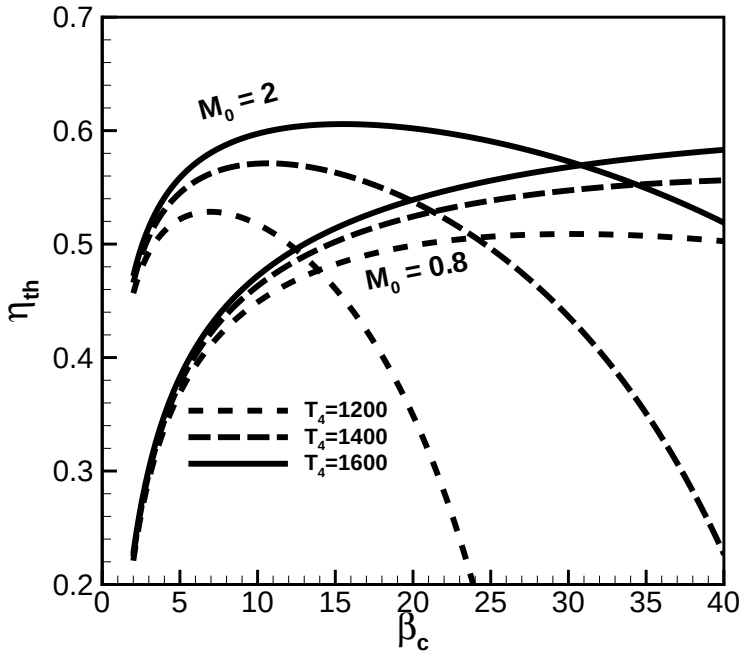



Figure 6.4: Rendimento termodinamico di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per due valori del numero di Mach di volo.

a valori di $\beta_c$ fino a 40; per $M_0 = 0.8$ il massimo di $\eta_{th}$ si avrebbe per valori $\beta_c$ anche superiori a tale limite (30.2, 47.2, 69.7 per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente), non conseguibili perché imporrebbero un compressore con un numero molto elevato di stadi, quindi estremamente pesante. All'aumentare del numero di Mach il massimo si sposta verso valori più bassi di $\beta_c$ (7, 10.6, 15.6 per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente) per effetto della forte compressione dinamica nella presa d'aria, e parallelamente si restringe il campo di $\beta_c$ in cui il propulsore è in grado di fornire lavoro utile. Infatti, il rapporto di compressione *complessivo* del ciclo $\beta_o$ massimo che consente di estrarre lavoro utile dal ciclo dipende da $M_0$ solo attraverso il fatto che al variare di $M_0$ varia la ripartizione della compressione tra presa d'aria e compressore (organi che presentano rendimenti lievemente differenti), per cui aumentando $\beta_d$ all'aumentare di $M_0$, deve diminuire $\beta_c$.

### 6.4.2 Rendimento propulsivo

Il rendimento propulsivo diminuisce al crescere della temperatura massima, come indicato in fig. 6.5; ciò è dovuto al conseguente aumento del salto entalpico utile, e quindi della velocità di efflusso $u_e$, che fa diminuire il rapporto $\nu = V_0/u_e$ (si ricordi che $\eta_p$ è funzione crescente di $\nu$). Il rendimento

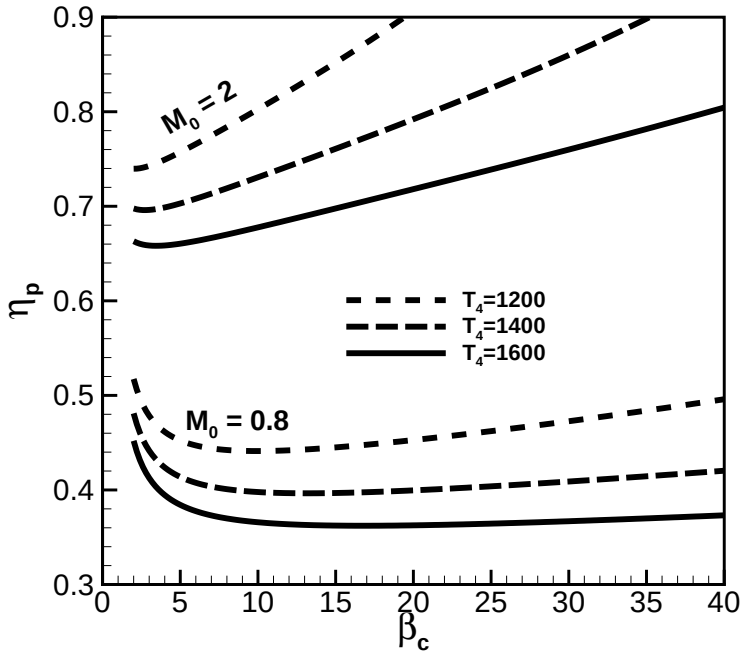



Figure 6.5: Rendimento propulsivo di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per due valori del numero di Mach di volo.

propulsivo si avvicina all'unità quando $u_e$ tende a $V_0$, cioè quando la spinta specifica tende ad annullarsi. Si osserva che l'andamento di $\eta_p$ ha un minimo per bassi valori del rapporto di compressione complessivo del ciclo (che nell'analogia del ciclo turbogas danno il massimo lavoro utile, quindi la massima velocità di uscita in un turbogetto, quindi ancora rapporti $\nu$ bassi). In particolare, per $M_0 = 0.8$ i minimi si hanno per $\beta_c = 10$, 13.2, 16.8 per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente; poiché per la (6.9) $\beta_c = \beta_o/\beta_d$ e come detto $\beta_d$ cresce fortemente con $M_0$, tale minimo si sposta sensibilmente verso sinistra per velivoli destinati a volare ad alto numero di Mach (per $M_0$=2 il minimo si ha $\beta_c$ = 2.1, 2.8, 3.4 in corrispondenza a $T_4$ = 1200, 1400, 1600 K rispettivamente). Al crescere di $M_0$ il parallelo aumento di $V_0$ provoca un aumento di $\nu$, quindi del rendimento propulsivo, vedi ancora la (3.56).

### 6.4.3 Rendimento globale

Il comportamento del rendimento globale, fig. 6.6, lo si può desumere da quelli di rendimento termico e propulsivo, essendo il prodotto dei due, vedi (3.54). Abbiamo visto che il rendimento termodinamico presenta un massimo per elevati valori del rapporto di compressione, e migliora all'aumentare di $T_4$;

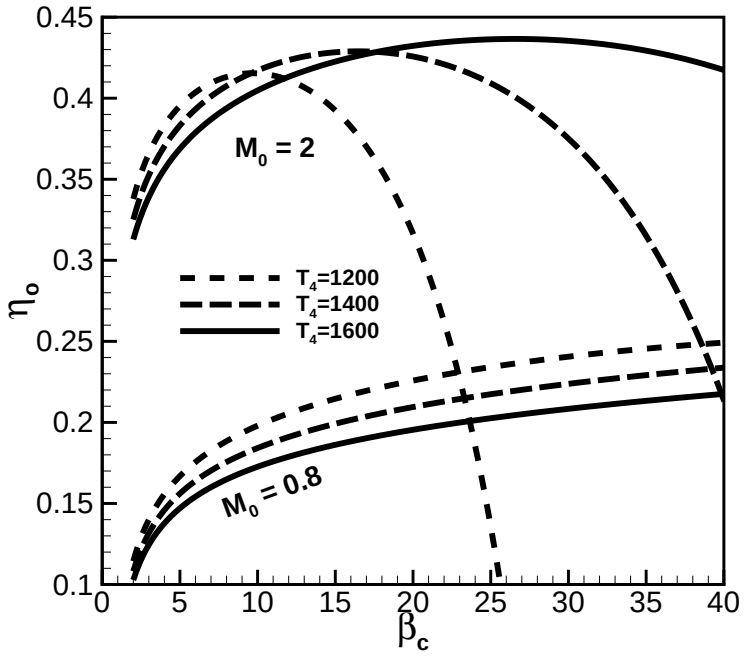



Figure 6.6: Rendimento globale di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per due valori del numero di Mach di volo.

il rendimento propulsivo ha invece un minimo per valori contenuti del rapporto di compressione, per poi risalire una volta superato il minimo. Tuttavia, $\eta_p$ diminuisce fortemente all'aumentare di $T_4$. Queste circostanze fanno sì che il rendimento globale presenti un massimo per valori elevati del rapporto di compressione, ma diminuisca all'aumentare della temperatura massima del ciclo (perché appunto la riduzione di $\eta_p$ con $T_4$ prevale sul più limitato aumento di $\eta_{th}$). La condizione di massimo rendimento globale al crescere di $T_4$ si sposta verso valori crescenti di $\beta_c$ (54.3, 100.6, 159 per $T_4$ = 1200, 1400, 1600 K rispettivamente per $M_0 = 0.8$, per quanto fuori del campo delle ascisse in figura). D'altro canto, confrontando gli andamenti di $\eta_{th}$ e $\eta_p$ si capisce che l'aumento di $\eta_p$ (una volta superato il minimo che si ha, come visto in fig. 6.5 per bassi valori di $\beta_c$) al crescere di $\beta_c$ sposta il valore del massimo di $\eta_o$ a valori di $\beta_c$ più elevati rispetto a $\eta_{th}$. Il ruolo del rendimento propulsivo (che come detto aumenta con la velocità di volo, vedi ancora la fig. 6.5) è inoltre quello di aumentare il valore massimo del rendimento globale al crescere di $M_0$ in maniera vistosa. Per volo a $M_0 = 2$ (che riporta massimi in corrispondenza a $\beta_c$ uguale a 9.6, 16.4, 26.6 per $T_4$ = 1200, 1400, 1600 K rispettivamente) invece il rendimento globale ancora peggiora con $T_4$ fino a valori di $\beta_c$ circa 10, poi crolla rapidamente, specie per $T_4$ limitate, per effetto della caduta del rendimento termodinamico, vedi fig. 6.4. Si ricorda, nello studio di questi andamenti, che il rendimento globale

è un importantissimo parametro di prestazione perché inversamente proporzionale al consumo di combustibile, vedi (3.67).

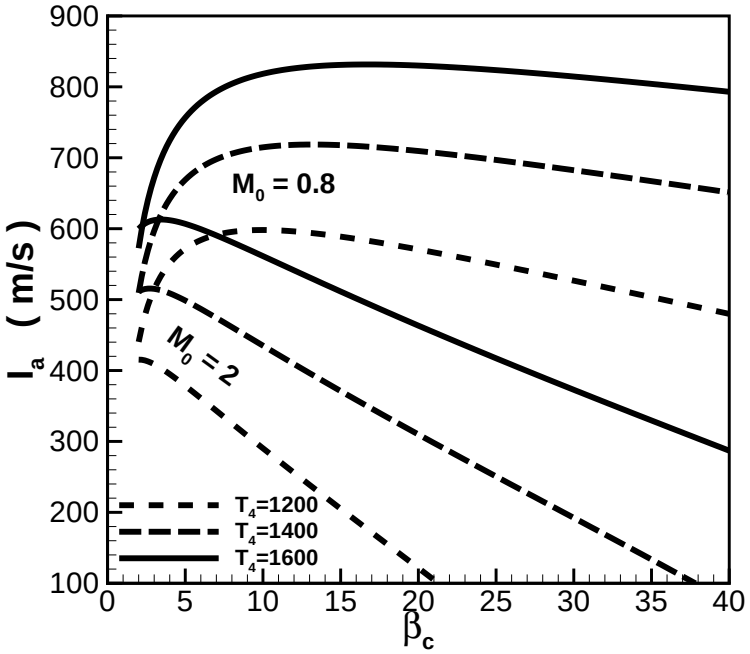



Figure 6.7: Spinta specifica di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per due valori del numero di Mach di volo.

### 6.4.4 Spinta specifica

La spinta specifica, fig. 6.7, è il parametro di prestazione con l'espressione più semplice (6.21), essendo dato dalla differenza $u_e - V_0$. La velocità di uscita $u_e$ aumenta con il salto entalpico utile, e quest'ultimo presenta un massimo per valori contenuti del rapporto di compressione, e cresce sensibilmente con $T_4$; dobbiamo perciò aspettarci un andamento simile per $I_a$. Come per il lavoro utile del ciclo turbogas, si avrà quindi un massimo per valori relativamente contenuti del rapporto di compressione (10, 13.2, 16.8 per $M_0 = 0.8$, per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente), ed un miglioramento al crescere di $T_4$. Il massimo per $M_0 = 2$ si ha per valori nettamente inferiori di $\beta_c$ (2.1, 2.8, 3.4 per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente), per gli stessi motivi citati a proposito di $\eta_p$ (forte contributo della compressione nella presa d'aria al rapporto di pressione globale del ciclo). Per valutare l'effetto del numero di Mach di volo sul valore della spinta specifica, osserviamo che il termine sottrattivo ($V_0$) cresce ovviamente linearmente con $M_0$, mentre il primo termine $u_e$ della (6.21

presenta un comportamento più complesso, essendo anch'esso influenzato dal numero di Mach che, come detto, fa crescere il rapporto di compressione globale del ciclo, e si è visto che all'aumentare di tale rapporto di compressione il lavoro utile (quindi $u_e$) dapprima cresce, poi decresce. Generalmente $u_e$ cresce meno di $V_0$ all'aumentare di $M_0$, o addirittura decresce, per cui la spinta specifica diminuisce con $M_0$.

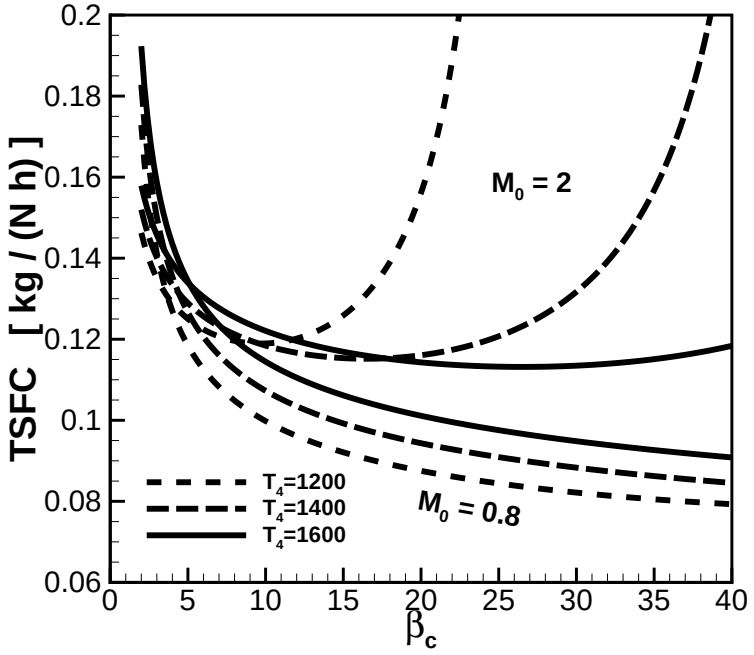



Figure 6.8: Consumo specifico di spinta di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per due valori del numero di Mach di volo.

### 6.4.5 Consumo specifico di spinta

Infine, la 6.8 mostra il consumo specifico. Il consumo specifico a $V_0$ assegnata è sostanzialmente inversamente proporzionale al rendimento globale, per la (3.67), per cui valgono le stesse considerazioni già avanzate a proposito della fig. 6.6, pur ribaltate. Si ha quindi a $M_0 = 0.8$ un minimo per $\beta_c = 54.3$, 100.6, 159 (per $T_4 = 1200$, 1400, 1600 K rispettivamente), ed a $M_0 = 2$ un minimo per $\beta_c = 9.6$, 16.4, 26.6, rispettivamente. Per quanto riguarda il comportamento al variare del numero di Mach di volo, essendo come appena osservato $TSFC \propto V_0$ per la (3.67), si osserva un forte aumento del $TSFC$ all'aumentare di $M_0$. Tuttavia, come già osservato, il $TSFC$ è un indice utile per confrontare le prestazioni di motori che lavorano circa alla *stessa* velocità (perché in tal

caso è inversamente proporzionale al rendimento globale), mentre non è significativo per confrontare propulsori che operano a velocità differenti.

### 6.4.6 Commenti

La discussione delle prestazioni permette alcune considerazioni di carattere generale. Innanzitutto gli indici di prestazione principali sono rendimento globale (o equivalentemente consumo specifico di spinta, se la velocità di volo è fissata) e spinta specifica; infatti essi definiscono rispettivamente le proprietà di consumo (quindi autonomia) e di ingombro frontale (e di conseguenza il peso del propulsore, che dipende soprattutto dalle dimensioni delle turbomacchine) del motore, essendo la sezione frontale proporzionale alla portata in massa di aria richiesta per ottenere la spinta desiderata. Si può ad esempio dedurre che rapporti di compressione relativamente contenuti permettono di avere maggiore spinta specifica, e quindi sono preferiti quando la leggerezza e il minimo ingombro sono i vincoli progettuali più importanti. Al contrario, nel caso in cui l'economia di combustibile sia il vincolo principale, occorre piuttosto orientarsi verso propulsori con elevati valori del rapporto di compressione, che massimizzano il rendimento globale (questi valori di $\beta_c$ diminuiscono però al crescere di $M_0$).

È interessante osservare che per ottenere elevate spinte specifiche è vantaggioso in ogni caso lavorare con valori della temperatura massima del ciclo più elevata possibile. Per ottenere invece elevati rendimenti globali convengono $T_4$ relativamente contenute per volo subsonico, mentre in supersonico si potrebbe avere un miglioramento adottando $T_4$ elevate in combinazione con $\beta_c$ alti, ma ciò porterebbe a spinte specifiche estremamente basse.

La scelta di compromesso opportuna per ottenere al tempo stesso un buon rendimento globale ed un'accettabile spinta specifica può essere evidenziata graficando gli indici di prestazione di maggiore interesse, cioè la spinta specifica $I_a$ (che come detto determina in larga misura il peso del motore) e il consumo specifico di spinta $TSFC$ (come detto di significato equivalente – ancorché ribaltato – al rendimento globale, a velocità di volo fissata), l'uno contro l'altro, con entrambi i parametri di progetto $\beta_c$ e $T_4$ come parametri. Il risultato è riportato in fig. 6.9 per i due valori del numero di Mach di volo $M_0$ considerati. Per $M_0 = 0.8$ si può osservare come per avere basso $TSFC$ bisogna puntare a $\beta_c$ alti e $T_4$ contenute, mentre per avere alte $I_a$ bisogna innanzitutto avere $T_4$ alte, e $\beta_c$ moderati; per esempio, per $T_4$=1400 K e $M_0$=0.8, il minimo del consumo specifico si avrebbe per $\beta_c \simeq$100, mentre il massimo della spinta specifica per $\beta_c \simeq$13, come già osservato. Queste osservazioni sottolineano ulteriormente la necessità di ricercare una soluzione di compromesso, che dipenderà dalla specifica missione alla quale il motore turbogetto è destinato. Per aerei a lunga autonomia è essenziale puntare ad un basso consumo, vista l'importanza della massa del combustibile richiesta, anche a prezzo di

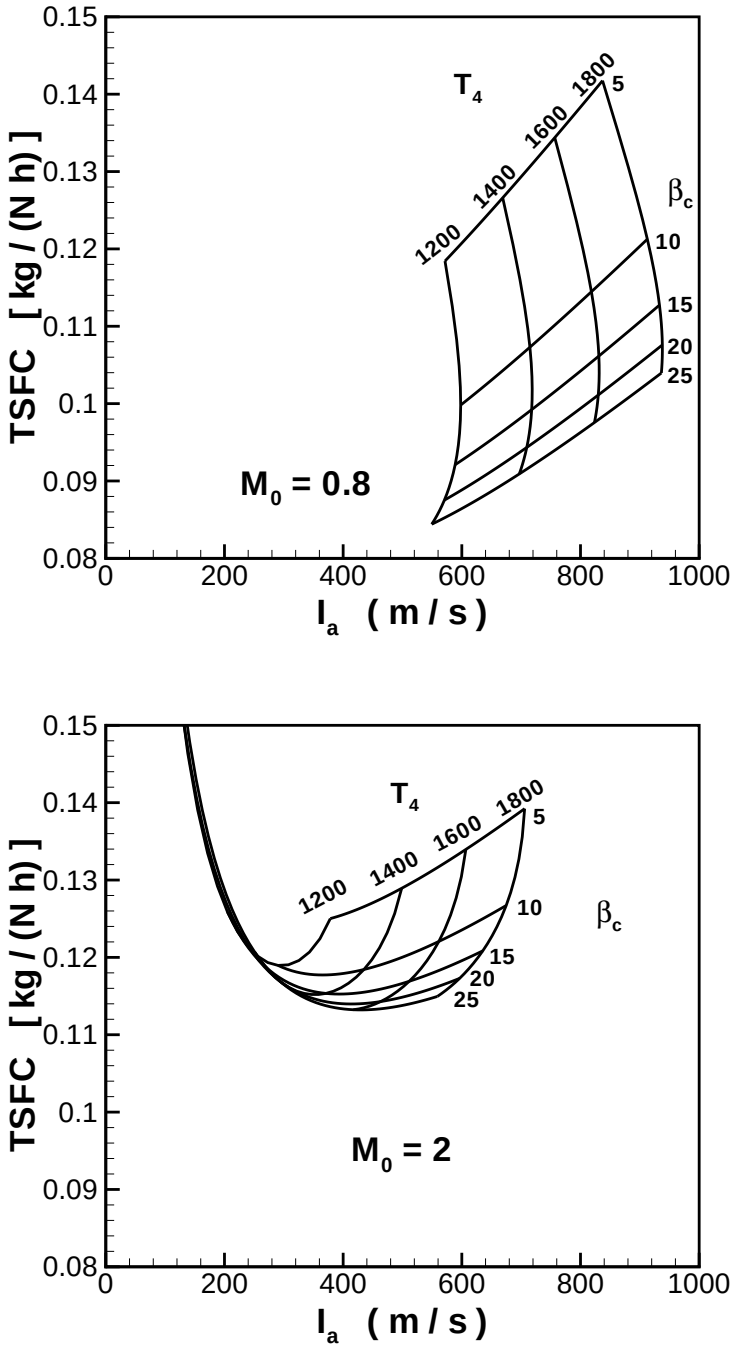



Figure 6.9: Consumo specifico di spinta contro spinta specifica di un turbogetto semplice in volo al variare di $\beta_c$ e $T_4$, per numero di Mach di volo uguale 0.8 (sopra) e 2 (sotto).

dover accettare una spinta specifica piuttosto bassa (cioè motori relativamente pesanti), per cui si adottano $\beta_c$ alti e $T_4$ contenute. Per aerei a breve raggio invece il consumo ha un'importanza secondaria rispetto al peso dei motori, per cui preferisce puntare a $\beta_c$ contenuti e $T_4$ alte. Per volo a $M_0 = 2$ si possono riportare analoghi comportamenti, ma occorre osservare che in questo caso adottare $\beta_c$ troppo alti e/o $T_4$ troppo basse porta a spinte specifiche che tendono a zero, vedi fig. 6.7, e consumi specifici che tendono all'infinito, vedi fig. 6.8.

## 6.5 Prestazioni a punto fisso

Come già osservato, le prestazioni dell'apparato propulsivo *a punto fisso*, cioè con l'aereo fermo a livello del suolo, sono di particolare interesse per quanto riguarda la fase di decollo. Bisogna però osservare che, mentre il comportamento di tutti gli altri componenti del motore non è influenzato significativamente dalla velocità e dalla quota di volo, la presa d'aria presenta un comportamento completamente differente. Abbiamo infatti visto che l'obiettivo della presa d'aria, per un aereo in volo, è quello di rallentare la velocità del flusso che attraversa il motore, fino ad un valore accettabile dal compressore (intorno ai 150 m/s), ed al tempo stesso operare una prima compressione del flusso, come indicato nei par. 5.3.1 e 6.2.1. Tuttavia, quando l'aereo è fermo al suolo, il flusso potrà entrare nel motore solo se la pressione all'imbocco del motore è *inferiore* a quella ambiente. La differenza di pressione generata dal compressore servirà il tal caso a generare una *depressione* al suo ingresso (sezione 2), in modo da richiamare aria ambiente nel motore. Poiché però il flusso che entra nel motore passa prima attraverso la presa d'aria, dove subisce comunque una lieve compressione (essendo un condotto divergente), la pressione nella sezione 2 dovrà essere sensibilmente inferiore alla pressione ambiente. Bisogna anzi osservare che ancora prima di entrare nella presa d'aria, l'aria ambiente è costretta in queste condizioni ad incanalarsi in un tubo di flusso convergente, vedi fig. 6.10 in alto (l'area del tubo di flusso si restringe dal valore 'di cattura' $A_\infty$ fino al valore $A_1$ all'ingresso della presa d'aria), per cui si ha un'ulteriore riduzione della pressione (cioè un'espansione), quindi la pressione alla stazione 1 è anch'essa apprezzabilmente inferiore al valore ambiente. All'aumentare della velocità dell'aereo questo effetto andrà attenuandosi finché, ad un numero di Mach di volo tipicamente intorno a $M_0$=0.5, l'area di cattura $A_\infty$ uguaglierà l'area di ingresso della presa d'aria $A_1$ (pannello centrale della figura), e quindi non si avrà più espansione esterna. In queste condizioni la portata in massa di aria che entra nel motore è data esattamente da

$$\dot{m}_a \;=\; \rho_a \, A_1 \, V_0 \tag{6.28}$$

Per numeri di Mach superiori, il motore non riesce a smaltire la portata data dalla (6.28), per

via della limitazione imposta alla portata d'aria che può defluire attraverso l'ugello in condizioni critiche, vedi (2.119), per cui una parte del flusso d'aria diretto verso l'ingresso della presa d'aria viene deviato al difuori di essa, e pertanto l'area di cattura si riduce (pannello in basso della figura). In altre parole, l'aria prima di entrare nella presa fluisce in un tubo di flusso divergente, entro il quale si ha già una prima compressione del flusso, effetto evidentemente positivo perché contribuisce ad innalzare il rapporto di pressione globale (6.9) del ciclo, perdipiù in condizioni di assenza di attrito di parete, quindi con rendimenti elevati.

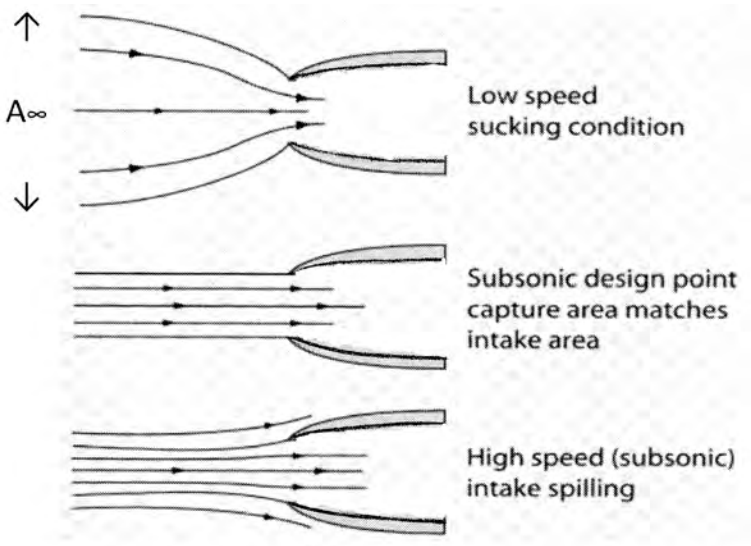



Figure 6.10: Comportamento di una presa d'aria subsonica al variare del numero di Mach di volo, adattato da [39].

Cerchiamo di stimare la caduta di pressione che si verifica a monte del compressore nell'operazione a punto fisso, supponendo in prima approssimazione che l'espansione che il fluido subisce dalle condizioni ambiente fino alla sezione 2 di ingresso del compressore sia isentropica. Sotto quest'ultima ipotesi, possiamo legare il rapporto tra le pressioni $p_2$ e $p_a$ tramite la relazione (2.71), ed occorre innanzitutto quindi determinare la temperatura $T_2$. La velocità assiale $u_2$ con cui l'aria entra nel compressore è tipicamente del'ordine dei 150 m/s. Possiamo allora utilizzare l'equazione dell'energia nella forma (2.45), la quale si scrive per le condizioni considerate (flusso adiabatico)

$$h_{0a} \;=\; h_{02} \tag{6.29}$$

ossia, poiché l'aria ambiente è in quiete

$$h_a \;=\; h_2 \;+\; \frac{u_2^2}{2} \tag{6.30}$$

dalla quale, esprimendo l'entalpia statica, ricordando l'ipotesi di gas termicamente perfetto, secondo la (2.50)

$$c_p\, T_a \;+\; \mathrm{const}_h \;=\; c_p\, T_2 \;+\; \mathrm{const}_h \;+\; \frac{u_2^2}{2} \tag{6.31}$$

dalla quale infine si ricava

$$T_2 \;=\; T_a \;-\; \frac{u_2^2}{2\, c_p} \tag{6.32}$$

la quale, assumendo temperatura ambiente al suolo pari a 15°C=288.15 K e come detto $u_2$=150 m/s, e considerando il valore (2.51), dà

$$T_2 \;=\; 288.15 \;-\; \frac{150^2}{2 \cdot 1005} \;\simeq\; 277 \text{ K} \tag{6.33}$$

Avendo supposto il processo ideale, possiamo ricavare il rapporto tra pressione all'ingresso del compressore e pressione ambiente dalla (2.71)

$$\frac{p_2}{p_a} \;=\; \left(\frac{T_2}{T_a}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \;\simeq\; 0.87 \tag{6.34}$$

quindi si produce una caduta di pressione di circa il 13%, che nel caso reale sarà anche un poco più grande. Nel calcolare le prestazioni a punto fisso occorre quindi tener conto di questo effetto, che porta ad una significativa caduta del rapporto di compressione globale, e quindi delle prestazioni.

Per quanto riguarda le prestazioni al decollo, evidenziamo che la spinta in particolare (ma anche gli altri indici di prestazione) fornita dal motore dipende, come abbiamo visto, dal rapporto di

temperature (4.23), piuttosto che dal valore della temperatura $T_4$, come assunto nel par. 6.4. Se per esempio assumiamo $T_4$=1400 K e per la temperatura ambiente il valore $T_a$=15°C=288.15 K, il rapporto delle temperature del ciclo vale

$$\tau_{15^{\circ}\mathrm{C}} = \frac{1400}{288.15} \simeq 4.86 \tag{6.35}$$

ma se la temperatura ambiente raggiunge per esempio i 40°C=313.15 K, tale rapporto scende a

$$\tau_{40^{\circ}\mathrm{C}} = \frac{1400}{313.15} \simeq 4.47 \tag{6.36}$$

il che comporta una significativa penalizzazione delle prestazioni.

A titolo indicativo, si può stimare che per il caso sopra considerato, la caduta del 13% della pressione a punto fisso comporta una penalizzazione di meno dello 0,5% della spinta specifica, ma un aumento di oltre il 5% del $TSFC$ (ricordiamo a questo proposito che il rendimento termodinamico del ciclo Brayton è prevalentemente influenzato dal rapporto di pressioni, mentre il lavoro utile è invece fortemente influenzato dal rapporto di temperature, che in questo caso non cambia). Invece, un aumento della temperatura ambiente da 15°C a 40°C causa indicativamente una riduzione della spinta specifica di ben l'8%, particolarmente deleterio al decollo, condizione in cui è richiesta la massima spinta.

## 6.6 Comportamento di ugelli puramente convergenti

L'ipotesi di ugello adattato, che abbiamo ampiamente utilizzata in queste note, presuppone che l'ugello debba avere una forma convergente–divergente, essendo il rapporto tra pressione totale all'ingresso dell'ugello e pressione ambiente nei turbogetti sempre maggiore del valore (2.117), ossia la pressione in corrispondenza alla gola dell'ugello risulta maggiore della pressione ambiente, per cui sarebbe in linea di principio necessaria un'ulteriore espansione in un'estensione divergente (avendo il flusso raggiunto $M = 1$ in gola) dell'ugello per conseguire all'uscita una pressione uguale a quella ambiente. Tuttavia tutti i turbogetti semplici, come pure i turboelica ed i turbofan, adottano ugelli puramente convergenti. Per comprendere questa scelta progettuale occorre da un lato valutare i rapporti di espansione dell'ugello (rapporto tra area della sezione di uscita $A_e$ e area di gola $A_t$) necessari per conseguire la condizione di adattamento, e dall'altro lato la perdita di spinta (e quindi l'incremento del $TSFC$) che si determina adottando invece un ugello puramente convergente (quindi

non adattato). Tale confronto va operato tanto per le condizioni di volo, sia di crociera che a punto fisso.

Occorre quindi determinare l'area di uscita dell'ugello adattato (stazione 9), e poi confrontarla con quella della sezione di gola (stazione 8). Bisogna per questo determinare le condizioni nelle due sezioni. La temperatura sulla sezione di uscita si ricava esprimendo il salto entalpico nell'ugello in termini appunto di temperatura

$$\Delta h_n \;=\; \eta_n \, \Delta h'_n \;=\; c_p \, (T_5 \,-\, T_9) \tag{6.37}$$

per cui dalla (6.18) si ricava

$$T_9 \;=\; T_5 \left\{ 1 \,-\, \eta_n \left[ 1 \,-\, \left( \frac{p_a}{p_5} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right] \right\} \tag{6.38}$$

La pressione di uscita $p_9$ per ugello adattato è per definizione uguale a quella ambiente $p_a$, per cui si può ricavare la densità $\rho_9$ dall'equazione termica di stato

$$\rho_9 \;=\; \frac{p_a}{R\,T_9} \tag{6.39}$$

Assumendo di conoscere la portata in massa $\dot{m}_a$ che scorre attraverso il motore si può quindi ricavare il valore dell'area di uscita dell'ugello adattato dalla (2.20)

$$A_e \;=\; A_9 \;=\; \frac{\dot{m}_a}{\rho_9 \, u_e} \tag{6.40}$$

con $u_e$ ovviamente ancora dato dalla (6.19).

Per valutare l'area della sezione di gola (indice 8), partiamo dalla (2.116a), per cui essendo la temperatura totale a monte dell'ugello identificabile come $T_7 = T_5$ (poiché il numero di Mach in tale sezione è basso) si ha per la temperatura statica in gola

$$T_8 \;=\; T_5 \left( \frac{2}{\gamma \,+\, 1} \right) \tag{6.41}$$

Essendo l'espansione da 5 a 8 una trasformazione a salto di temperatura assegnato, possiamo ricavare la pressione in gola dall'analoga della (6.13)

$$\boxed{p_8 \;\simeq\; p_5 \left( 1 \,-\, \frac{1 \,-\, T_8/T_5}{\eta_n} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{6.42}$$

e quindi ancora la densità dall'equazione termica di stato

$$\rho_8 \;=\; \frac{p_8}{R\,T_8} \tag{6.43}$$

Analogamente alla (6.40), l'area della sezione di gola è

$$A_t \;=\; A_8 \;=\; \frac{\dot{m}_a}{\rho_8\, u_8} \tag{6.44}$$

La velocità in gola, essendo il numero di Mach unitario, risulta pari alla velocità del suono (2.16)

$$u_8 \;=\; \sqrt{\gamma\, R\, T_8} \tag{6.45}$$

Dividendo membro a membro le (6.40,6.44) si determina il rapporto di espansione cercato dell'ugello adattato

$$\frac{A_e}{A_t} \;=\; \frac{\rho_8\, u_8}{\rho_9\, u_9} \tag{6.46}$$

Osserviamo incidentalmente che un'espressione approssimata di tale rapporto può anche essere ottenuta dalla legge delle aree (2.115), dopo aver ricavato il numero di Mach sulla sezione di uscita dell'ugello adattato come $M_e = u_e/\sqrt{\gamma R T_e}$; tale procedimento non tiene tuttavia conto del rendimento dell'ugello.

Consideriamo a titolo di esempio un turbogetto semplice caratterizzato da $\beta_c = 25$, $T_4 = 1500$ K, $\epsilon_d = 0.95$, $\eta_c = 0.90$, $\eta_b = 0.99$, $\epsilon_b = 0.94$, $\eta_t = 0.92$, $\eta_n = 0.98$, $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.98$, operante a $M_0 = 0.8$ alla quota di 11 000 m, ove $T_a = 217$ K, $p_a = 22.7$ kPa. Per avere l'ugello adattato occorre, secondo la (6.46), un rapporto d'espansione $A_e/A_t$ =1.88, che permetterebbe una spinta dell'8% superiore a quella di un ugello puramente convergente. Però nell'operazione a punto fisso, il rapporto d'espansione richiesto per aver flusso adattato si riduce in prima approssimazione a $A_e/A_t$ =1.33, ma considerando la depressione richiesta a punto fisso, vedi par. 6.5, esso scende al valore 1.29, con un guadagno di spinta rispetto all'ugello puramente convergente ridotto all'1.7%. Bisogna tuttavia anche considerare l'aumento di peso e resistenza aerodinamica introdotto dall'estensione divergente dell'ugello, che in fin dei conti ne sconsigliano l'uso.

## 6.7 Combustibili per impiego aeronautico

Come già accennato, i motori aeronautici basati sul ciclo della turbina a gas utilizzano combustibili basati sul cherosene, denominati Jet–A e Jet–A1 per usi civili (Jet–B per climi freddi), e JP (da JP–4 a JP–8) per usi militari. Questa scelta è legata alla più alta quota di volo degli aviogetti rispetto ai motoelica, i quali ultimi utilizzano invece benzine. La più alta quota di volo è determinata dalla ricerca delle condizioni che massimizzano il rapporto portanza su resistenza $L/D$, vedi par. 14.2, che all'aumentare della velocità di volo si spostano verso quote superiori, come orientativamente indicato[2] dalla fig. 6.11 per un ipotetico aeroplano con $C_{D0} = 0.024$, *aspect ratio* $AR = 9.6$, fattore di Oswald $e$= 0.75, numero di Mach critico $M_c = 0.8$.

La pressione nei serbatoi di combustibile risulta uguale alla pressione ambiente alla quota di volo (a meno che non vengano adottati sistemi per pressurizzare i serbatoi), la quale diminuisce all'aumentare della quota. La pressione all'interno del serbatoi sarà in parte dovuta all'aria atmosferica, e in

[2]Dalla fig. 6.11 si desumono quote di volo ottimali molto alte, in particolare per numeri di Mach di volo elevati. Nella pratica bisogna però considerare che un aumento della quota di volo comporta un aumento della superficie alare (per generare la stessa portanza con aria meno densa), un aumento della superficie degli impennaggi (per motivi analoghi), ed un aumento dello spessore dei pannelli della fusoliera (in quanto questa deve sopportare una maggiore differenza di pressione tra cabina ed ambiente esterno). Tutto ciò si traduce in un aumento di peso, per cui la scelta della quota di volo di crociera di progetto andrà operata sulla base di un compromesso. Inoltre, in caso di depressurizzazione della cabina in quota, l'aereo deve poter scendere fino ad una quota (circa 3000 m) tale da consentire la respirazione naturale entro la durata operativa delle maschere ad ossigeno, generamente intorno ai 12–20 minuti; questo contribuisce ovviamente a limitare la quota di volo.

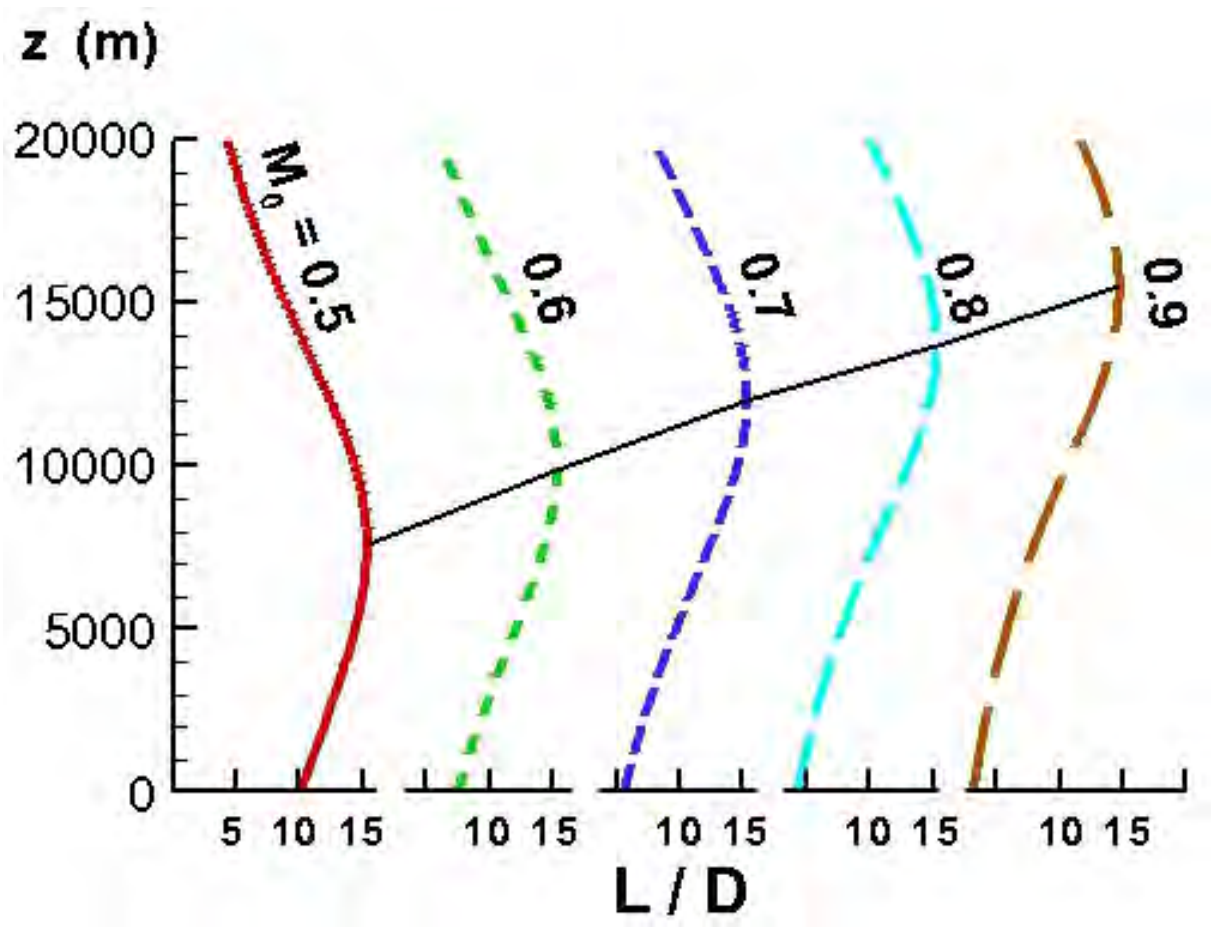



Figure 6.11: Andamento dell'efficienza aerodinamica (rapporto portanza/resistenza, in ascissa) in funzione della quota, per vari valori del numero di Mach di volo $M_0$. La linea nera continua indica il luogo delle condizioni di ottimo al variare di $M_0$.

piccola parte alla pressione dei vapori di combustibile, la quale dipende dalla temperatura secondo gli andamenti riportati in fig. 6.12, per cui

$$p_a(z) \;=\; p_{aria} \;+\; p_{vap}(T) \tag{6.47}$$

La $p_a$ dipende solo dalla quota, mentre la pressione di vapore del combustibile dipende solo dalla temperatura del combustibile stesso, la quale non dipende direttamente dalla quota (anche se, salendo in quota, per via della bassa temperatura esterna il combustibile gradualmente si raffredderà, ma alquanto lentamente per effetto della sua notevole capacità termica). Ne segue che la frazione di combustibile evaporata cresce sostanzialmente con la quota. Per contenere questo fenomeno, negli aerei che volano ad alta quota occorre impiegare combustibili meno volatili, quindi le benzine (come

l'Avgas – *Aviation Gasoline*) non sono adatte, mentre i combustibili a base di cherosene (come Jet–A e JP–5), risultano adeguati. I combustibili Jet–B e JP–4 (quest'ultimo peraltro attualmente sostituito dallo JP–8) sono sostanzialmente miscele di cherosene e benzina, e sono adottati per poter operare in climi freddi.

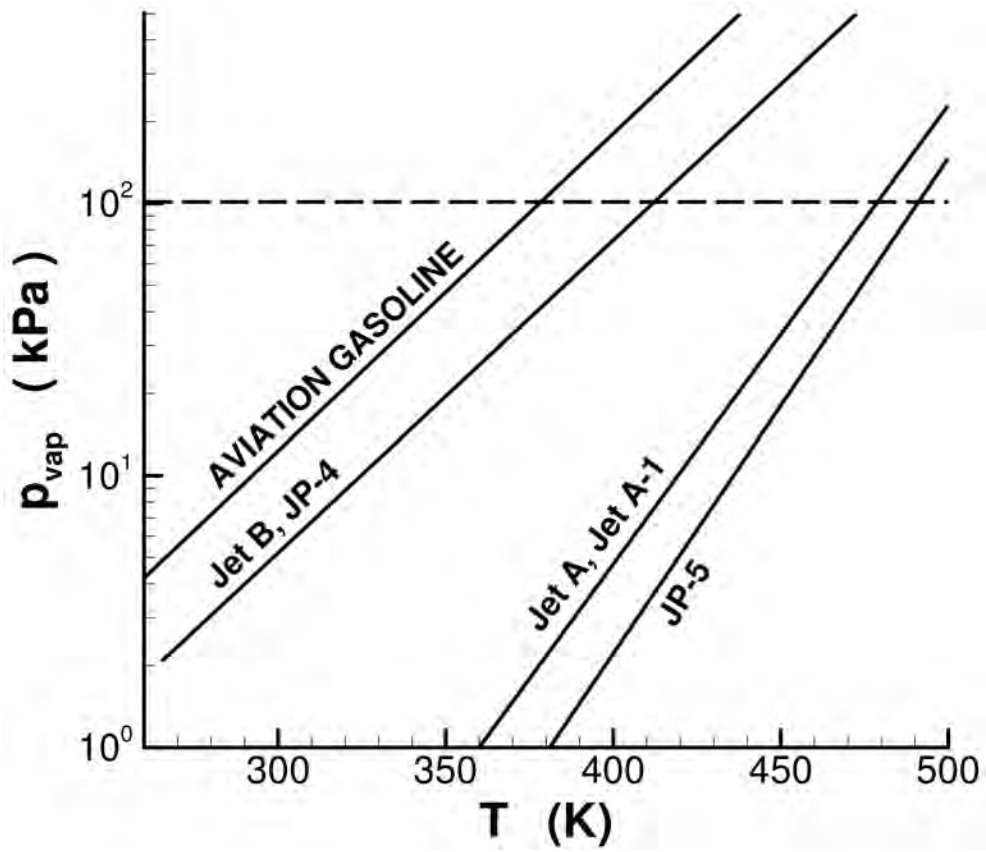



Figure 6.12: Pressione di vapore di diversi combustibili di impiego aeronautico in funzione della temperatura (adattata da [40]).

Dalla fig. 6.12 si vede la pressione di vapore della benzina è di diversi ordini di grandezza superiore a quella del cherosene, motivo per cui evaporerebbe in quantità alquanto significativa alle alte quote, provocando in particolare la formazione di bolle di vapore lungo le linee di alimentazione, bloccandole (la potenza richiesta per pompare una data portata in massa di fluido è inversamente proporzionale alla sua densità, vedi a titolo indicativo (18.34), anche se a rigore valida per fluidi incompressibili). Un altro vantaggio del cherosene rispetto alla benzina è il suo minor costo (poiché il petrolio è più ricco di componenti relativamente pesanti, come appunto il cherosene, che di componenti leggeri quali le benzine).

## 6.8 Limiti del turbogetto

Nonostante il motore turbogetto consenta di superare il limite alla veocità di volo tipico del turboelica, esso presenta lo svantaggio di un basso rendimento propulsivo in volo subsonico (ed abbiamo visto in fig. 3.8 che queste sono le condizioni operative più convenienti), come si può chiaramente evincere confrontando la fig. 6.5 con la fig. 3.7 relativa all'elica. Per superare questo limite sono stati sviluppati i motori turbofan.

Un altro importante limite del turbogetto semplice è la sua forte rumorosità, dovuta all'elevata velocità di espulsione del getto, essendo l'intensità del rumore emesso proporzionale all'ottava potenza della velocità di uscita $u_e$. Il problema è stato anch'esso alleviato dai turbofan.

## Domande di verifica

1. Quali sono le principali differenze tra il ciclo reale di turbina a gas e quello del turbogetto semplice a punto fisso?
2. Numerare le diverse sezioni del turbogetto semplice secondo le convenzioni standard.
3. Quali sono i principali 5 componenti che costituiscono un turbogetto? Qual è il compito di ciascuno di essi?
4. Quali sono i parametri di progetto di un turbogetto?
5. Disegnare nel piano $T$–$s$ l'evoluzione del flusso in un turbogetto semplice in volo.
6. Quale componente di un turbogetto determina il valore massimo ammissibile per la temperatura di fine combustione?
7. Cosa si intende con rendimento di combustione? E con rendimento pneumatico del combustore?
8. Nella maggior parte dei punti che individuano il ciclo di un turbogetto semplice le grandezze totali possono essere considerate coincidenti con quelle statiche. In quale/i componente/i tale approssimazione non è valida, e quindi si considerano esplicitamente le grandezze statiche?
9. In un turbogetto semplice, indicare quale/i componente/i svolgono ciascuna fase del ciclo di Brayton–Joule.
10. In cosa differisce il comportamento di un turbogetto in volo da quello dello stesso turbogetto a punto fisso?

11. Come varia il rendimento termodinamico di un turbogetto semplice al variare della temperatura massima ammissibile in turbina? E la spinta specifica? Ed il consumo specifico?

12. Come varia il rendimento termodinamico di un turbogetto semplice al variare del rapporto di compressione? E la spinta specifica? Ed il consumo specifico?

13. Come si comporta la spinta specifica al variare della temperatura massima ammissibile in turbina per un turbogetto in volo? Ed al variare di $\beta_c$?

14. Il consumo specifico ha un minimo in funzione di $\beta_c$. Verso quali valori di $\beta_c$ (più bassi o più alti) si sposta il minimo al crescere della velocità di volo?

15. La spinta specifica ha un massimo in funzione di $\beta_c$. Verso quali valori di $\beta_c$ (più bassi o più alti) si sposta il massimo al crescere della velocità di volo?

16. Come varia la quota di volo ottimale con il numero di Mach di volo?

17. Quanto vale (indicativamente) il *TSFC* di un turbogetto semplice in condizioni di volo subsonico?

18. Quanto vale (indicativamente) la spinta specifica di un turbogetto semplice in condizioni di volo subsonico?

19. Quanto vale (indicativamente) il rendimento propulsivo di un turbogetto semplice in condizioni di volo subsonico?

20. Quali tipi di combustibile sono adottati dai motori basati sul ciclo della turbina a gas?

21. Perché i motori basati sul ciclo della turbina a gas utilizzano come combustibile sostanzialmente cherosene anziché benzina?

# Esercizi

1. Si calcolino le prestazioni (rendimenti, spinta specifica, *TSFC*) di un turbogetto semplice in volo a 11 000 m di quota (ove $T_a$=216.7 K, $p_a$=22.7 kPa) ad un numero di Mach $M_0$=0.82, avente le seguenti caratteristiche: $\beta_c$=18, $T_4$=1350 K, $\epsilon_d$=0.95, $\eta_c$=0.90, $\eta_b$=0.99, $\epsilon_b$=0.94, $\eta_t$=0.92, $\eta_n$=0.98, $\eta_{mc} = \eta_{mt}$=0.98. Per il fluido operativo si assuma $\gamma$=1.4, $c_p$=1005 J/(kg K), e per il combustibile $Q_f$=43 MJ/kg. Si assuma ugello adattato.
   → Dalla (6.1) si ricava $T_2$=245.8 K, dalla (6.2) $p_2$=33.5 kPa. Dalla (6.7) $p_3$=603.7 kPa e dalla (6.8) $T_3$=596.5 K. Il rapporto combustibile/aria si ricava dalla (6.10) come $f$=0.0178,

e la pressione in uscita al combustore dalla (6.11) che dà $p_4$=567.5 kPa. Per la turbina dalle (6.12,6.13) si ha $T_5 = T_7$=985 K, $p_5 = p_7$=167.8 kPa. Per l'ugello dalle (6.18,6.19) si ha $u_e$=919 m/s. Si possono quindi calcolare i rendimenti mediante le definizioni (3.51,3.52,3.53) attraverso le (6.22,6.23,6.24) – lasciando indicata la portata in massa, che danno $\eta_{th}$=0.514, $\eta_p$=0.417, $\eta_o$=0.214. La spinta specifica si ricava dalla (6.21) che dà $I_a$=677 m/s, ed il consumo specifico dalla (6.26) che dà [una volta considerata la conversione in kg/(N h)] *TSFC*=0.0946 kg/(N h).

# Capitolo 7

# Turbofan

## 7.1 Introduzione

Abbiamo visto nel cap. 6 che il turbogetto presenta un importante limite nel basso rendimento propulsivo. Ciò è dovuto all'elevata velocità di uscita del getto, che per velocità di volo subsoniche determina bassi rapporti $\nu$ tra velocità di volo e del getto (3.57), con conseguenti bassi valori del rendimento propulsivo (3.58). Gran parte dell'energia del getto rimane quindi nella scia che segue l'aereo ad una velocità $u_e - V_0$ rispetto ad un osservatore a terra. Per migliorare il rendimento propulsivo bisognerebbe adottare temperature $T_4$ e rapporti di compressione $\beta_c$ contenuti, vedi fig. 6.5, ma questo comporterebbe un drastico abbassamento del rendimento termodinamico, vedi fig. 6.4. Per superare questo inconveniente si può cercare di separare le funzioni di generazione della potenza da quella di produzione della spinta, come d'altronde avviene nei turboelica, dove la potenza è generata dalla turbina e l'organo propulsivo è l'elica. Sulla base di questo concetto, a partire dagli anni '60 sono stati introdotti i turbofan, detti anche turboreattori a doppio flusso o *by–pass turbojets*. In questi motori il flusso di aria entrante viene diviso in due correnti coassiali. Quella più interna, detta *flusso primario*, segue la normale evoluzione entro il compressore, la camera di combustione e la turbina, e per questo viene anche detta *flusso caldo*. All'uscita della turbina tuttavia, anziché essere inviata direttamente nell'ugello, questo portata ancora calda viene inviata ad una seconda turbina, che ne estrae lavoro riducendone la temperatura, cioè l'entalpia. Questo implica che il salto entalpico destinato all'ugello del flusso primario è ridotto, quindi è ridotta la velocità di uscita e migliorato di conseguenza il rendimento propulsivo. Il lavoro estratto da questa ulteriore turbina è ceduto ad un compressore a basso rapporto di compressione, detto *fan* o ventola, il quale elabora sia la portata primaria (fornendole quindi un primo incremento di pressione) sia la rimanente parte della portata d'aria che attraversa il motore, detta *flusso secondario*, che viene perciò lievemente compressa e può pertanto essere fatta espandere in un ugello, generando ulteriore spinta. Quindi il flusso secondario

*non subisce processi di combustione*, motivo per cui è detto anche *flusso freddo*. Poiché la pressione all'uscita del fan è bassa (ma pur sempre ovviamente maggiore di quella ambiente) e la temperatura è anch'essa bassa, il flusso freddo defluisce anch'esso dall'ugello ad una velocità relativamente *bassa*, generando quindi una spinta con un associato *alto rendimento propulsivo*.

Il principio operativo del turbofan è in qualche modo molto simile a quello del turboelica; in quest'ultimo abbiamo visto che una frazione $\lambda$ del salto entalpico utile viene destinata ad una seconda turbina che aziona l'elica, la quale conferisce ad una grande massa di aria (che scorre esternamente al motore) un piccolo incremento di velocità, assicurando in tal modo un elevato rendimento propulsivo. Nel turbofan il concetto è analogo, una frazione $\lambda$ del salto entalpico utile è destinata alla turbina che aziona il fan, solo che per evitare la caduta del rendimento dell'elica ad alte velocità, la corrente d'aria secondaria (che scorre anch'essa esternamente al cosidetto *core* del motore, ossia il gruppo compressore–camera di combustione–turbina che aziona il compressore) viene prima rallentata nella presa d'aria, comune al flusso primario, in modo tale da ridurre la velocità relativa tra pale del fan ed aria, senza quindi comprometterne il rendimento, e successivamente accelerata in un ugello. Il fan comunque agisce anche sulla portata primaria, contribuendo ad elevare il rapporto di compressione globale (*overall*), che per il turbofan può essere espresso come

$$\beta_o \;=\; \beta_d\,\beta_f\,\beta_c \tag{7.1}$$

dove $\beta_d$, $\beta_f$, $\beta_c$ sono i rapporti di compressione della presa d'aria (o diffusore), del fan, e del compressore.

Sono possibili due configurazioni del turbofan:

- turbofan a flussi separati, in cui il flusso secondario viene fatto espandere in ugello separato da quello del flusso primario, vedi schema in fig. 7.1 in alto;
- turbofan a flussi associati (o miscelati), in cui il flusso primario e quello secondario vengono miscelati prima dell'espansione nell'ugello (unico), vedi schema in fig. 7.1 in basso;

Osserviamo subito che la configurazione a flussi associati consente un rendimento lievemente superiore a quella a flussi separati, ma comporta un peso del motore superiore, in quanto l'ugello comune, di grande diametro, deve essere prolungato fino all'uscita del motore. La configurazione a flussi separati risulta invece più leggera, in quanto l'ugello del flusso secondario può essere di lunghezza limitata e quindi relativamente leggero; questa configurazione è quindi preferita per elevati valori del rapporto di bypass (3.23).

| Motore | anno di introduzione in servizio | $BPR$ | $D$ m | $\beta_o$ | $F_{statica}$ kN | $TSFC$ kg/(N h) | $F/w_{eng}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CFM 56–7B27 | 1997 | 5.1 | 1.55 | 32.7 | 121 | 0.0556 | 5.2 |
| EA GP 7270 | 2007 | 8.8 | 3.16 | 43.9 | 363 | | 5.5 |
| RR Trent 900 | 2007 | 8.6 | 2.95 | 38 | 340 | | 5.6 |
| RR Trent XWB | 2015 | 9.6 | 3.00* | 50 | 432 | | 5.8 |
| GE 90 | 2003 | 9.0 | 3.77 | 42 | 513 | | 6.0 |

Table 7.1: Caratteristiche e prestazioni di alcuni motori turbofan. (* diametro del solo fan.)

La tab. 7.1 riporta caratteristiche e prestazioni di alcuni motori turbofan di recente concezione. Si noti il $TSFC$ alquanto più basso rispetto a quello dei motori turbogetto semplice, ed il grande diametro dei motori, dovuto al fan.

## 7.2 Designazione delle stazioni dei turbofan

La fig. 7.2 riporta la numerazione delle sezioni di un turbofan a flussi separati. Per il flusso primario, le stazioni sono indicate come

a. Condizioni ambiente

1. Ingresso presa d'aria (o presa dinamica, o diffusore)

2. Uscita presa dinamica = ingresso fan

21. Uscita fan = ingresso compressore

3. Uscita compressore = ingresso combustore

4. Uscita combustore = ingresso prima turbina (che aziona il compressore)

41. Uscita prima turbina = ingresso seconda turbina (che aziona il fan)

5. Uscita seconda turbina = ingresso ugello

7. Ingresso ugello

8. Gola ugello

9. Uscita ugello

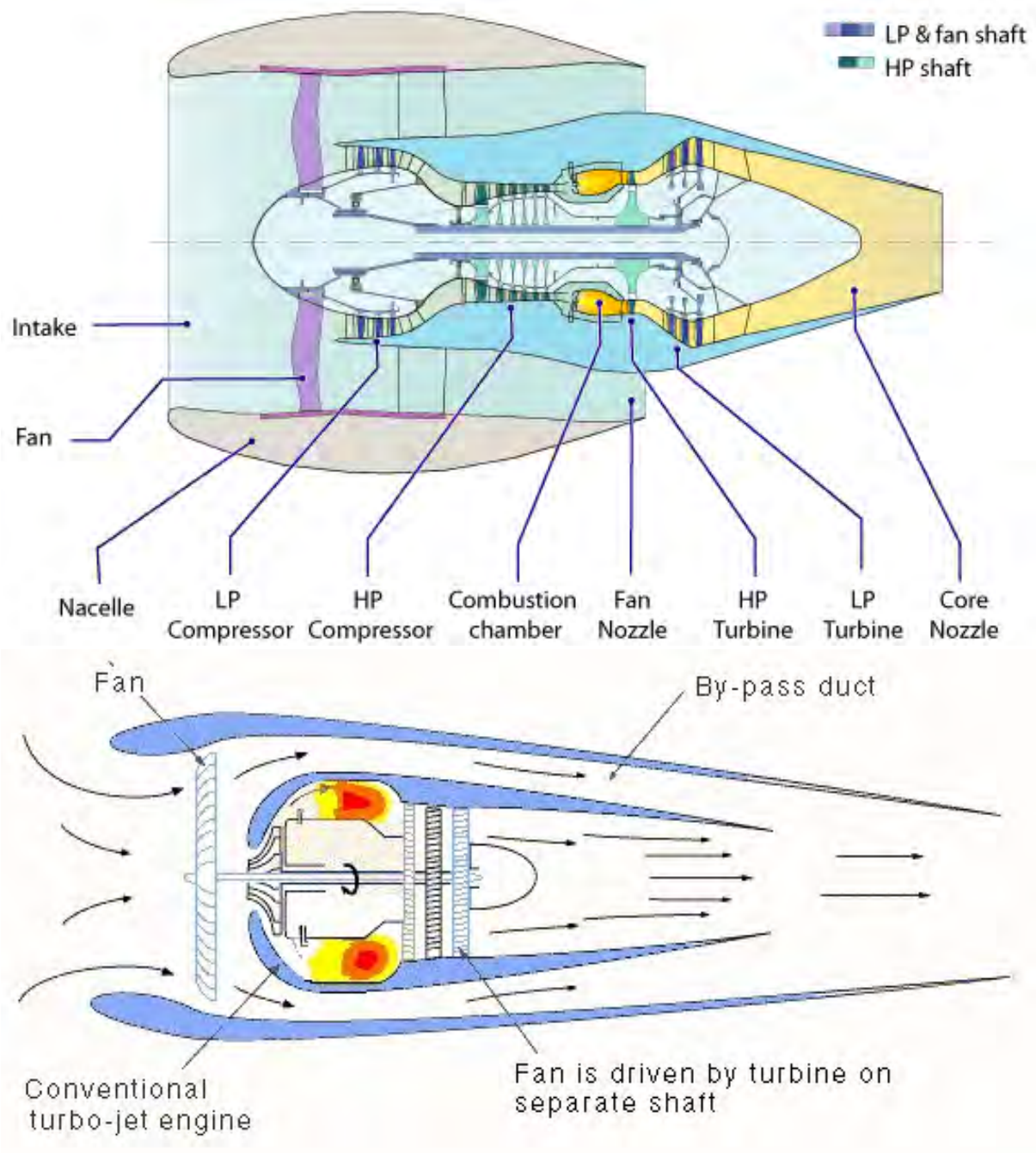



Figure 7.1: Configurazioni di motori turbofan: (in alto) turbofan a flussi separati, (in basso) turbofan a flussi associati, da [41, 42].

Le stazioni 5 e 7 quindi in questo caso coincidono. Per il flusso secondario, le stazioni aggiuntive sono indicate premettendo un "1" alla designazione standard

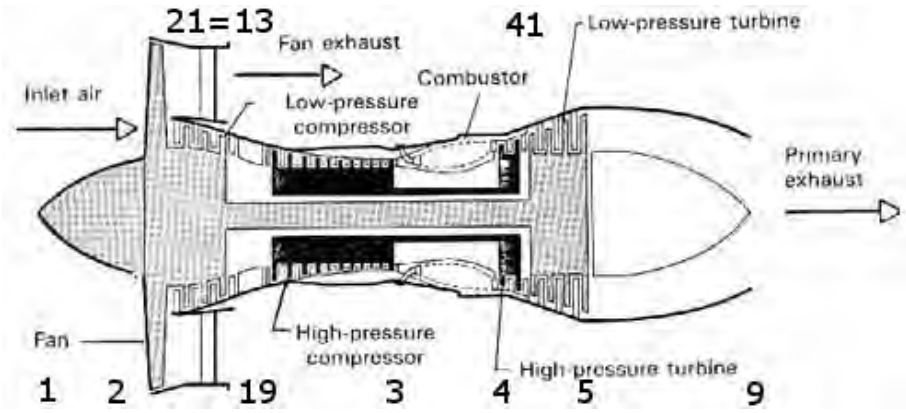



Figure 7.2: Numerazione delle sezioni di un turbofan a flussi separati, adattata da [43].

13. Uscita fan = ingresso ugello secondario

17. Ingresso ugello secondario

18. Gola ugello secondario

19. Uscita ugello secondario

Ne segue in particolare che condizioni nelle stazioni 13 e 21 coincidono.

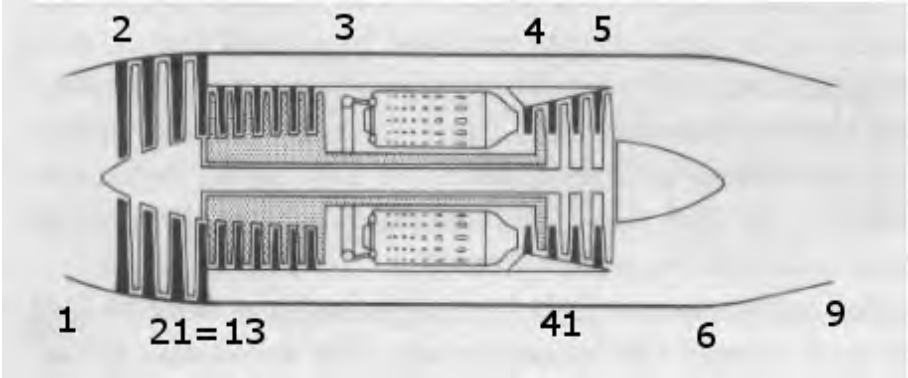



Figure 7.3: Numerazione delle sezioni di un turbofan a flussi associati, adattata da [38].

La fig. 7.3 riporta invece la numerazione delle sezioni di un turbofan a flussi associati, la quale si differenzia dalla precedente per la presenza del miscelatore tra uscita turbina ed ingresso dell'ugello separati. Per il flusso primario, le stazioni sono quindi indicate come

a. Condizioni ambiente

1. Ingresso presa d'aria (o presa dinamica, o diffusore)

2. Uscita presa dinamica = ingresso fan

21. Uscita fan = ingresso compressore

3. Uscita compressore = ingresso combustore

4. Uscita combustore = ingresso prima turbina (che aziona il compressore)

41. Uscita prima turbina = ingresso seconda turbina (che aziona il fan)

5. Uscita seconda turbina = ingresso miscelatore

6. Uscita miscelatore = ingresso ugello

7. Ingresso ugello

8. Gola ugello

9. Uscita ugello

In questo caso le sezioni 6 e 7 coincidono. Per il flusso secondario, abbiamo la sola stazione aggiuntiva ancora indicata come

13. Uscita fan ($\equiv$ 21)

in quanto la successiva evoluzione nel miscelatore e nell'ugello è comune al flusso primario.

## 7.3 Parametri di progetto dei turbofan

Da quanto abbiamo accennato, il turbofan presenta un certo numero di parametri di progetto in più rispetto al turbogetto semplice. Quest'ultimo infatti contempla solo il rapporto di compressione del compressore $\beta_c$ e la temperatura massima del cicolo $T_4$. Per il turbogetto occorre aggiungere la frazione $\lambda$ del salto entalpico utile destinata ad azionare l'elica, il rapporto di by–pass *BPR* (3.23), ed il rapporto di compressione del fan $\beta_f$.

I tre parametri aggiuntivi $\beta_f$, *BPR* e $\lambda$ sono però vincolati dalla condizione che la potenza destinata alla turbina che aziona il fan comprima la portata che scorre attraverso quest'ultimo (che è l'intera

portata, primaria più secondaria) per un rapporto di pressione $\beta_f$. Introducendo il parametro di rapporto di pressione del fan

$$\boxed{\tau_f \;=\; \beta_f^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{7.2}$$

ed il rendimento isentropico $\eta_f$ ed il rendimento meccanico del fan $\eta_{mf}$, la condizione sopra delineata si scrive (avendo indicato con $\eta_{t,2}$ e $\eta_{mt,2}$ il rendimento isentropico e meccanico della seconda turbina, che aziona il fan), osservando che ad ogni kg di fluido che scorre nella seconda turbina viene destinato un salto entalpico ideale $\lambda\,\Delta h_u$ (essendo $\Delta h_u$ il salto entalpico utile disponibile espandendo dall'uscita della turbina che aziona l'elica, punto 41, fino alla pressione ambiente, vedi fig 7.4). L'eguaglianza tra la potenza prodotta dalla seconda turbina, entro la quale scorre la portata primaria $\dot{m}_{a,1}$, e la potenza richiesta dal fan, entro il quale scorre una portata $\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}$, su ogni kg della quale viene esercitato un lavoro $c_p\,T_2\,(\tau_f \,-\, 1)/\eta_f$, si scrive, tenendo conto anche rendimenti meccanici

$$\dot{m}_{a,1}\,\eta_{mt,2}\,\eta_{t,2}\,\lambda\,\Delta h_u \;\simeq\; (\dot{m}_{a,1} \,+\, \dot{m}_{a,2})\,c_p\,T_2\,\frac{\tau_f \,-\, 1}{\eta_{mf}\,\eta_f} \tag{7.3}$$

e dividendo per la portata d'aria primaria

$$\eta_{mt,2}\,\eta_{t,2}\,\lambda\,\Delta h_u \;\simeq\; (1 \,+\, BPR)\,c_p\,T_2\,\frac{\tau_f \,-\, 1}{\eta_{mf}\,\eta_f} \tag{7.4}$$

Questa relazione quindi vincola tra loro le grandezze $\beta_f$, *BPR* e $\lambda$ in tutti i tipi di turbofan, per cui due solo tra esse sono indipendenti.

Per i turbofan a flussi associati sussiste un ulteriore vincolo; il flusso secondario, compresso dal fan a pressione $p_{13}$, potrà miscelarsi con il flusso primaria che esce dalla seconda turbina a pressione $p_5$ solo se è verificata la condizione

$$p_5 \;=\; p_{13} \tag{7.5}$$

perché se così non fosse il flusso a pressione maggiore risalirebbe a monte. Quindi nei turbofan a flussi associati una sola delle tre grandezze $\beta_f$, *BPR* e $\lambda$ può essere assegnata indipendentemente.

Nel seguito descriveremo le trasformazioni che hanno luogo nel ciclo del turbofan a flussi separati, e poi quelle del turbofan a flussi associati.

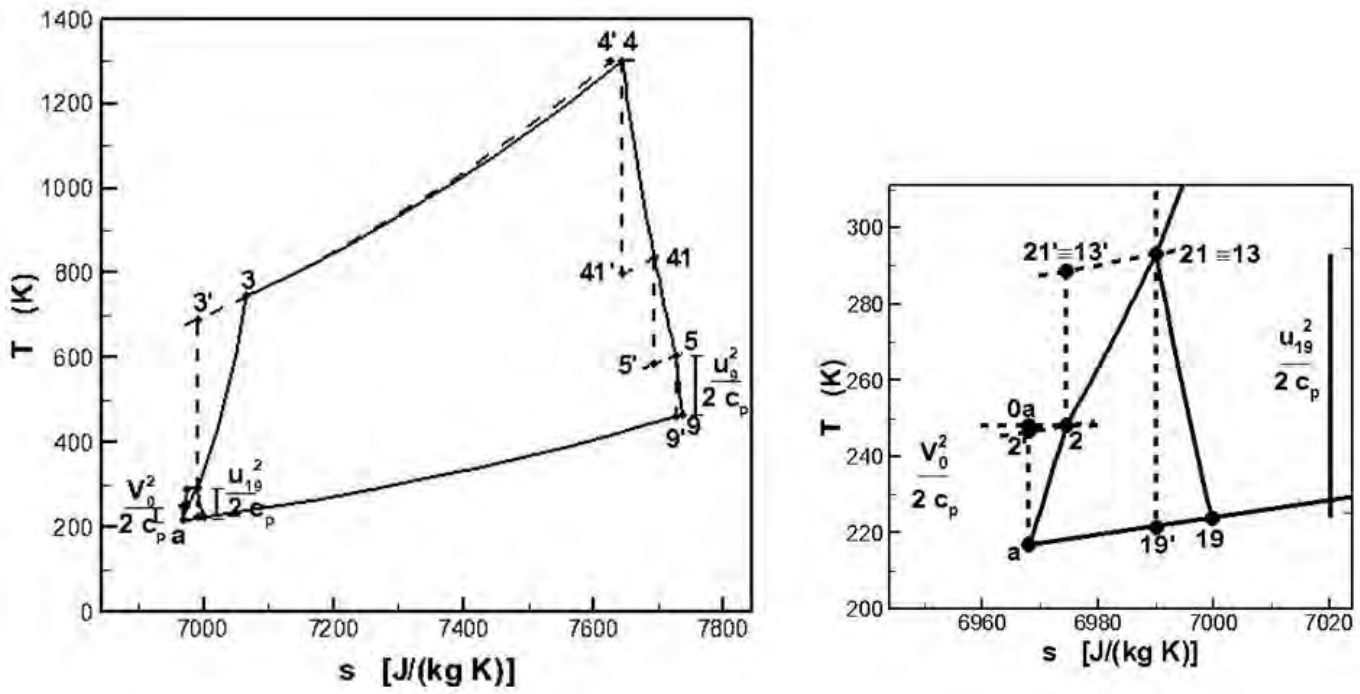



Figure 7.4: Evoluzione termodinamica dei flussi primario e secondario in un turbofan a flussi separati con $BPR = 4$, con dettaglio.

## 7.4 Turbofan a flussi separati

Descriviamo le trasformazioni che avvengono nei singoli componenti.

### 7.4.1 Presa d'aria

Valgono le relazioni già ricavate, che ricordiamo brevemente. Nella presa d'aria la temperatura totale si conserva, per cui la temperatura all'uscita della presa è ancora datta dalla (6.1), che ripetiamo

$$\boxed{T_2 \simeq T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)} \tag{7.6}$$

La pressione statica all'uscita della presa d'aria, a seconda che si adotti come parametro di rendimento della presa d'aria il rapporto di pressioni totali $\varepsilon_d$ oppure il rendimento adiabatico $\eta_d$, è data da, vedi (5.8, 5.10)

$$\boxed{p_2 \simeq \varepsilon_d \, p_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \tag{7.7}$$

$$\boxed{p_2 = p_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \tag{7.8}$$

### 7.4.2 Fan

Il rapporto di compressione del fan è finito come

$$\beta_f = \frac{p_{21}}{p_2} = \frac{p_{13}}{p_2} \tag{7.9}$$

con il *parametro di rapporto di pressione* del fan espresso dalla (7.2). Ne segue che la pressione all'uscita del fan vale

$$\boxed{p_{21} = p_{13} = \beta_f \, p_2} \tag{7.10}$$

e la temperatura

$$\boxed{T_{21} \;=\; T_{13} \;=\; T_2 \left(1 \,+\, \frac{\tau_f \,-\, 1}{\eta_f}\right)} \tag{7.11}$$

avendo indicato con $\eta_f$ il rendimento isentropico del fan, definito in maniera analoga a quello del compressore. Il lavoro di compressione del fan, per kg di aria (primaria e secondaria), risulta pertanto

$$L_f \;=\; c_p\,(T_{21} \,-\, T_2) \;=\; c_p\,T_2\,\frac{\tau_f \,-\, 1}{\eta_f} \tag{7.11a}$$

### 7.4.3 Compressore

Definiamo il rapporto di compressione come

$$\beta_c \;=\; \frac{p_3}{p_{21}} \tag{7.12}$$

ed il *parametro di rapporto di pressione* del compressore come

$$\boxed{\tau_c \;=\; \beta_c^{\gamma-1/\gamma}} \tag{7.13}$$

La pressione all'uscita risulta

$$\boxed{p_3 \;=\; \beta_c\,p_{21}} \tag{7.14}$$

e la temperatura in uscita dal compressore risulta

$$\boxed{T_3 \;=\; T_{21} \left(1 \,+\, \frac{\tau_c \,-\, 1}{\eta_c}\right)} \tag{7.15}$$

Il lavoro di compressione del compressore, per kg di aria (primaria), risulta pertanto

$$L_c \;=\; c_p\,(T_3 \,-\, T_{21}) \;=\; c_p\,T_{21}\,\frac{\tau_c \,-\, 1}{\eta_c} \tag{7.15a}$$

### 7.4.4 Combustore

Il rapporto combustibile/aria necessario per elevare la temperatura dal valore $T_3$ al valore $T_4$ si ricava ancora come (5.24)

$$\boxed{f \;\simeq\; \frac{c_p\,(T_4 \,-\, T_3)}{\eta_b\,Q_f}} \tag{7.16}$$

e la pressione di uscita attraverso il rendimento pneumatico del combustore( 5.26)

$$\boxed{p_4 \;=\; \varepsilon_b\,p_3} \tag{7.17}$$

### 7.4.5 Prima turbina

La prima turbina del turbofan è destinata ad azionare il compressore; introducendo anche in questo caso i rendimenti meccanici di compressore $\eta_{mc}$ e della prima turbina $\eta_{mt,1}$, che espande fino al punto 41, si ottengono le condizioni di temperatura e pressione in uscita, ricordando le (5.30,5.34)

$$\boxed{T_{41} \;=\; T_4 \,-\, \frac{T_3 \,-\, T_{21}}{\eta_{mc}\,\eta_{mt,1}}} \tag{7.18}$$

$$\boxed{p_{41} \;=\; p_4\,\left(1 \,-\, \frac{1 \,-\, T_{41}/T_4}{\eta_{t,1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{7.19}$$

All'uscita della prima turbina è pertanto disponibile un salto entalpico utile che ha un'espressione esattamente uguale a quella a suo tempo ricavata per il turboelica (5.3)

$$\boxed{\Delta h_u \;=\; c_p\, T_{41} \left[ 1 \;-\; \left( \frac{p_a}{p_{41}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]} \tag{7.20}$$

### 7.4.6 Seconda turbina

La seconda turbina del turbofan è destinata ad azionare il fan; è essenziale considerare che in turbina scorre la portata primaria $\dot{m}_{a,1}$, mentre nel fan scorre una portata che è la somma delle portate primaria e secondaria, $\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}$. Il lavoro prodotto dalla seconda turbina per unità di massa è

$$\Delta h_{t,2} \;=\; c_p\, (T_{41} \;-\; T_5) \tag{7.21}$$

per cui il bilancio tra la potenza all'asse prodotta dalla seconda turbina e quella assorbita dal fan si scrive

$$\dot{m}_{a,1}\, \eta_{mt,2}\, c_p\, (T_{41} \;-\; T_5) \;\simeq\; (\dot{m}_{a,1} \;+\; \dot{m}_{a,2})\; c_p\, (T_{21} \;-\; T_2) \tag{7.22}$$

dalla quale dividendo per la portata primaria $\dot{m}_{a,1}$, si ricava

$$\eta_{mt,2}\, c_p\, (T_{41} \;-\; T_5) \;\simeq\; (1 \;+\; BPR)\; c_p\, \frac{T_{21} \;-\; T_2}{\eta_{mf}} \tag{7.23}$$

ed infine la temperatura di uscita della seconda turbina

$$\boxed{T_5 \;\simeq\; T_{41} \;-\; (1 \;+\; BPR)\; \frac{T_{21} \;-\; T_2}{\eta_{mt,2}\, \eta_{mf}}} \tag{7.24}$$

Una volta nota la $T_5$, la pressione d'uscita si ricava ancora come per la (5.39)

$$\boxed{p_5 \;=\; p_{41}\left(1 \;-\; \frac{1 \;-\; T_5/T_{41}}{\eta_{t,2}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{7.25}$$

La frazione del salto entalpico utile destinata alla turbina che aziona il fan si ricava dalle (7.21,7.20)

$$\lambda \;=\; \frac{\Delta h_{t,2}}{\Delta h_u} \tag{7.26}$$

### 7.4.7 Ugello primario

Il salto entalpico idealmente sfruttabile nell'ugello del flusso primario può essere espresso come

$$\Delta h'_{n,1} \;=\; c_p\,(T_5 \;-\; T'_9) \;=\; c_p\,T_5\left(1 \;-\; \frac{T'_9}{T_5}\right) \tag{7.27}$$

essendo 9' il punto terminale di una trasformazione isentropica dalla pressione $p_5$ alla pressione ambiente $p_9 = p_a$. Scrivendo il rapporto di temperatura attraverso la relazione isentropica si ha

$$\Delta h'_{n,1} \;=\; c_p\,T_5\left[1 \;-\; \left(\frac{p_a}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \tag{7.28}$$

ed introducendo il rendimento isentropico dell'ugello del flusso primario, $\eta_{n,1}$, si determina il salto entalpico reale, vedi (6.18)

$$\boxed{\Delta h_{n,1} \;=\; \eta_{n,1}\,c_p\,T_5\left[1 \;-\; \left(\frac{p_a}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]} \tag{7.29}$$

dal quale, ricordando che nell'ugello la trasformazione è ad entalpia totale costante, e trascurando l'energia cinetica del flusso che esce dalla turbina, si ricava la velocità di uscita del flusso primario $u_{e,1} = u_9$, vedi (6.19)

$$\boxed{u_{e,1} \;=\; \sqrt{2\,\Delta h_{n,1}}} \tag{7.30}$$

Pur non essendo richiesta per il calcolo delle prestazioni, la temperatura in uscita dell'ugello primario si può ricavare come

$$T_9 = T_5 \;-\; \Delta h_{n,1}/c_p \tag{7.31}$$

Alternativamente, si potrebbe seguire un approccio vicino a quello sviluppato per l'ugello del turboelica. In prima approssimazione, il salto entalpico ideale destinato all'ugello primario è

$$(1 \,-\, \lambda)\,\Delta h_u \tag{7.32}$$

Per effetto dell'irreversibilità della trasformazione 41–5, il salto entalpico idealmente sfruttabile per l'espansione nell'ugello è però lievemente maggiore, per via della divergenza delle isobare. Introduciamo anche in questo caso un rapporto $\sigma$ che permette di scrivere il salto entalpico effettivamente utilizzabile per l'ugello nella forma

$$\Delta h'_{n,1} \;=\; \sigma\,(1 \,-\, \lambda)\,\Delta h_u \tag{7.33}$$

Possiamo pertanto scrivere per la velocità di uscita dal motore $u_e$, per la (5.43)

$$\boxed{u_e \;=\; \sqrt{2\,\eta_{n,1}\,\sigma\,(1 \,-\, \lambda)\,\Delta h_u}} \tag{7.34}$$

Il termine $\sigma$ può essere calcolato come segue. Al fine di identicare il salto entalpico dal punto 5 al punto 9', consideriamo ancora la temperatura finale dell'espansione (ideale)

$$T'_9 \;=\; T_5\,\left(\frac{p_9}{p_5}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \tag{7.35}$$

Quindi il salto entalpico effettivamente disponibile per l'ugello primario risulta

$$\Delta h'_{n,1} \;=\; c_p\,(T_5 \,-\, T'_9) \tag{7.36}$$

per cui il valore di $\sigma$ è

$$\sigma \;=\; \frac{\Delta h'_{n,1}}{(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u} \;=\; \frac{c_p\,(T_5\,-\,T'_9)}{(1\,-\,\lambda)\,\Delta h_u} \tag{7.37}$$

### 7.4.8 Ugello secondario

Il salto entalpico idealmente sfruttabile nell'ugello del flusso secondario può essere espresso come

$$\Delta h'_{n,2} \;=\; c_p\,(T_{17}\,-\,T'_{19}) \;=\; c_p\,T_{17}\,\left(1\,-\,\frac{T'_{19}}{T_{17}}\right) \tag{7.38}$$

essendo 19' il punto terminale di una trasformazione isentropica dalla pressione $p_{17} = p_{13}$ alla pressione ambiente $p_{19} = p_a$. Scrivendo il rapporto di temperatura attraverso la relazione isentropica si ha

$$\Delta h'_{n,2} \;=\; c_p\,T_{17}\,\left[1\,-\,\left(\frac{p_a}{p_{17}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \tag{7.39}$$

ed introducendo il rendimento isentropico dell'ugello del flusso secondario, $\eta_{n,2}$, si determina il salto entalpico reale

$$\boxed{\Delta h_{n,2} \;=\; \eta_{n,2}\,c_p\,T_{17}\,\left[1\,-\,\left(\frac{p_a}{p_{17}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]} \tag{7.40}$$

dal quale, ricordando che nell'ugello la trasformazione è ad entalpia totale costante, e trascurando l'energia cinetica del flusso che esce dal fan, si ricava la velocità di uscita del flusso secondario $u_{e,2} = u_{19}$

$$\boxed{u_{e,2} \;=\; \sqrt{2\,\Delta h_{n.2}}} \tag{7.41}$$

Pur non essendo richiesta per il calcolo delle prestazioni, la temperatura in uscita dell'ugello secondario si può ricavare come

$$T_{19} = T_{17} \; - \; \Delta h_{n,2}/c_p \tag{7.42}$$

### 7.4.9 Prestazioni in volo

La spinta del turbofan a flussi separati è data, per ugelli adattati, dalla (3.25)

$$\boxed{F \; \simeq \; \dot{m}_{a,1} \left[ u_{e,1} \; - \; V_0 \; + \; BPR \; (u_{e,2} \; - \; V_0) \right]} \tag{7.43}$$

Definiamo le potenze da utilizzare per la valutazione dei rendimenti. La potenza disponibile è, trascurando il piccolo termine di energia cinetica:

$$P_{av} \; \simeq \; \dot{m}_f \, Q_f \tag{7.44}$$

La potenza del getto, somma del termine relativo ai flussi primario e secondario, è

$$P_j \; = \; \dot{m}_{a,1} \left[ \frac{u_{e,1}^2 \; - \; V_0^2}{2} \; + \; BPR \left( \frac{u_{e,2}^2 \; - \; V_0^2}{2} \right) \right] \tag{7.45}$$

e la potenza propulsiva è sempre

$$P_p \; = \; F \, V_0 \tag{7.46}$$

Dalle (7.44,7.45,7.46) si possono infine calcolare i rendimenti termodinamico, propulsivo e globale secondo le definizioni (3.51,3.52,3.53).

$$\boxed{\eta_{th} \; = \; \frac{P_j}{P_{av}} \; = \; \frac{u_{e,1}^2 \; - \; V_0^2 \; + \; BPR \; \left( u_{e,2}^2 \; - \; V_0^2 \right)}{2 \, f \, Q_f}} \tag{7.47}$$

$$\boxed{\eta_p \;=\; \frac{P_p}{P_j} \;=\; \frac{2\,[u_{e,1} \;-\; V_0 \;+\; BPR\;(u_{e,2} \;-\; V_0)]\;V_0}{u_{e,1}^2 \;-\; V_0^2 \;+\; BPR\;\left(u_{e,2}^2 \;-\; V_0^2\right)}} \tag{7.48}$$

$$\boxed{\eta_o \;=\; \frac{P_p}{P_{av}} \;=\; \eta_{th}\;\eta_p} \tag{7.49}$$

La spinta specifica è

$$\boxed{I_a \;=\; \frac{F}{\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2}} \;=\; \frac{F}{\dot{m}_{a,1}\,(1 \;+\; BPR)} \;\simeq\; \frac{u_{e,1} \;-\; V_0 \;+\; BPR\;(u_{e,2} \;-\; V_0)}{1 \;+\; BPR}} \tag{7.50}$$

Il consumo di un turbofan è espresso in termini di consumo specifico equivalente di spinta (3.61)

$$\boxed{TSFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{F} \;=\; \frac{f}{u_{e,1} \;-\; V_0 \;+\; BPR\;(u_{e,2} \;-\; V_0)}} \tag{7.51}$$

La (7.51) dà il $TSFC$ in kg/(N s); per ottenere il consumo specifico in kg/(N h) occorre moltiplicare il risultato numerico della (7.51) per 3 600. Volendo si può esprimere il $TSFC$ attraverso la (7.50) come

$$TSFC \;=\; \frac{f}{(1 \;+\; BPR)\;I_a} \tag{7.52}$$

Notare la differenza rispetto all'espressione (6.26) valida per il tutrbogetto semplice.

### 7.4.10 Effetto dei parametri di progetto sulle prestazioni del turbofan a flussi separati

La fig. 7.5 riporta il rapporto[1] $F/\dot{m}_{a1}$, ricavato dalla (7.43), in funzione del rapporto di by–pass per volo subsonico a $M_0 = 0.8$ (condizioni tipiche di un aereo di linea), per un fissato valore del rapporto di compressione del fan $\beta_f$. Essa può quindi essere interpretata come la spinta che si può ottenere, a partire da un dato turbogetto semplice (quindi $\dot{m}_{a1}$ fissata), aggiungendovi un fan ed una turbina per azionarlo, al variare del *BPR*. La stessa figura riporta, sulla scala di destra, anche il rapporto tra la spinta ottenuta dal turbofan e dal turbogetto originario, ossia l'amplificazione della spinta che si ottiene grazie all'introduzione del fan. Essa indica che, a $M_0 = 0.8$, la spinta può essere amplificata di circa il 50% rispetto al turbogetto semplice adottando un *BPR* circa 10.

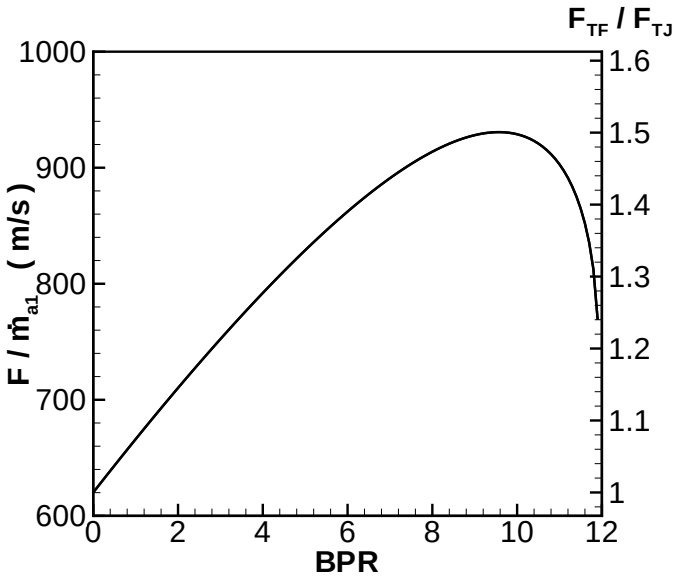



Figure 7.5: Rapporto spinta su portata primaria di un turbofan a flussi separati al variare del *BPR*, e spinta turbofan su spinta turbogetto semplice, per $M_0 = 0.8$, $\beta_f = 1.4$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1300$ K.

La fig. 7.6 riporta, per lo stesso esempio, il rapporto tra spinta dovuta al getto secondario e spinta totale, e la frazione (indicata con $\lambda$) del salto entalpico utile devoluta alla turbina che aziona il fan, sempre in funzione del *BPR*. Si può notare che nelle condizioni di massima amplificazione della spinta ($BPR \simeq 10$) alla turbina che aziona il fan è devoluto circa l'80% del salto entalpico utile, e che ancora circa l'80% della spinta è sviluppata dal getto secondario.

[1]Da non confondere con la spinta specifica definita dalla (7.50), la quale ultima fa riferimento all'intera portata, primaria più secondaria. Il rapporto $F/\dot{m}_{a1}$ considera invece la spinta riferita alla portata d'aria che scorre nel *core* del motore, esso consente cioè di apprezzare di quanto aumenta la spinta per effetto dell'aggiunta del fan, lasciando invariato il *core*.

La fig. 7.7 mostra, in modo simile alla fig. 7.5, l'amplificazione della spinta ottenibile con un turbofan al variare del *BPR*, con il rapporto di compressione del fan come ulteriore parametro. Si può vedere come all'aumentare del *BPR* (che implica velocità di uscita del getto primario più basse) conviene adottare valori di $\beta_f$ più bassi (che risultano anch'essi in velocità di uscita del getto secondario più basse; entrambi gli effetti migliorano il rendimento propulsivo, riducendo la potenza dissipata); in altre parole, per ogni valore del *BPR* si può identificare un valore di $\beta_f$ ottimale per ottenere la massima amplificazione di spinta.

La fig. 7.8 mostra appunto il valore di $\beta_f$ ottimo al variare del *BPR*, e la corrispondente amplificazione di spinta, che si può vedere raggiungere un massimo per valori del *BPR* oltre 10 (nota: le figg. 7.8 e seguenti ipotizzano una $T_4$ più alta delle figg. 7.5 e 7.7).

La fig. 7.9 illustra, sempre per $\beta_f$ ottimale, l'effetto della temperatura massima del ciclo $T_4$, che come si vede tende a migliorare l'amplificazione della spinta (in quanto aumenta il salto entalpico utile, sfruttabile dalla turbina che aziona il fan).

La fig. 7.10 illustra, per $\beta_f$ ottimale, l'effetto del rapporto di compressione del compressore $\beta_c$, all'aumentare del quale si ha una modesta riduzione della spinta (si ricordi che la spinta specifica ha un massimo per valori contenuti del rapporto di compressione).

La fig. 7.11 illustra, per $\beta_f$ ottimale, l'andamento dei rendimenti in funzione del *BPR*. Si può notare una diminuzione relativamente lieve del rendimento termodinamico, perché mentre in un

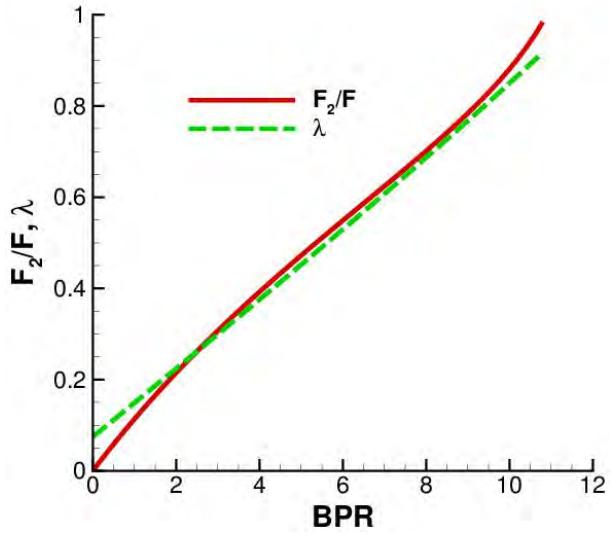



Figure 7.6: Rapporto spinta del getto secondario su spinta totale, e frazione del salto entalpico utile devoluta alla turbina che aziona il fan, di un turbofan a flussi separati al variare del *BPR*, per $M_0 = 0.8$, $\beta_f = 1.4$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1300$ K.

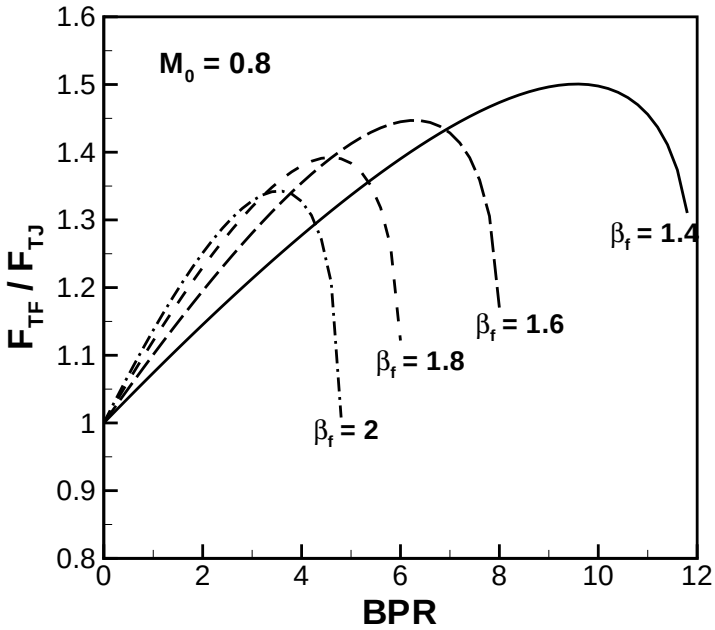



Figure 7.7: Rapporto spinta turbofan a flussi separati su spinta turbogetto semplice al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan come parametro, per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1300$ K.

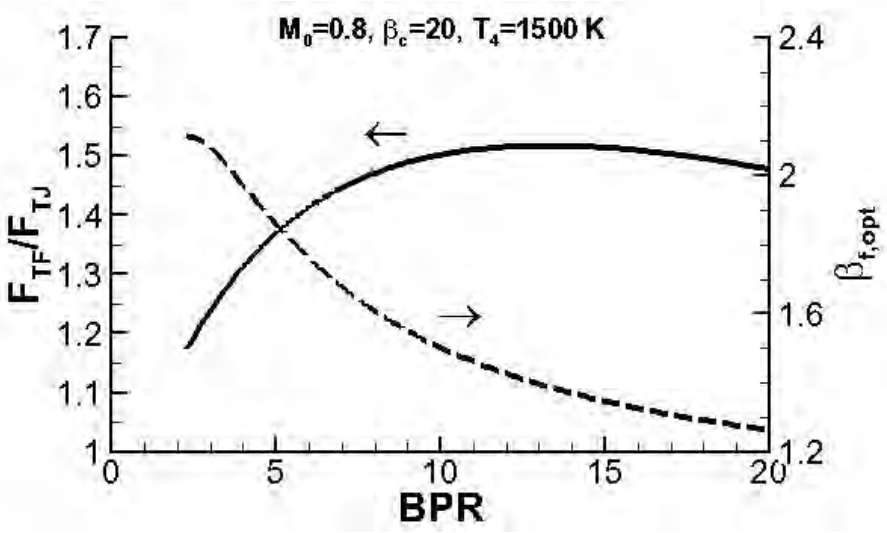



Figure 7.8: Rapporto spinta turbofan a flussi separati su spinta turbogetto semplice al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale (linea tratteggiata), per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1500$ K.

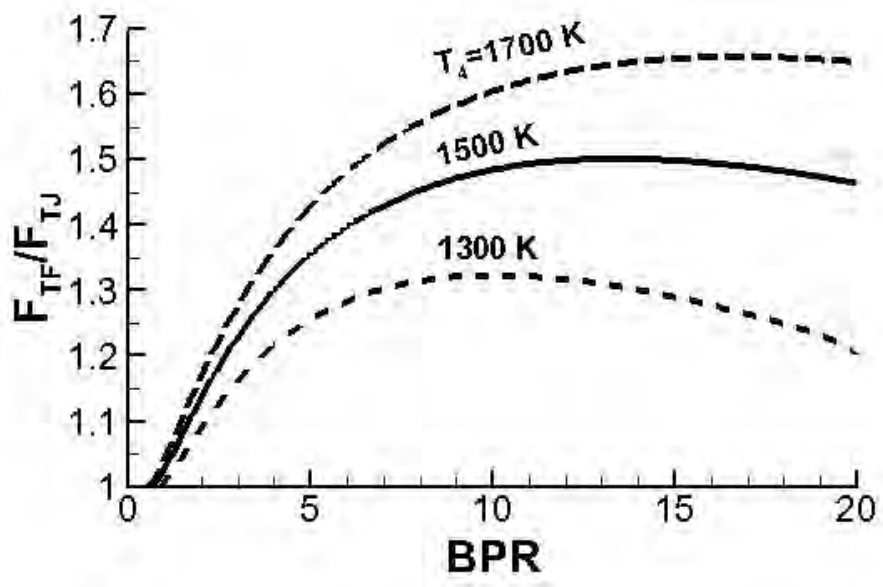



Figure 7.9: Rapporto spinta turbofan a flussi separati su spinta turbogetto semplice al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale e $T_4$ a parametro, per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$.

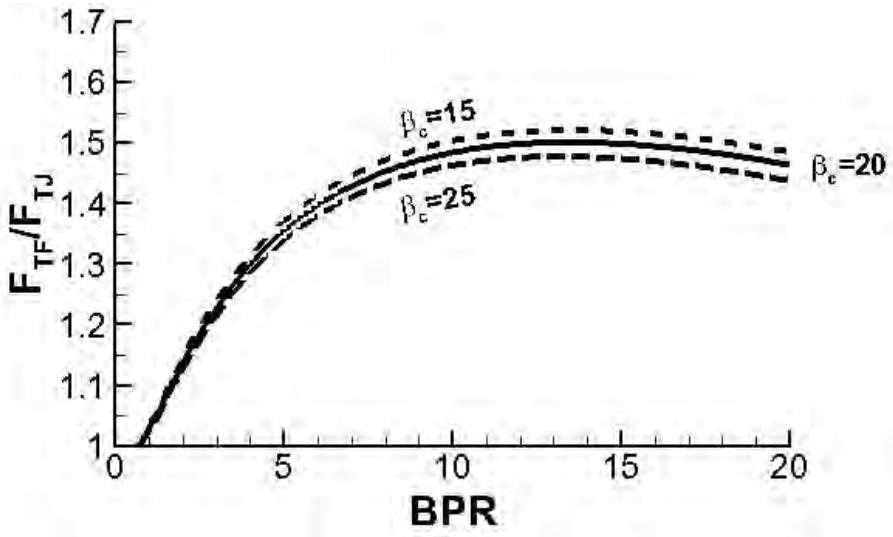



Figure 7.10: Rapporto spinta turbofan a flussi separati su spinta turbogetto semplice al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale e $\beta_c$ a parametro, per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1500$ K.

turbogetto semplice il salto entalpico utile viene sfruttato nell'ugello, il quale presenta un rendimento isentropico elevato, nel turbofan una frazione (che aumenta col *BPR*) di questo salto entalpico utile viene dapprima sfruttata da una (seconda) turbina, poi ceduta al fan (organi che presentano un rendimento inferiore a quello dell'ugello, ed inoltre perdite dovute ai rendimenti meccanici) ed infine

sfruttata nell'ugello. Il rendimento propulsivo invece migliora nettamente all'aumentare del *BPR* (quindi della frazione del salto entalpico utile sfruttata attraverso il fan), perché si riducono le velocità di uscita dei getti, quindi la potenza dissipata, ed è questo il vantaggio fondamentale del turbofan. Il rendimento globale quindi aumenta considerevolmente, fin quando, per valori molto elevati del *BPR*, il miglioramento di $\eta_p$ diventa marginale e prevale il deterioramento del rendimento termodinamico.

La fig. 7.12 mostra l'andamento del consumo specifico e della spinta specifica (7.50) (spinta su porta complessiva di aria, primaria più secondaria) in funzione del *BPR*, sempre per rapporto di compressione del fan scelto per ottimizzare l'amplificazione di spinta rispetto al turbogetto semplice. Ovviamente la spinta specifica si riduce fortemente all'aumentare del *BPR*, cioè della frazione del salto entralpico utile devoluto alla corrente secondaria, perché il fine del turbofan è proprio quello di ridurre la velocità del getto (o meglio dei due getti) con l'obiettivo di ridurre la potenza dissipata, e quindi migliorare il rendimento propulsivo. Il consumo specifico di spinta, grazie al miglioramento del rendimento globale (3.67), diminuisce sensibilmente, raggiungendo un minimo per un valore del *BPR* lievemente inferiore a 10. Osserviamo che il minimo del $TSFC$ si ha in questi grafici per un valore del *BPR* minore di quello che dà la massima amplificazione della spinta, in quanto il $\beta_f$ ottimale è stato scelto per ottimizzare quest'ultima grandezza, e come si vede dalla fig. 7.8 esso decresce con il *BPR*. Il minimo del $TSFC$ sarà pertanto spostato verso valori del *BPR* più bassi di quelli che

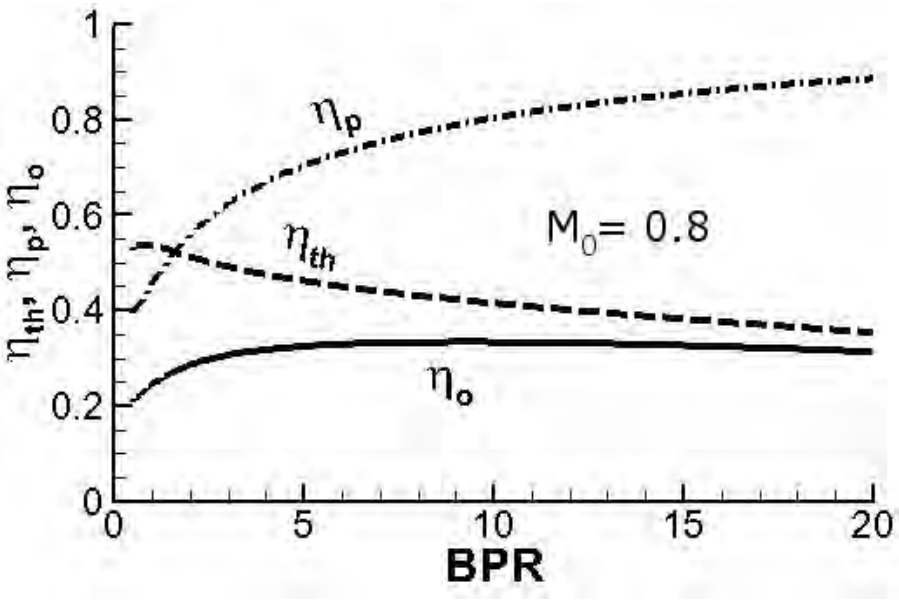



Figure 7.11: Rendimenti termodinamico, propulsivo e globale del turbofan a flussi separati al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale (linea tratteggiata), per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1500$ K.

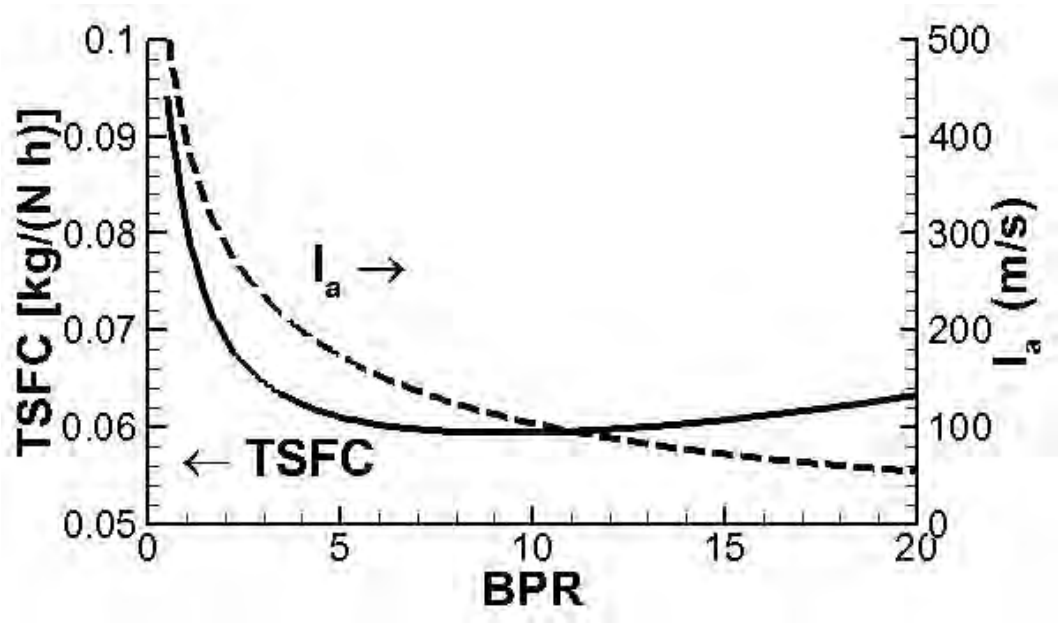



Figure 7.12: Consumo specifico e spinta specifica del turbofan a flussi separati al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale, per $M_0 = 0.8$, $\beta_c = 20$, $T_4 = 1500$ K.

danno la massima amplificazione della spinta, perché per tali valori si hanno $\beta_f$ (ottimali, nel senso citato) più alti, e quindi temperature $T_{21}$ e di conseguenza $T_3$ più alte, e quindi si riduce il valore del rapporto combustibile/aria $f$, ossia la quantità di combustibile da bruciare per ottenere il valore di $T_4$ prefissato, vedi (7.16).

Infine, la fig. 7.13 mostra i rendimenti termodinamico, propulsivo e globale per volo a numero di Mach pari a 2; il valore del rapporto di compressione del compressore è stato ridotto a 10 per compensare la maggiore compressione nella presa d'aria, pur con un ridotto rendimento della presa d'aria. Si può vedere che ad alte velocità di volo il rendimento termodinamico peggiora sensibilmente, il che causa un marcato peggioramento anche del rendimento globale, nonostante un contenuto miglioramento del rendimento propulsivo. Questo comportamento è dovuto al fatto che all'aumentare della velocità di volo aumenta rapidamente la temperatura dell'aria all'ingresso del fan, e con essa il lavoro di compressione del fan stesso (7.11a). Le perdite dovute al peggior rendimento della seconda turbina e del fan rispetto all'ugello, nonché quelle meccaniche, diventano a questo punto dominanti e fanno crollare il rendimento termodinamico. Il turbofan viene usato solo per aerei moderatamente supersonici, ed in questo caso adotta un *BPR* molto basso (per esempio lo Snecma M88 del caccia Dassault Rafale adotta un *BPR* di appena 0.3).

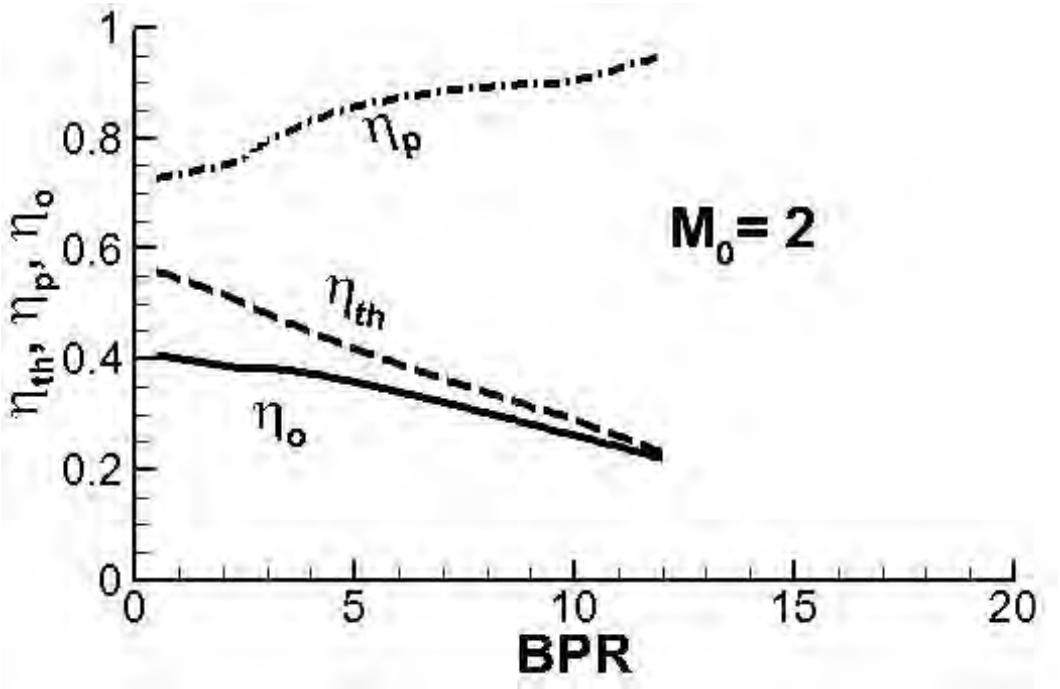



Figure 7.13: Rendimenti termodinamico, propulsivo e globale del turbofan a flussi separati al variare del *BPR* con rapporto di compressione del fan ottimale, per $M_0 = 2$, $\beta_c = 10$, $T_4 = 1500$ K.

## 7.5 Turbofan a flussi associati

Il ciclo del turbofan a flussi associati, indicativamente riportato in fig. 7.14, si discosta da quello del turbofan a flussi separati solo a partire dalla seconda turbina, essendo le trasformazioni che avvengono negli organi a monte analoghe a quelle descritte nei par. 7.4.1–7.4.5. Riprendiamo pertanto la descrizione a partire dalla seconda turbina.

### 7.5.1 Seconda turbina

A differenza della trasformazione già vista per la seconda turbina del turbofan a flussi separati, nella quale si ha una trasformazione a salto di *temperatura* assegnato, nella seconda turbina del turbofan a flussi associati si ha una trasformazione a salto di *pressione* assegnato, essendo la pressione di uscita di questa turbina individuata dalla condizione (7.5), assegnato il rapporto di compressione del fan. Il salto entalpico reale in turbina risulta pertanto dato da

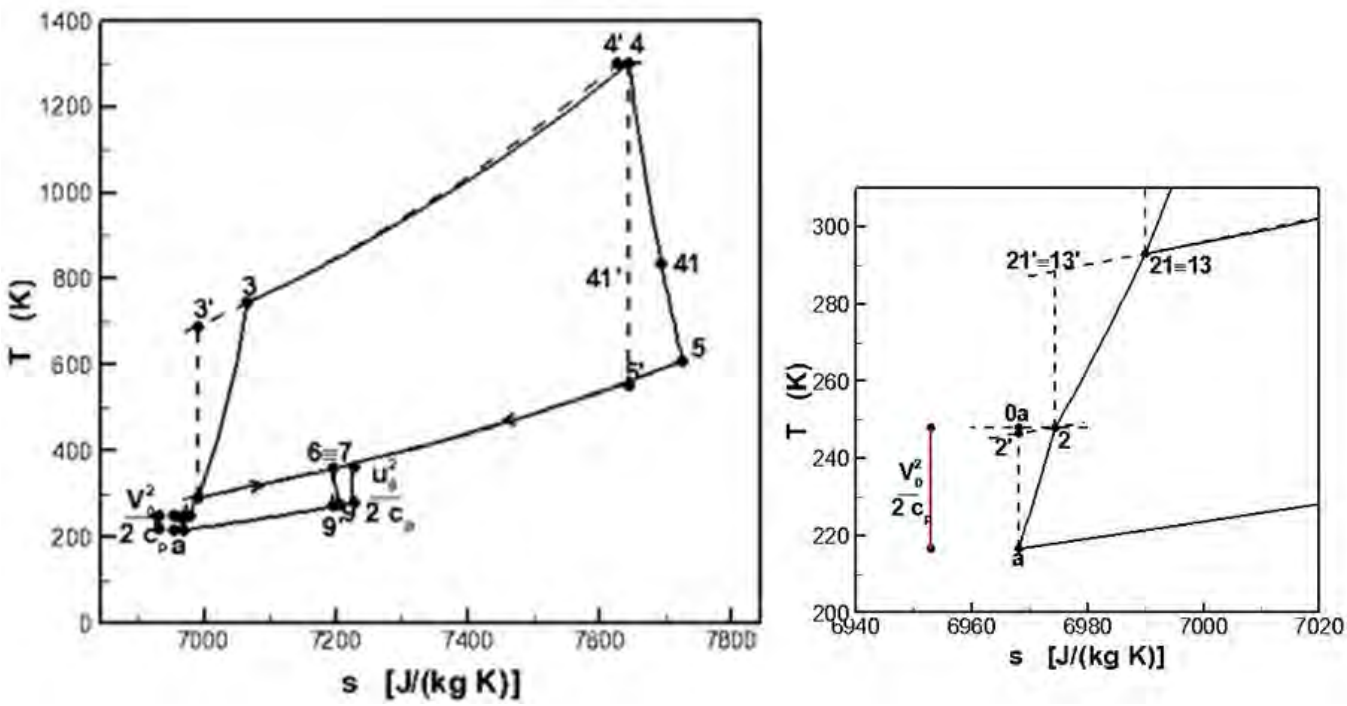



Figure 7.14: Evoluzione termodinamica dei flussi primario e secondario in un turbofan a flussi associati con $BPR = 3.86$, con dettaglio.

$$\Delta h_{t,2} \;=\; c_p\,(T_{41} \;-\; T_5) \;=\; c_p\,\eta_{t,2}\,T_{41}\left(1 \;-\; \frac{T_5'}{T_{41}}\right) \;=$$

$$c_p\,\eta_{t,2}\,T_{41}\left[1 \;-\; \left(\frac{p_5}{p_{41}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \tag{7.53}$$

con $p_5$ appunto assegnata. La temperatura $T_5$ di uscita dalla turbina si può pertanto ricavare come

$$T_5 \;=\; T_{41} \;-\; \frac{\Delta h_{t,2}}{c_p} \tag{7.54}$$

Il valore del *BPR* è vincolato dall'equilibrio tra seconda turbina e fan, che si scrive (omettendo il calore specifico, assunto costante, ed avendo diviso per la portata d'aria primaria)

$$\eta_{mt,2}\,(T_{41} - T_5) \simeq (1 + BPR)\,\frac{T_{21} - T_2}{\eta_{mf}} \tag{7.55}$$

dalla quale si ricava

$$\boxed{BPR = \eta_{mt,2}\,\eta_{mf}\,\frac{T_{41} - T_5}{T_{21} - T_2} - 1} \tag{7.56}$$

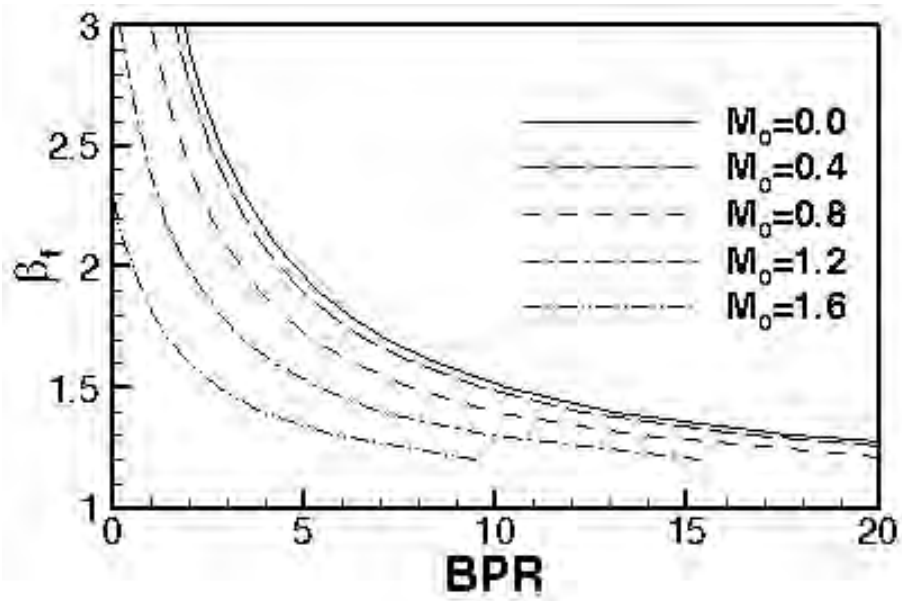



Figure 7.15: Relazione tra rapporto di by–pass e rapporto di compressione del fan per un turbofan a flussi associati, con il numero di Mach di volo a parametro.

La (7.56) è graficata a titolo indicativo (per assegnati valori degli altri parametri di progetto) in fig. 7.15, che riporta anche l'effetto del numero di Mach di volo.

La frazione $\lambda$ del salto entalpico utile destinata alla turbina che aziona il fan si può ancora ricavare secondo la (7.26)

$$\lambda = \frac{\Delta h_{t,2}}{\Delta h_u} \tag{7.57}$$

### 7.5.2 Miscelatore

Come abbiamo detto, tra le sezioni 5 e 6 del turbofan a flussi associati si trova il miscelatore, un condotto nel quale la portata primaria (calda) viene miscelata con quella secondaria (fredda). Poiché il processo avviene senza scambio di calore né di lavoro all'albero, l'entalpia totale si conserva. Essendo poi le velocità nel miscelatore basse, possiamo assimilare le entapie totali a quelle statiche, ed esprimere pertanto l'eguaglianza tra l'entalpia in ingresso (delle due portate) e quella in uscita (della portata miscelata risultante) al miscelatore come

$$\dot{m}_{a1}\, h_5 \;+\; \dot{m}_{a2}\, h_{13} \;\simeq\; (\dot{m}_{a,1}{+}\dot{m}_{a,2})\; h_6 \tag{7.58}$$

Dividendo per la portata primaria e ricordando l'assunzione di gas caloricamente perfetto per esprimere l'entalpia, si può esplicitare la temperatura della portata in uscita dal miscelatore

$$\boxed{T_6 \;\simeq\; \frac{T_5 \;+\; BPR\; T_{13}}{1 \;+\; BPR}} \tag{7.59}$$

mentre la pressione rimarrà sostanzialmente uguale al valore in ingresso

$$p_6 \;\simeq\; p_5 \tag{7.60}$$

### 7.5.3 Ugello

La portata miscelata viene espansa in un ugello, entro il quale il salto entalpico è dato da

$$\Delta h_n \;=\; \eta_n\, c_p\, (T_6 \;-\; T_9') \;=\; \eta_n\, c_p\, T_6 \left(1 \;-\; \frac{T_9'}{T_6}\right) \tag{7.61}$$

ed esprimendo al solito il rapporto di temperature di un'isentropica tramite il rapporto di pressioni, avendo assunto ugello adattato ($p_9 = p_a$)

$$\boxed{\Delta h_n \;=\; \eta_n \, c_p \, T_6 \left[ 1 \;-\; \left( \frac{p_a}{p_6} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]} \tag{7.62}$$

dalla quale si ricava la velocità di uscita del getto miscelato

$$\boxed{u_e \;=\; \sqrt{2 \, \Delta h_n}} \tag{7.63}$$

### 7.5.4 Prestazioni in volo

Le espressioni delle prestazioni del turbofan a flussi associati (o miscelati) sono simili a quelle del turbgetto semplice, essendo presente un solo getto, ma occorre tener presente che la portata consta della somma della portata primaria e di quella secondaria

$$\dot{m}_a \;=\; \dot{m}_{a,1} \;+\; \dot{m}_{a,2} \;=\; (1 \;+\; BPR) \, \dot{m}_{a,1} \tag{7.64}$$

Per la spinta quindi si ha

$$\boxed{F \;\simeq \dot{m}_a \, (u_e \;-\; V_0) \;= \dot{m}_{a,1} \, (1 \;+ BPR) \;\; (u_e \;-\; V_0)} \tag{7.65}$$

Per la potenza disponibile vale sempre l'espressione (3.44)

$$P_{av} \;\simeq \dot{m}_f \, Q_f \tag{7.66}$$

per la potenza del getto la (3.50), riferita però alla portata complessiva

$$P_j \;=\; \dot{m}_a \, \frac{u_e^2 \;-\; V_0^2}{2} \tag{7.67}$$

e per la potenza propulsiva sempre la (3.39)

$$P_p \;=\; F \, V_0 \tag{7.68}$$

Il rendimento termodinamico risulta, dalla (3.51)

$$\boxed{\eta_{th} \;=\; \frac{P_j}{P_{av}} \;=\; (1 + BPR)\,\frac{u_e^2 \,-\, V_0^2}{2\,f\,Q_f}} \tag{7.69}$$

il rendimento propulsivo dalla (3.52)

$$\boxed{\eta_p \;=\; \frac{P_p}{P_j} \;=\; \frac{2\,(u_e \,-\, V_0)\;V_0}{u_e^2 \,-\, V_0^2} \;=\; \frac{2\,\nu}{1 \,+\, \nu}} \tag{7.70}$$

come per il turbogetto semplice, ed il rendimento globale dalle (3.53,3.54)

$$\boxed{\eta_o \;=\; \frac{P_p}{P_{av}} \;=\; \eta_{th} \,\cdot\, \eta_p} \tag{7.71}$$

La spinta specifica (riferita come sempre alla portata complessiva) dalla (3.72) risulta

$$\boxed{I_a \;=\; \frac{F}{\dot{m}_a} \simeq u_e \,-\, V_0} \tag{7.72}$$

Il consumo specifico di spinta è dato dalla (3.61), ricordando che $f$ indica il rapporto tra portata in massa di combustibile e portata *primaria*

$$\boxed{TSFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{F} \;=\; \frac{f}{(1 \,+\, BPR)\;(u_e \,-\, V_0)}} \tag{7.73}$$

e ricorrendo alla (7.72)

$$TSFC \;=\; \frac{f}{(1\,+\,BPR)\,I_a} \tag{7.74}$$

## 7.6 Confronto tra turbofan a flussi separati e associati

È interessante confrontare la spinta che si ottiene da un turbofan a flussi associati con quella che si ottiene da un turbofan a flussi separati, supponendo i due motori caratterizzati dagli stessi valori di $BPR$ e $\beta_f$, e con lo stesso generatore di gas (quindi stessi $\beta_c$, $\tau$, e rendimenti). Le pressioni nelle sezioni 5 e 13 sono quindi uguali tra loro (perché questa è la condizione che deve essere verificata all'ingresso del miscelatore del turbofan a flussi associati), ed uguali per i due tipi di propulsori considerati. Dall'espressione delle velocità di uscita dei due getti per il turbofan a flussi separati (7.30,7.29,7.41,7.40), e per il getto unico del turbofan a flussi associati (7.63,7.62), si vede che, essendo i rapporti di pressione (tra ingresso ugello e ambiente) uguali in tutti i casi, la velocità di uscita (supponendo uguali i rendimenti degli ugelli) è proporzionale alla radice quadrata della temperatura di ingresso dell'ugello, quindi $T_5$ e $T_{13}$ per gli ugelli primario e secondario del turbofan a flussi separati, e $T_6$ per il turbofan a flussi associati. Limitandosi a confrontare la spinta *a punto fisso*, il rapporto tra la spinta del turbofan a flussi associati e quella del turbofan a flussi separati si scrive, tenendo conto delle rispettive portate degli ugelli

$$\frac{F_{ass}}{F_{sep}} \;=\; \frac{(1\,+\,BPR)\,u_{e,ass}}{u_{e,1,sep}\,+\,BPR\,u_{e,2,sep}} \;=\; \frac{(1\,+\,BPR)\sqrt{T_6}}{\sqrt{T_5}\,+\,BPR\,\sqrt{T_{13}}} \tag{7.75}$$

$T_6$, $T_5$ e $T_{13}$ sono legate dal bilancio entalpico in camera di miscelazione (7.59), per cui la (7.75) si riscrive

$$\frac{F_{ass}}{F_{sep}} \;=\; \frac{\sqrt{(1\,+\,BPR)(T_5\,+\,BPR\,T_{13})}}{\sqrt{T_5}\,+\,BPR\,\sqrt{T_{13}}} \tag{7.76}$$

Per trovare quando tale rapporto risulta superiore ad uno, verifichiamo la condizione a questa equivalente $(F_{ass}/F_{sep})^2 > 1$, ossia

$$T_5 \,+\, BPR\, T_5 \,+\, BPR\, T_{13} \,+\, BPR^2\, T_{13} \,>\, T_5 \,+\, 2\, BPR\, \sqrt{T_5\, T_{13}} \,+\, BPR^2\, T_{13} \tag{7.77}$$

che dà

$$BPR\, \left(T_5 \,+\, T_{13} \,-\, 2\, \sqrt{T_5\, T_{13}}\right) \,=\, BPR\, \left(\sqrt{T_5} \,-\, \sqrt{T_{13}}\right)^2 > 0 \tag{7.78}$$

che è evidentemente sempre soddisfatta (dalla fig. 7.14 si vede che è sempre $T_5 > T_{13}$). Questo risultato mostra che, sotto le ipotesi adottate, è sempre conveniente miscelare i due flussi. Il vantaggio dell'uso della soluzione a flussi associati non è comunque limitato alla maggiore spinta (o, equivalentemente, al minor consumo a parità di spinta), ma è anche legato alla minore rumorosità. Ricordando infatti che il rumore è proporzionale all'ottava potenza della velocità del getto, si può dedurre che la miscelazione dei flussi consente di ridurlo, grazie ad una velocità di efflusso del getto miscelato senz'altro inferiore a quella del getto primario del caso a flussi separati.

La soluzione a flussi miscelati comporta però uno svantaggio in termini di peso del motore, in quanto per miscelare i flussi caldo e freddo bisognerà estendere il condotto del flusso freddo, di notevole diametro e peso, fino all'uscita del motore, vedi fig. 7.2, mentre nel turbofan a flussi separati basterà un breve (e relativamente leggero) condotto per far espandere il flusso secondario, vedi fig. 7.3. Per questo motivo, praticamente tutti gli attuali turbofan ad alto rapporto di by–pass adottano la soluzione a flussi separati.

## 7.7 Confronto tra turbofan e turbogetto al variare del numero di Mach di volo

Oltre alle prestazioni nelle condizioni di volo di crociera, che per aviogetti commerciali corrispondono ad un numero di Mach di volo tipicamente intorno a 0.8, sono di interesse anche le prestazioni in fase di decollo e salita, cioè a numeri di Mach sensibilmente inferiori. Abbiamo citato nel par. 6.5 che il comportamento a punto fisso è più difficile da descrivere per via della differente modalità operative della presa d'aria e del compressore a basse velocità. Possiamo comunque tentare un confronto tra la spinta fornita del turbofan e dal turbogetto al variare del numero di Mach, in quanto la parzialmente inadeguata descrizione del flusso si ripercuote in maniera analoga sui rispettivi cicli. Consideriamo perciò un confronto tra le spinte fornite, *a parità di portata d'aria primaria*, da un turbofan a flussi separati caratterizzato da un rapporto di bypass $BPR$=10, un rapporto di compressione del fan $\beta_f$=1.5 (ottimizzato per dare la massima spinta a $M_0$=0.8, vedi fig. 7.8), un rapporto di compressione del compressore $\beta_c$=20, una temperatura all'ingresso della prima turbina $T_4$=1500 K, ed un turbogetto

semplice operante con gli stessi valori di $\beta_c$ e $T_4$, al variare del numero di Mach da condizioni a punto fisso ($M_0$=0), fino a condizioni di volo di crociera ($M_0$=0.8).

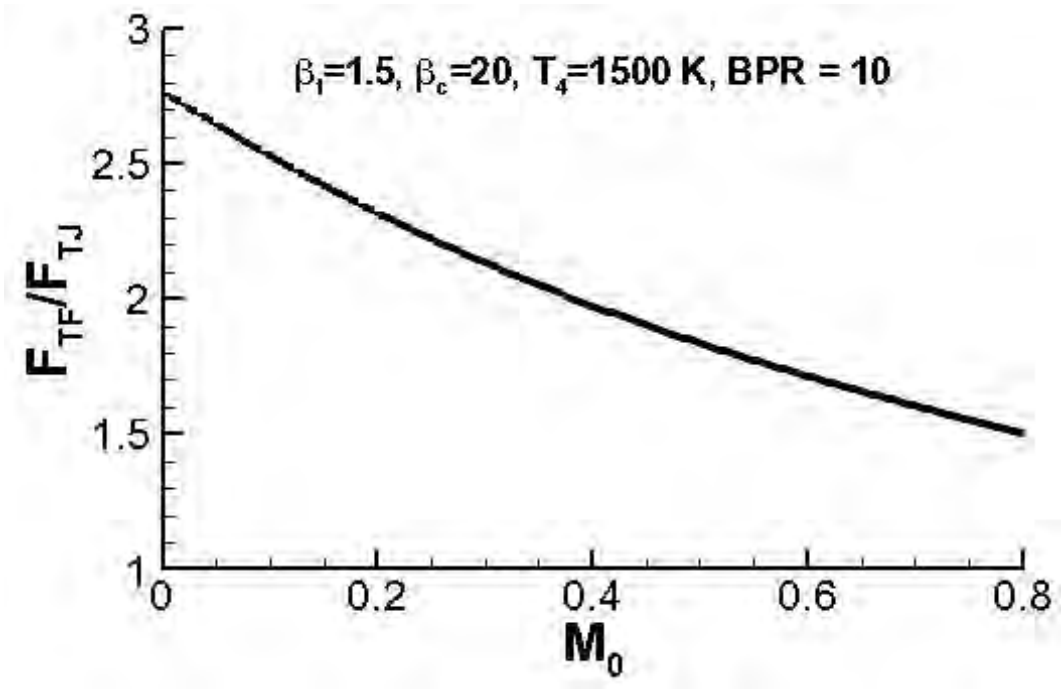



Figure 7.16: Rapporto spinta turbofan a flussi separati su spinta turbogetto semplice al variare del numero di Mach di volo $M_0$.

Tale confronto è riportato in fig. 7.16; per condizioni di volo di crociera si nota ancora un'amplificazione della spinta di un fattore circa 1.5 utilizzando un turbofan piuttosto che un turbogetto semplice, coerentemente con la fig. 7.8, ma si può notare che l'amplificazione risulta ancora maggiore per bassi valori del numero di Mach, arrivando a valori oltre 2.5 a punto fisso. Questo rappresenta un ulteriore importante vantaggio del turbofan, in quanto al decollo è richiesta la massima spinta.

## 7.8 Ugelli dei turbofan

Negli ugelli primari dei turbofan a flussi separati, per via dell'ulteriore espansione del flusso caldo nella seconda turbina, il rapporto tra la pressione a monte del'ugello e la pressione ambiente è, in condizioni di volo di crociera, appena superiore a quello che assicura flusso critico in gola, vedi esercizi 1 e 2 sotto. A punto fisso tuttavia, data la mancanza di compressione nella presa d'aria nella presa, anzi la depressione all'ingresso del compressore che si determina come visto nel par. 6.5, e dato il limitato valore del $\beta_f$ ottimale per turbofan ad alto rapporto di by–pass, vedi figg. 7.8 e 7.15, il rapporto

tra pressione a monte e valle dell'ugello secondario risulta generalmente inferiore al valore minimo richiesto per avere flusso critico in gola, vedi (2.117), per cui il flusso rimane subsonico su tutta la lunghezza dell'ugello, ed adottare un ugello convergente–divergente risulterebbe controproducente, il quanto la parte divergente in subsonico causerebbe un rallentamento del flusso, quindi una riduzione della spinta, e questo proprio al decollo, quando invece è richiesta la massima spinta.

## 7.9 Avviamento dei motori

L'avviamento dei motori a turbina a gas implica che le turbomacchine debbano essere portate ad una velocità di rotazione abbastanza elevata affinché una portata sufficiente di aria possa attraversare la camera di combustione, e miscelarsi con il combustibile. Tale miscela deve quindi essere accesa mediante un opportuno sistema. La sequenza di accensione è alquanto più lunga di quanto avviene nei motori alternativi, e può arrivare a durare alcuni minuti. La fig. 7.17 mostra una tipica sequenza di accensione: la scala di sinistra riporta, in funzione del tempo, la velocità di rotazione delle turbomacchine in termini di percentuale della velocità massima, e la scala di destra riporta la temperatura in turbina come percentuale della temperatura massima. Si notano gli istanti di introduzione del combustibile, accensione (delle candele), e di raggiungimento delle condizioni di autosostentamento.

Possono essere adottate differenti soluzioni per avviare le turbomacchine, a seconda dell'impiego al quale il motore è destinato. Per aerei di linea commerciali, si possono usare motori elettrici (soluzione a volte adottata nei turboelica), ma la soluzione di gran lunga più diffusa è quella che utilizza una sorgente di aria compressa, la quale viene inviata ad una piccola turbina dedicata (ossia distinta da quelle che azionano fan e compressore), posta all'esterno della carenatura, vedi figg. 7.18 e 7.19, la quale viene quindi posta in rotazione e trasmette il moto alle turbomacchine (in particolare al compressore di alta pressione, collegato alla prima turbina) attraverso un riduttore (ad elevato rapporto di riduzione, per poter fornire un'elevata coppia alle turbomacchine) ed una frizione che viene disinserita una volta raggiunte le condizioni di autosostentamento. L'aria in pressione è generalmente fornita da un apposita fonte a terra, vedi oltre.

Gli aerei militari presentano l'esigenza di poter avviare i motori nel più breve tempo possibile (per poter entrare immediatamente in azione, e per sfuggire ad eventuali attacchi a terra), ed inoltre devono poter operare da piste non attrezzate. Si possono impiegare per conseguire l'avviamento sistemi basati su motori elettrici, turbine alimentate dai gas prodotti dalla combustione di una cartuccia di propellente solido; sistemi basati su unità di terra ad aria compressa sono generalmente impiegati solo su bombardieri a lungo raggio (ad esempio i Boeing B–52), i quali operano a partire da basi situate all'interno del territorio nazionale, adeguatamente attrezzate.

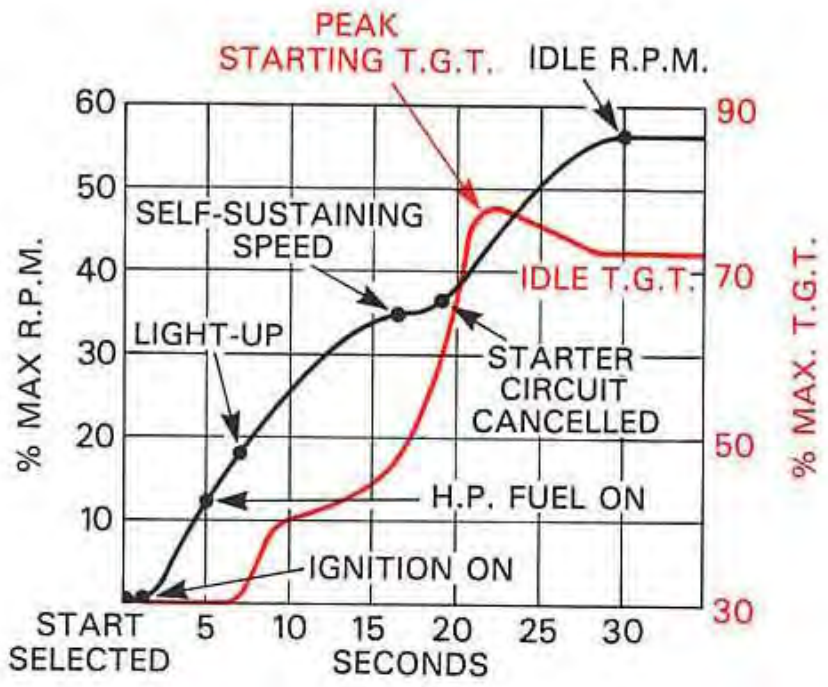



Figure 7.17: Sequenza di accensione di un motore turbofan, da [44]

.

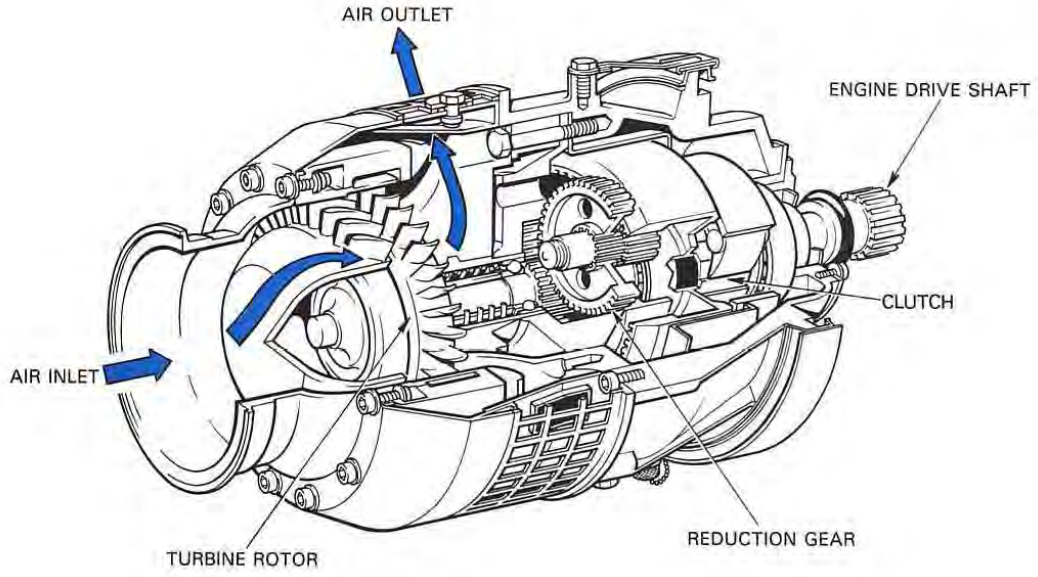



Figure 7.18: Turbina di avviamento, da [44]

.

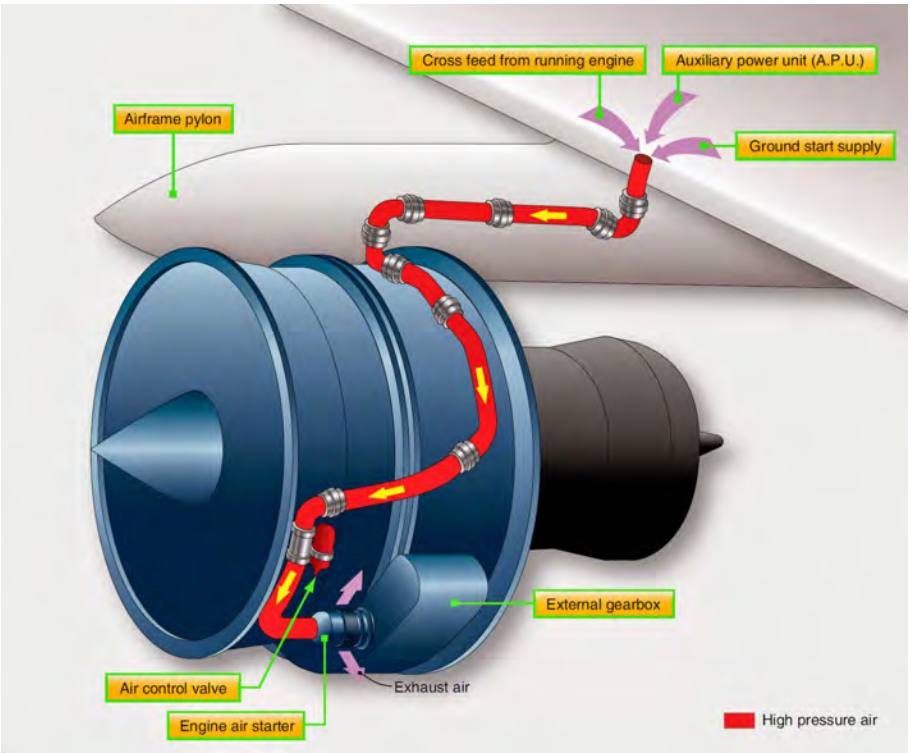



Figure 7.19: Posizione della turbina di avviamento e condotti per la sua alimentazione ad aria compressa, da [20]
.

Negli aerei che adottano per l'avviamento una turbina ad aria compressa, quest'ultima può essere fornita da un'unità di avviamento basata a terra, vedi fig. 7.21, detta *Huffer cart*, consistente in un compressore azionato da un motore alternativo, che viene collegato mediante tubazioni flessibili ad un'apposita porta d'ingresso, vedi ad esempio la fig. 7.19. In un aereo plurimotore, una volta avviato un motore, gli altri possono essere avviati mediante l'aria compressa generata dal motore già operativo, attraverso tubazioni che attraversano l'aereo, vedi fig. 7.20. La figura mostra anche che l'aria compressa generata dal compressore del turbofan viene anche impiegata per altri scopi, tra i quali la pressurizzazione della cabina, il *de–icing* in volo (prevenzione della formazione di ghiaccio sulle ali, impennaggi, prese d'aria e sonde di misura; a terra si usano agenti chimici o dispositivi a raggi infrarossi), ed eventualmente l'azionamento di attuatori pneumatici. Su aerei che dispongono di una *Auxiliary Power Unit* (APU, vedi par. 5.8), l'aria compressa generata da questo gruppo turbogas può anch'essa essere utilizzata per l'avviamento dei motori, senza bisogno di ricorrere ad unità di terra; l'APU, essendo di potenza contenuta, può essere avviata tramite un motore elettrico. Il tempo di avviamento dell'APU è comunque dell'ordine di $2 - 4$ min, che vanno ad aggiungersi al tempo richiesto per l'avviamento del motore, vedi fig. 7.17. Il vantaggio fondamentale dell'avviamento

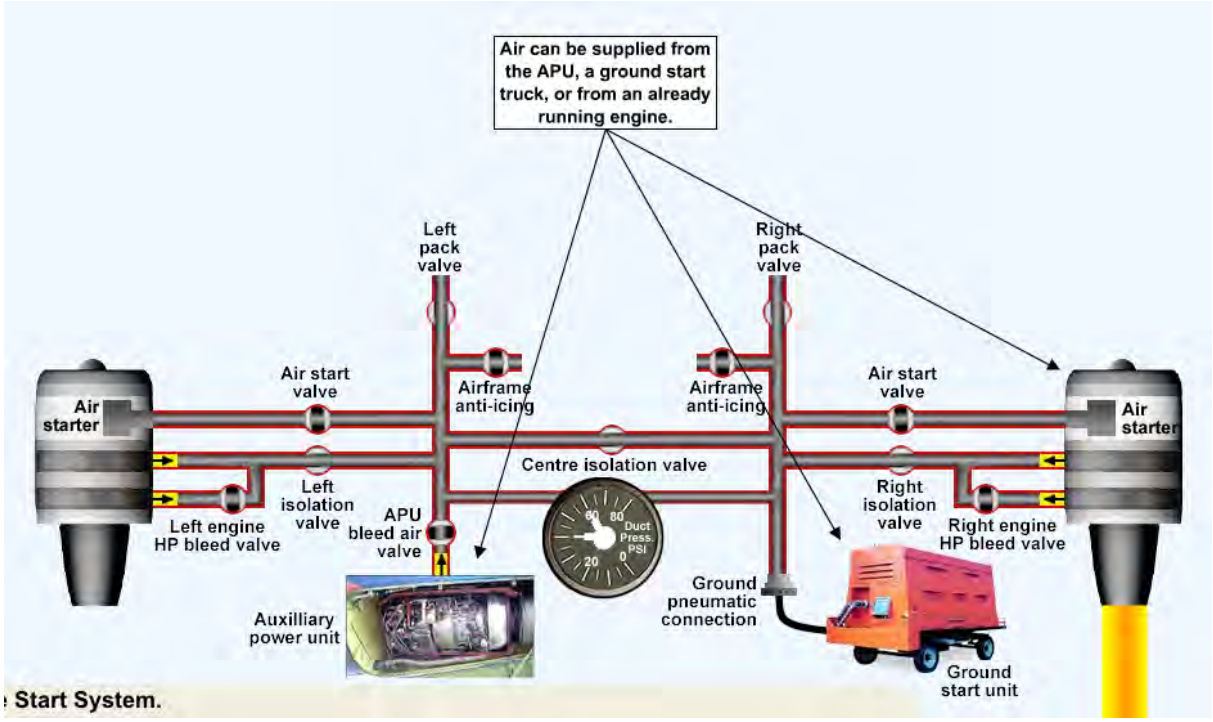



Figure 7.20: Condutture per la distribuzione dell'aria compressa, da [45]

.

mediante aria compressa risiede nel fatto che il sistema pesa circa un quarto di un analogo sistema basato su motori elettrici.

Un caso non frequente è invece quello della riaccensione del motore *in volo*, a seguito di uno spegnimento accidentale. In questo caso è senz'altro disponibile aria compressa prodotta dagli altri motori (per aerei plurimotore), ma la bassa pressione che regna in camera di combustione in queste condizioni rende l'accensione difficoltosa, in particolare ad alte quote (bassa pressione esterna) e basse velocità (basso rapporto di compressione $\beta_d$ nella presa d'aria). La fig. 7.22 indica orientativamente le condizioni di velocità e quota entro le quali la riaccensione in volo risulta possibile. Lo spegnimento di un motore in volo si verifica attualmente, in termini statistici, meno di una volta per milione di ore di volo.

## 7.10 *Part count* e vita operativa di un turbofan

Il *part count* di un grosso motore turbofan è tipicamente dell'ordine di 30 000 – 40 000, ed il suo sviluppo richiede investimenti dell'ordine di almeno 1 o 2 G$, più altrettanti per la realizzazione degli impianti di produzione e altro, e tempi dell'ordine di cinque anni. Le aziende motoristiche pertanto,

Figure 7.21: Unità di avviamento ad aria, da [46]

.

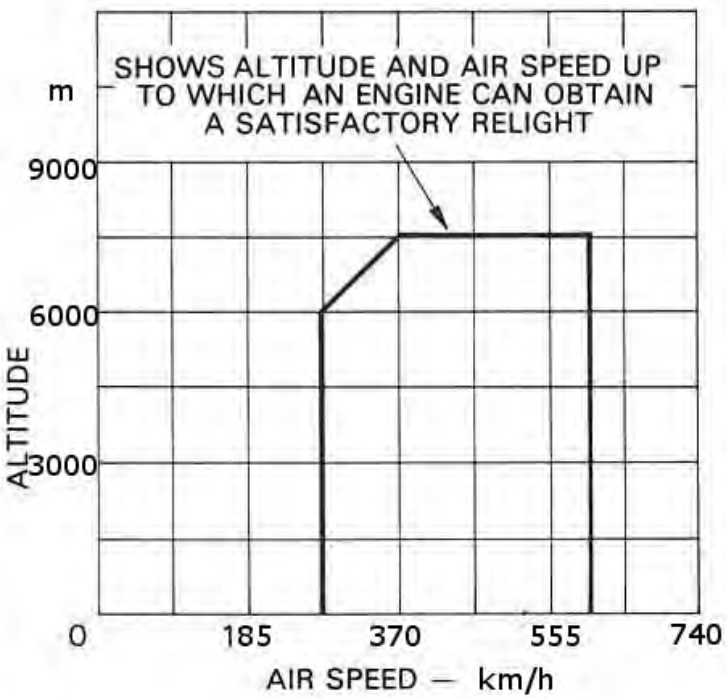



Figure 7.22: Inviluppo di riaccensione in volo, adattata da [44]

.

una volta che il motore è in produzione, cercano di rientrare quanto più rapidamente possibile delle somme investite, anche vendendo il motore ad un prezzo inferiore del 10 – 15% a quello di produzione, per incentivare gli acquisti. Come detto tuttavia nel par. 1.1, le aziende hanno successivamente l'opportunità di rifarsi con la vendita di pezzi di ricambio, ed eventualmente operando esse stesse la manutenzione dei motori.

Inoltre, bisogna considerare che la vita media di un motore turbofan attuale è dell'ordine di alcune decine di migliaia di ore di servizio. Poiché gli aerei tipicamente trascorrono in volo circa il 50 – 60% del tempo, diciamo circa 5 000 ore/anno, assumendo per esempio che la vita media del motore sia di 30 000 ore, i motori dell'aereo andranno sostituiti ogni 6 anni circa, con nuovi introiti per l'azienda motoristica. Essendo la vita media di un aereo tipicamente intorno ai 25 – 35 anni, questa operazione di sostituzione dei motori andrà ripetuta più volte, generando quindi ulteriori introiti. L'azienda motoristica pertanto potrà rientrare dei capitali investiti, o come si usa dire raggiungere il punto di *break–even*, ma in tempi molto lunghi. Come osserva un vicepresidente della Pratt & Whitney [49], i tempi di *break–even* sono dell'ordine di 25 anni per un motore *molto buono*, di 35 anni per un motore *buono*, e per un motore non poi così buono, beh ...

# Domande di verifica

1. Qual è la principale motivazione per l'introduzione del turbofan?
2. Quale rendimento il turbofan consente di migliorare sensibilmente? Quale invece risulta lievemente penalizzato?
3. Quali sono le principali tipologie di turbofan?
4. Numerare le diverse sezioni del turbofan secondo le convenzioni standard.
5. Quanto vale (indicativamente) il rapporto di bypass di un moderno turbofan?
6. Quanto vale (indicativamente) il rapporto spinta/peso di un moderno turbofan?
7. Quanto vale (indicativamente) il rapporto di compressione globale di un moderno turbofan?
8. Quanto vale (indicativamente) il *TSFC* di un turbofan?
9. Quanto vale (indicativamente) la spinta specifica di un turbofan?
10. Quanto vale (indicativamente) il rendimento propulsivo di un turbofan?

11. Oltre a mostrare consumi inferiori rispetto al turbogetto semplice, il turbofan ha un'altra proprietà molto importante per il suo impiego in ambito civile. Quale?

12. Quali sono i parametri di progetto aggiuntivi che caratterizzano un turbofan, rispetto ad un turbogetto semplice? Distinguere i casi di turbofan a flussi separati ed associati, e specificare in ciascun caso quanti sono i parametri indipendenti fra loro.

13. Qual è l'espressione del rapporto di compressione globale di un turbofan?

14. Disegnare il ciclo nel piano $T$–$s$ per un turbofan a flussi separati in volo.

15. Scrivere per un turbofan a flussi separati l'equazione di bilancio energetico tra turbine, compressore e fan nel caso in cui si adottino due turbine, una che aziona il compressore e un'altra il fan.

16. Scrivere l'espressione della spinta di un turbofan a flussi separati.

17. Scrivere l'espressione della spinta specifica di un turbofan a flussi separati. Come varia $I_a$ con *BPR* se $\beta_c$, $\beta_f$ e $\tau = T_4/T_a$ sono assegnati?

18. Scrivere l'espressione dei rendimenti di un turbofan a flussi separati.

19. Da cosa è limitato il valore massimo di *BPR* che si può realizzare per un valore assegnato di $\beta_f$? Perché aumenta al diminuire di $\beta_f$?

20. Come varia $\eta_p$ al variare di *BPR* in volo, con gli altri parametri costanti?

21. Come varia il *TSFC* al variare di *BPR* in volo, con gli altri parametri costanti?

22. Quali sono le principali differenze tra turbofan a flussi associati ed a flussi separati?

23. Quale condizione deve essere verificata perché i flussi primario e secondario di un turbofan possano essere miscelati?

24. Quali sono i principali vantaggi e svantaggi dei turbofan a flussi associati rispetto ai turbofan a flussi separati?

25. Disegnare il ciclo nel piano $T$–$s$ per un turbofan a flussi associati in volo, nel caso reale.

26. Qual è il componente aggiuntivo presente nel turbofan a flussi associati?

27. Esprimere il valore della temperatura all'uscita della camera di miscelazione di un turbofan a flussi associati in funzione delle temperature dei flussi primario e secondario entranti.

28. Scrivere l'espressione della spinta, e della spinta specifica, di un turbofan a flussi associati.

29. Scrivere l'espressione dei rendimenti di un turbofan a flussi associati.

30. Scrivere l'espressione generale del consumo specifico di un turbofan a flussi associati.

31. Qual è il motore più comune negli aerei civili da trasporto subsonici ($M \simeq 0.85$): turbogetto, turbofan a flussi separati o turbofan a flussi associati? Perché?

32. Quale relazione sussiste tra *BPR* e $\beta_f$ di un turbofan a flussi associati?

33. Quali sono (orientativamente) i valori tipici del *BPR* di un moderno turbofan per un aereo commerciale subsonico? Quali i valori per un aereo supersonico?

34. Quali sono le ulteriori funzioni di un motore turbofan, oltre a quella di generare la spinta?

35. Come viene avviato il turbofan di un aereo civile? Come viene avviato quello di un aereo da combattimento? Come viene avviata l'APU?

36. Quanto vale indicativamente il *part count* di un grosso turbofan?

# Esercizi

1. Si calcolino le prestazioni (rendimenti, spinta specifica, *TSFC*, nonché la frazione della spinta dovuta al getto secondario) di un turbofan a flussi separati in volo a 11 000 m di quota (ove $T_a$=216.7 K, $p_a$=22.7 kPa) ad un numero di Mach $M_0$=0.8, avente le seguenti caratteristiche: *BPR*=6.1, $\beta_f$=1.5, $\beta_c$=20, $T_4$=1300 K, $\eta_d$=0.96, $\eta_f$=0.90, $\eta_c$=0.88, $\eta_b$=0.99, $\epsilon_b$=0.95, $\eta_t$=0.92, $\eta_n$=0.97, $\eta_{mf} = \eta_{mc} = \eta_{mt}$=0.98. Si assumano gli stessi rendimenti isentropici per le due turbine, e gli stessi rendimenti meccanici. Per il fluido operativo si assuma $\gamma$=1.4, $c_p$=1005 J/(kg K), e per il combustibile $Q_f$=43 MJ/kg. Si assumano ugelli adattati.
   → Dalla (7.6) si ricava $T_2$=244.4 K, dalla (7.8) $p_2$=34.06 kPa; dalla (7.10) $p_{21} = p_{13}$=51.08 kPa, e dalla (7.11) $T_{21} = T_{13}$=277.8 K; dalla (7.14) $p_3$=1022 kPa e dalla (7.15)$T_3$=705 K. Il rapporto combustibile/aria si ricava dalla (7.16) come $f$=0.014, e la pressione in uscita al combustore dalla (7.17) che dà $p_4$=970.6 kPa. Per la prima turbina dalle (7.18,7.19) risulta $T_{41}$=855 K, $p_{41}$=190.5 kPa; per la seconda turbina dalle (7.24,7.25) si ha $T_5 = T_7$=608.5 K, $p_5 = p_7$=51.08 kPa. Per l'ugello primario dalle (7.29,7.30) si ha $u_{e,1}$=495 m/s, mentre per l'ugello secondario dalle (7.40,7.41) risulta $u_{e,2}$=335 m/s. Si possono quindi calcolare i rendimenti attraverso le (7.47,7.48,7.49), che danno $\eta_{th}$=0.441, $\eta_p$=0.763, $\eta_o$=0.3365. Si osservi come il rendimento propulsivo, a differenza di quanto accade per il turbogetto semplice, è ora molto vicino a quello

tipico di un'elica. La spinta specifica si ricava dalla (7.50) che dà $I_a$=121.2 m/s, ed il consumo specifico dalla (7.51) che dà (una volta considerata la conversione in kg/(N h) *TSFC*=0.0587 kg/(N h). La frazione della spinta dovuta al getto secondario si può evincere dalla (7.43) come

$$\frac{F_2}{F} = \frac{BPR\ (u_{e,2} - V_0)}{u_{e,1} - V_0 + BPR\ (u_{e,2} - V_0)} \tag{7.79}$$

e risulta pari a 0.7. Si noti che, con i dati indicati, si verifica la condizione $p_5 = p_{13}$ che è richiesta dai turbofan a flussi associati (ma non da quelli a flussi separati, qui considerato); tale scelta è stata effettuata in vista del successivo confronto con il turbofan a flussi associati, vedi es. 3.

2. Con i dati dell'es. 1, si calcoli il rapporto d'espansione dei due ugelli necessario per soddisfare la condizione di adattamento.
   → Per la conservazione della massa, dev'essere

$$\frac{A_9}{A_{t,1}} = \frac{\rho_8\ u_8}{\rho_9\ u_9} = \frac{\rho_8\ a_8}{\rho_9\ u_{e,1}} \tag{7.80}$$

essendo $A_{t,1}$ l'area di gola dell'ugello primario; nell'ultimo passaggio è stato imposto che in gola il flusso sia sonico. La $\rho_9$ si ricava dalla (2.5), come pure la $\rho_8$ dove $T_8$ e $p_8$ sono date dalle (2.116); la $T_8$ permette anche di ricavare $a_8$ dalla (2.16). Si trova infine dalla (7.80) il rapporto d'espansione richiesto all'ugello primario $A_9/A_{t,1}$=1.017, quindi molto prossimo ad uno. Lo stesso valore si può trovare per l'ugello del flusso secondario, essendo in questo particolare caso i rappori di pressione attraverso l'ugello uguali per flusso primario e secondario. Adottare questo valore del rapporto di espansione comprometterebbe però gravemente le prestazioni a punto fisso, in quanto si vede immediatamete che a velocità nulla il rapporto di pressioni del flusso secondario $p_{17}/p_a$ è insufficiente a garantire flusso critico, per cui adottare un ugello convergente–divergente, nel quale il flusso resterebbe comunque subsonico ovunque, porterebbe ad una compressione, cioè ad un rallentamento del flusso, nella parte divergente dell'ugello, con conseguente perdita di spinta proprio al decollo, quando è richiesta la massima spinta.

3. Con gli stessi dati dell'es. 1, si calcolino le analoghe prestazioni di un turbofan a flussi associati.
   → Fino alla stazione 41 i risultati sono analoghi a quelli per il turbofan a flussi separati.

L'equilibrio seconda turbina–fan determina il valore del rapporto di by–pass secondo la (7.56) come $BPR$=6.1, e la temperatura dalla (7.54) come $T_5$=608.5 K. All'uscita del miscelatore si ha dalla (7.59) $T_6$=324.4 K, per cui nell'ugello le (7.62,7.63) danno $u_e$= 362 m/s. I rendimenti in base alle (7.69,7.70,7.71) risultano $\eta_{th}$=0.441, $\eta_p$=0.790, $\eta_o$=0.3485, la spinta specifica dalla (7.72) $I_a$ =125.6 m/s, ed infine il consumo specifico dalla (7.73) $TSFC$=0.0567 kg/(N h). si noti il lieve miglioramento rispetto alle prestazioni del turbofan a flusso associati, dovuto al migliore rendimento propulsivo.

# Capitolo 8

# Turbogetto con postbruciatore

## 8.1 Introduzione

In diverse situazioni un aeroplano può necessitare di un incremento temporaneo della spinta fornita dai motori. Questo può verificarsi per esempio nel caso di un velivolo da combattimento che deve sfuggire ad un missile. Un'evenienza più ordinaria in cui sarebbe desiderabile poter aumentare la spinta per un breve periodo si verifica al decollo di un velivolo, o durante la fase di salita, in particolare nella parte finale in cui, a causa dell'alta velocità ormai acquisita dall'aereo, e della bassa densità dell'aria dovuta all'alta quota, che limita la portata d'aria entrante nel motore, la spinta generata da quest'ultimo si riduce notevolmente per via della (3.20). Un'ovvia soluzione a queste esigenze sarebbe quella di sovradimensionare i motori, ma ad essa corrisponderebbe evidentemente un sensibile incremento di peso (e del costo) dei motori stessi. Una soluzione ben più interessante sarebbe quella di poter incrementare la spinta per pochi minuti, con un limitato incremento di peso del motore, pur a prezzo di un temporaneo aumento del consumo specifico (che comunque non sarebbe eccessivamente negativo, grazie alla breve durata del funzionamento in queste condizioni).

## 8.2 Postcombustore

Il turbogetto con postbruciatore, o postcombustore (*afterburning turbojet*), sfrutta il grande eccesso (rispetto alle condizioni stechiometriche) d'aria – quindi di ossigeno – in camera di combustione adottato dai turbogetti (per limitare la temperatura in turbina), per effettuare una seconda combustione iniettando combustibile a valle della turbina. La temperatura massima raggiungibile in questa postcombustione non è più limitata dal vincolo sulla resistenza delle palette, e può essere perciò portata a valori molto alti adottando valori del rapporto combustibile/aria prossimi allo stechiometrico.

La temperatura di ingresso nell'ugello risulta quindi molto più alta rispetto al turbogetto semplice, nel quale ultimo inoltre il flusso all'uscita della camera di combustione subisce un notevole caduta di temperatura in turbina. Un forte eccesso di aria si ha a maggior ragione nei turbofan a flussi associati.

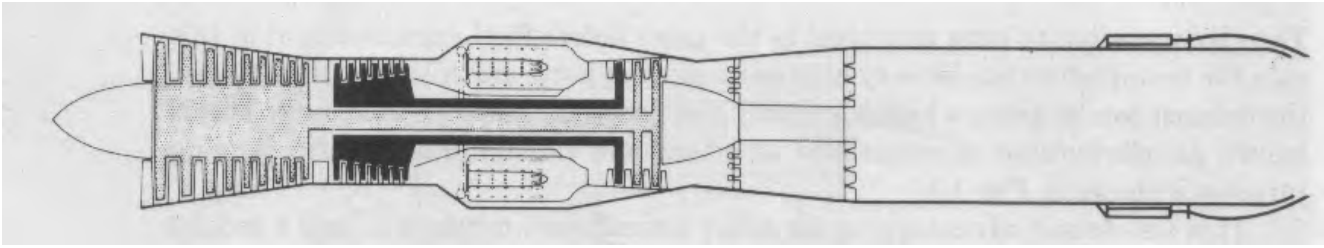



Figure 8.1: Sezione di un turbogetto con postbruciatore, con numerazione delle sezioni, adattata da [38].

In un turbogetto con postbruciatore, vedi fig. 8.1, i gas in uscita dalla turbina (oppure provenienti dal flusso secondario, in un turbofan a flussi associati) vengono rallentati in un diffusore (per ridurre il numero di Mach, e le conseguenti cadute di pressione che si verificano per attrito e per adduzione di calore nella successiva postcombustione, entrambe tendenzialmente proporzionali al quadrato del numero di Mach, vedi 2.30, 2.89, 2.103), prima di essere mescolati con altro combustibile e bruciati nel postcombustore. Lo scopo della postcombustione è aumentare il salto entalpico a disposizione nell'ugello, permettendo così di conseguire altissime velocità di uscita, con conseguente aumento della spinta, ed in particolare possibilità di volare a velocità elevatissime (ricordiamo che all'aumentare della velocità di volo $V_0$, la spinta di un esoreattore si annulla, sotto l'ipotesi di ugello adattato, quando $V_0 = u_e$, vedi (3.20); aumentando $u_e$ si estende quindi il campo dei valori di $V_0$ in cui il motore è in grado di fornire spinta positiva). Per quanto riguarda la numerazione delle sezioni, si designa ancora con 5 la sezione di uscita della turbina, che però non coincide più con l'ingresso dell'ugello (sezione 7), in quanto appunto tra le sezioni 5 e 7 si trova il postbruciatore, in particolare il combustibile per la postcombustione viene iniettato nella sezione designata come 6.

La tab. 8.1 riporta le caratteristiche e prestazioni di alcuni turbogetti con postbruciatore particolarmente significativi.

## 8.3 Limiti del turbogetto con postbruciatore

Come è stato accennato sopra, il turbogetto con postbruciatore comporta un forte aumento del consumo, che può essere tollerato solo per pochi minuti. Inoltre, le temperature estremamente alte

| Motore | anno di introduzione in servizio | $BPR$ | $F_{dry}$;$F_{AB}$ kN | $TSFC_{dry}$;$TSFC_{AB}$ kg/(N h) | $\left(\frac{F}{w_{eng}}\right)_{dry}$;$\left(\frac{F}{w_{eng}}\right)_{AB}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| GE J79 | 1955 | 0.0 | 53; 79 | 0.083; 0.193 | 3.1; 4.6 |
| Klimov RD–33 | 1974 | 0.49 | 50; 81 | 0.075; 0.181 | 4.8; 7.9 |
| Snecma M88 | 1990 | 0.3 | 50; 75 | 0.08; 0.17 | 5.7; 8.5 |
| Eurojet EJ200 | 1991 | 0.4 | 60; 90 | 0.08; 0.17 | 6.1; 9.2 |
| F135–PW–100 | 2009 | ... | 125; 190 | ...; ... | 7.5; 11.5 |

Table 8.1: Caratteristiche e prestazioni di alcuni motori turbogetto con postbruciatore; *dry* indica postbruciatore spento, $AB$ acceso.

che si raggiungono con il postcombustore acceso riducono sensibilmente la vita del motore. I primi aerei supersonici potevano sostenere una velocità supersonica solo con il postcombustore acceso, e comunque per tempi dell'ordine di un minuto, a causa in particolare dell'enorme aumento del consumo (che tipicamente quadruplicava rispetto alle condizioni operative con postcombustore spento). Invece, gli aerei più moderni possono volare a velocità supersoniche anche senza accendere il postcombustore, una condizione operativa indicata come *supercruise*. Ad esempio, il Lockheed F–22 Raptor può volare senza postcombustione ad un numero di Mach $M_0$=1.6, mentre può raggiungere $M_0$=1.9 a postcombustore acceso. Un altro inconveniente dell'utilizzo in campo militare del postcombustore deriva dalle fortemente accresciute emissioni infrarosse del getto, che rendono l'aereo molto più facilmente rilevabile dal nemico, vedi fig. 8.2. Ancora, a causa dell'altissima velocità del getto, i turbogetto con postbruciatore sono estremamente rumorosi (come citato nel par. 6.8, la potenza emessa sotto forma di rumore è proporzionale all'ottava potenza della velocità del getto).

## 8.4 Criticità del turbogetto con postbruciatore

Alcuni importanti aspetti del turbogetto con postbruciatore concernono la stabilizzazione della fiamma, le perdite di pressione totale, la completezza della combustione, ed il *choking* termico.

Per quanto riguarda il primo aspetto, occorre notare che la fiamma nel postcombustore si stabilisce a valle della sezione 6 di iniezione del combustibile secondario, ed è necessario introdurre stabilizzatori di fiamma o *flameholders* per ancorare tale fiamma, ed impedire che possa essere 'soffiata via' dal flusso, che nelle sezioni in questione possiede una velocità relativamente alta (nettamente superiore ai circa 30 m/s tipici della camera di combustione principale, in quanto abbiamo citato il fatto che

Figure 8.2: F–15 con postbruciatore acceso, da [50].

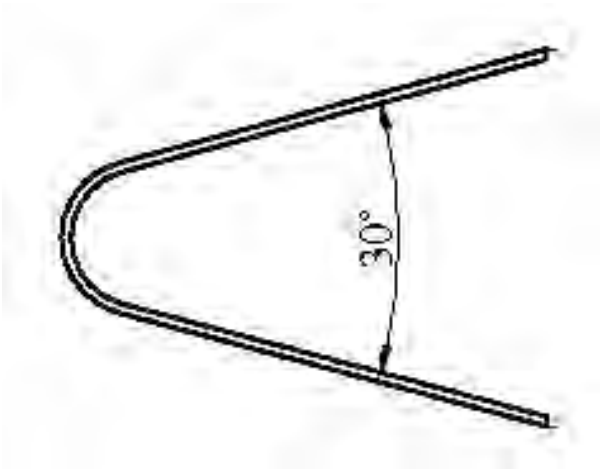



Figure 8.3: Profilo di uno stabilizzatore di fiamma '*vee–gutter*'; il flusso scorre da sinistra verso destra.

il gas esce dalla turbina con una velocità intorno ai 150 m/s; c'è sì una piccola sezione divergente a monte degli iniettori del postcombustore, vedi fig. 8.1, che riduce in una qualche misura la velocità, che resta tuttavia elevata). Si adottano tipicamente come stabilizzatori di fiamma barre radiali con profilo trasversale a forma di V, dette *vee–gutters*, con le due punte della V orientate verso l'uscita, vedi fig. 8.3, in modo da creare una zona di ricircolazione ove il flusso, grazie alla minore velocità, ha tempo a sufficienza per reagire; tali zone di ricircolazione agiscono inoltre come 'punti caldi' dove la miscela derivante dalla miscelazione del combustibile iniettato nella sezione 6 con i prodotti di combustione che escono dalla turbina (ancora ricchi di ossigeno) può accendersi e reagire per un

Figure 8.4: Sezione trasversale di un turbogetto con postbruciatore, dalla quale possibile vedere la configurazione dei *flameholders*.

tempo sufficientemente lungo per assicurare una relativa completezza della combustione. Una tipica disposizione dei *flameholders* è indicata in fig. 8.4. Un abbassamento più sensibile del rendimento del postcombustore può invece aversi se la combustione non riesce a completarsi a causa della lunghezza relativamente limitata di quest'organo (adottata per risparmiare ingombro e peso).

Per quanto riguarda invece il secondo punto, abbiamo già ricordato che un flusso sottoposto a scambio termico subisce una caduta di pressione, oltre che per attrito, che può essere individuata attraverso il rapporto delle (2.103,2.89). Tale caduta può essere importante (rispetto a quella che si ha nel combustore principale) a causa della più grande quantità di calore ricevuta dal fluido (che come detto raggiunge temperature ben superiori rispetto a quelle raggiungibili nella camera di combustione principale) e del più alto numero di Mach, vedi ancora le (2.89, 2.103). A tali cadute di pressione si aggiungono quelle dovute all'attrito, anch'esse più sensibili a causa della maggiore lunghezza del postcombustore (necessaria per assicurare una relativa completezza della combustione, ossia un tempo di residenza sufficiente perché il flusso, il quale come detto ha una velocità relativamente alta, possa reagire quasi completamente), ed alla presenza dei *flameholders*. Queste circostanze fanno sì che il rendimento pneumatico del postcombustore $\varepsilon_{b2}$ sia sensibilmente più basso[1] rispetto a quello del combustore principale (che ora indichiamo, per distinguerlo, come $\varepsilon_{b1}$). Si verifica inoltre un sensibile abbassamento del rendimento del postcombustore $\eta_{b2}$, in quanto anche adottando una lunghezza del

[1] McAulay e Abdelwuhub [51] riportano valori dell'ordine di 0.89 (contro circa 0.94 di un turbogetto o turbofan).

postcombustiore intorno a 1.50 m, non si riesce a completare la combustione ($\eta_{b2}$ non oltrepassa un valore intorno a 0.8); inoltre, essendo la temperatura in esso alquanto più alta rispetto al combustore principale, si verificano (limitati) fenomeni di dissociazione chimica che sottraggono calore.

Infine, è stato osservato che la portata in massa che può defluire da un ugello con gola critica, data dalla (2.119), risulta inversamente proporzionale alla radice quadrata della temperatura totale del flusso all'ingresso dell'ugello, nel caso in esame indicata come $T_{07}$. Quando il postcombustore è spento si ha $T_{07} = T_{05}$, ma quando esso è acceso come detto si ha $T_{07} \gg T_{05}$, per cui la portata in massa, in assenza di appropriate misure di contrasto, si riduce grandemente. Per evitare questo inconveniente, che negherebbe l'utilità della postcombustione, si adottano ugelli ad area variabile, i quali consentono di aumentare l'area di gola $A_t$ che compare nella (2.119), compensando l'effetto citato. La fig. 8.5 riporta una possibile configurazione di un ugello ad area variabile, in cui la parte terminale dell'ugello consta di una serie di 'petali' che nel funzionamento a postcombustore spento danno luogo ad una sezione puramente convergente, mentre a postcombustore acceso vengono aperti (mediante opportuni attuatori, visibili in figura) in modo tale da aumentare l'area di gola $A_t$, ed introdurre una piccola sezione divergente dell'ugello. Naturalmente, le pareti della sezione divergente così creata non risultano lisce, e questo porta ad un abbassamento del rendimento dell'ugello $\eta_n$.

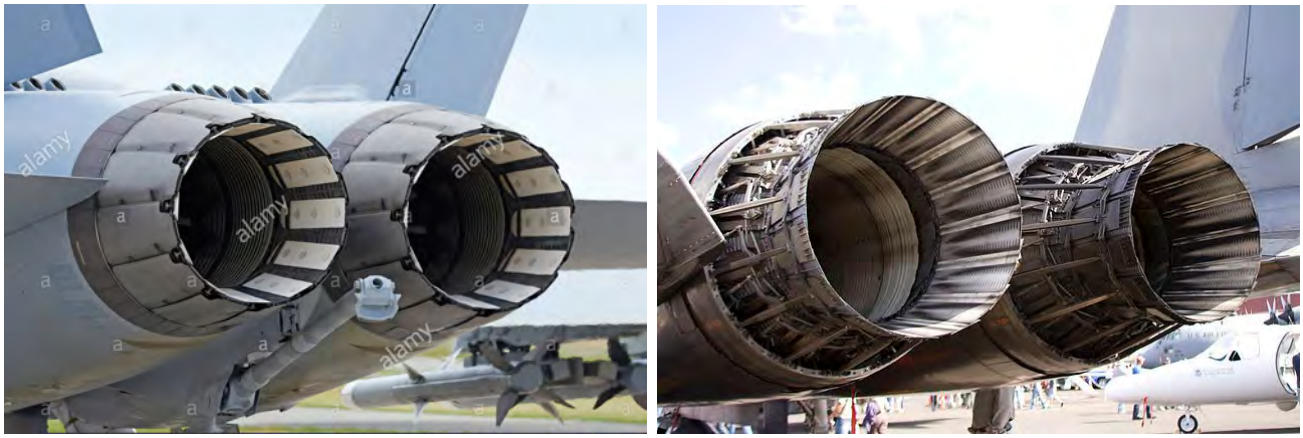


Figure 8.5: Ugello ad area variabile in posizione chiusa (postbruciatore spento, a sinistra) ed aperta (postbruciatore acceso, a destra), da [47, 48].

Un problema che si pone solo per aerei che volano a numeri di Mach elevatissimi, intorno a 3, è la stabilità termica del combustibile in presenza di un fortissimo riscaldamento aerodinamico della fusoliera, vedi (2.60). Per questi aerei sono state sviluppati combustibili dedicati, come il JP–6 per il

bombardiere North American B–70 (programma poi cancellato, per quanto siano stati costruiti due prototipi, designati come XB–70) ed il JP–7 per il Lockheed SR–71, che raggiungeva $M_0$=3.3.

### 8.4.1 Sistemi di accensione

L'accensione del combustibile iniettato nel postbruciatore (stazione 6) non è sempre immediata, nonostante l'alta temperatura che prevale a valle della turbina, in quanto le condizioni di bassa pressione che regnano ad alta quota possono renderla difficoltosa. Si adottano perciò diversi sistemi, vedi fig. 8.6. La miscela combustibile/aria può essere accesa grazie all'ausilio di un catalizzatore, di una candela di accensione, o ancora mediante un *hot streak* (dardo caldo), cioè prelevando una parte dei gas ad elevata temperatura dalla camera di combustione, mettendo in comunicazione quest'ultima con il postcombustore (il gas ovviamente si spinge verso il postcombustore per via della minore pressione ivi regnante).

## 8.5 Calcolo del ciclo termodinamico

Si analizza qui il calcolo del ciclo del turbogetto semplice con postcombustore. Esso segue le stesse linee di quello del turbogetto semplice fino al punto 5. A valle della turbina viene iniettata un'ulteriore portata di combustibile, denotata con $\dot{m}_{f2}$ per distinguerla da quella primaria, ora indicata come $\dot{m}_{f1}$, e viene quindi effettuata una seconda combustione. Il rapporto tra la portata di combustibile *primaria* (cioè immessa nella camera di combustione principale, a monte della turbina) e la portata d'aria, ora indicato come

$$f_1 = \frac{\dot{m}_{f1}}{\dot{m}_a} \tag{8.1}$$

viene al solito calcolato tramite la (5.24). In modo analogo, il rapporto combustibile/aria del postcombustore

$$f_2 = \frac{\dot{m}_{f2}}{\dot{m}_a} \tag{8.2}$$

può essere determinato come

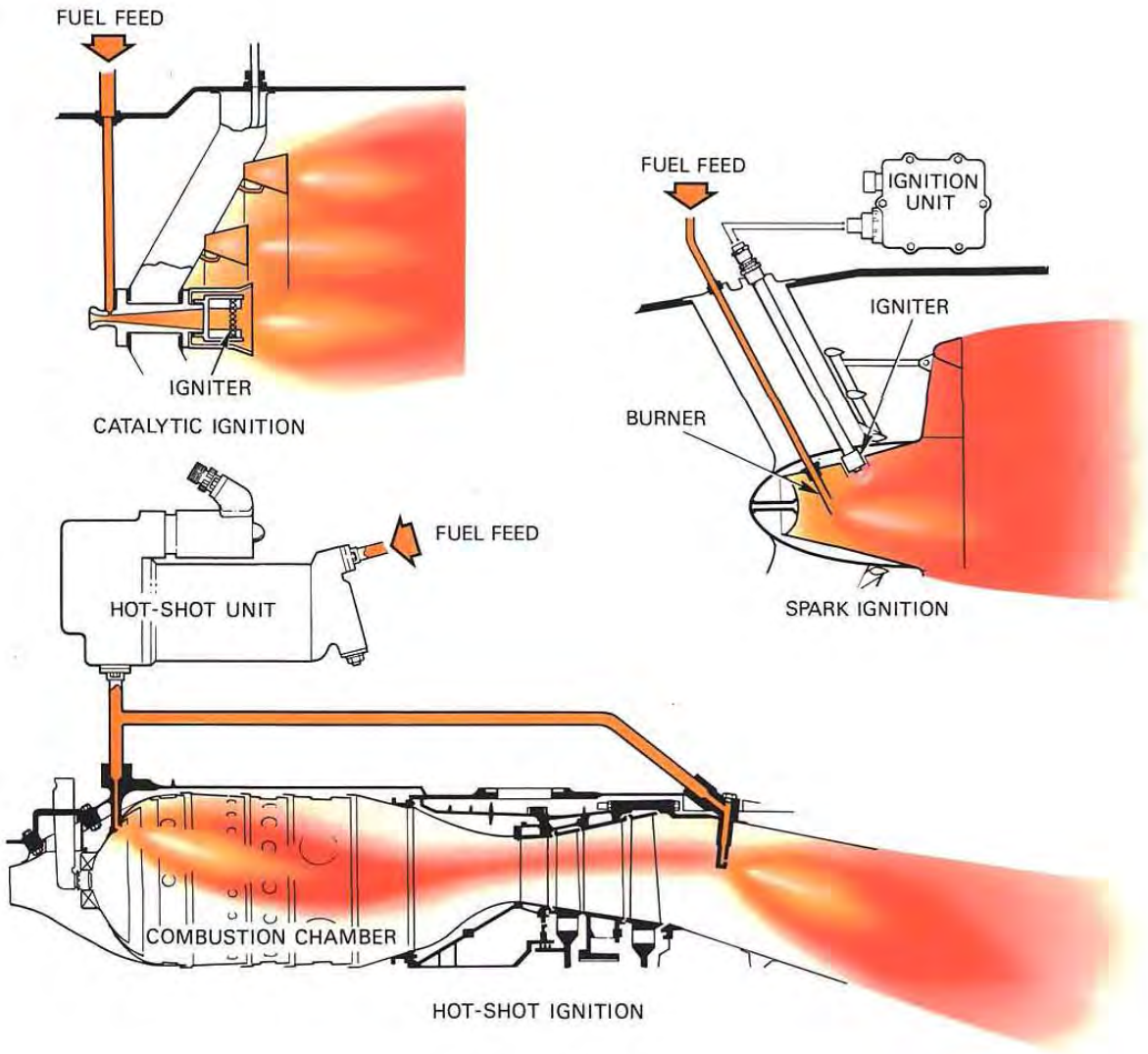



Figure 8.6: Sistemi di accensione del postbruciatore: catalitico (in alto a sinistra), mediante candela (in alto a destra), mediante *hot streak* (in basso, da [44]).

$$\boxed{f_2 \;=\; \frac{c_p\,(T_7 \,-\, T_6)}{\eta_{b2}\,Q_f}} \tag{8.3}$$

avendo assunto $f_1$ ed $f_2$ trascurabili rispetto all'unità; $T_6$ ovviamente coincide con $T_5$. Si può anche definire un rapporto combustibile/aria totale come

$$f_{tot} \;=\; \frac{\dot{m}_{f1} \,+\, \dot{m}_{f2}}{\dot{m}_a} \;=\; f_1 \,+\, f_2 \tag{8.4}$$

Per quanto riguarda il calcolo della pressione nel punto 7, introducendo il rendimento *pneumatico* del postcombustore si ha:

$$p_7 \;=\; \varepsilon_{b2}\, p_6 \tag{8.5}$$

dove ricordiamo che, per i motivi citati nel par. 8.4, $\varepsilon_{b2}$ risulta sensibilmente più basso di $\varepsilon_{b1}$.

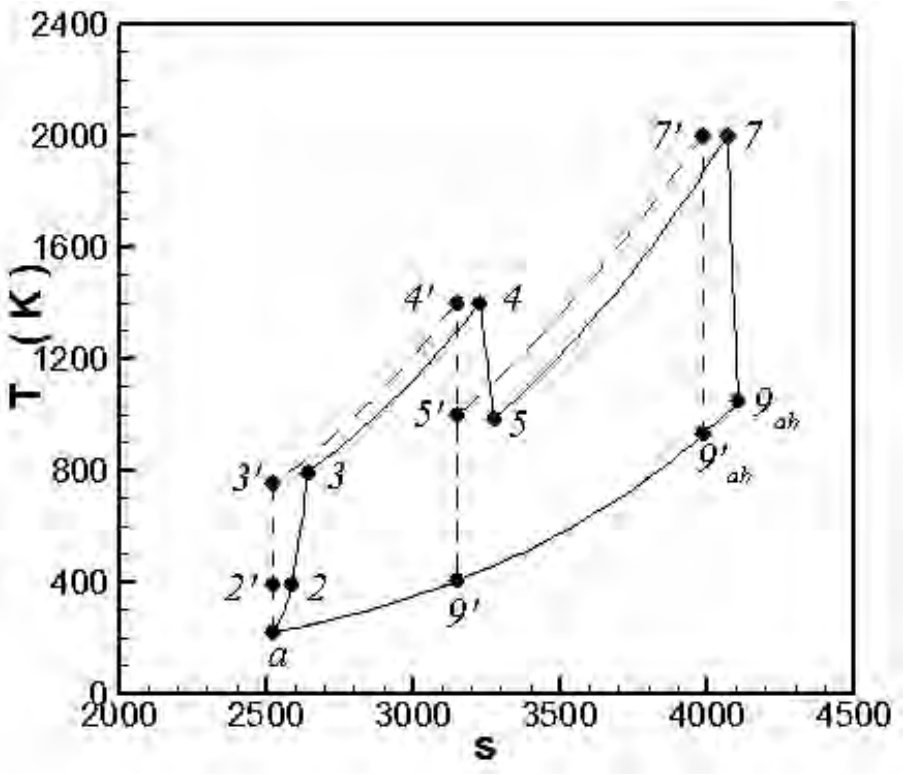



Figure 8.7: Ciclo reale del turbogetto con postcombustore in volo (ciclo ideale a linea tratteggiata); il pedice *ab* indica le condizioni di postbruciatore (*afterburner*) acceso.

### 8.5.1 Confronto della velocità di efflusso

Per confrontare le velocità di efflusso del turbogetto con postcombustore spento ed acceso, supponiamo per semplicità che l'ugello risulti adattato in entrambe le condizioni operative. A postcombustore

spento si ha (si ricordi che le condizioni nella stazione 6 coincidono con quelle nella stazione 5)

$$u_e \;=\; u_9 \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,(T_6 \,-\, T_9')} \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,T_6\,\left[1 \,-\, \left(\frac{p_a}{p_6}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{8.6}$$

A postcombustore acceso, si ha un forte incremento della temperatura all'ingresso dell'ugello (che passa da $T_6$ a $T_7$), ma anche una sensibile caduta di pressione totale (da $p_6$ a $p_7$, tenuta in conto attraverso $\varepsilon_{b2}$; trascuriamo invece la diminuzione del rendimento dell'ugello dovuta all'apertura dei petali dell'ugello ad area variabile). Si ha allora

$$u_{e,AB} \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,(T_7 \,-\, T_9)} \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,T_7\,\left[1 \,-\, \left(\frac{p_a}{p_7}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \;=\; \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,T_7\,\left[1 \,-\, \left(\frac{1}{\varepsilon_{b2}}\frac{p_a}{p_6}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{8.7}$$

Sotto la rozza approssimazione $\varepsilon_{b2} \simeq 1$ si ha l'espressione, di valore orientativo:

$$\frac{u_{e,AB}}{u_e} \;\sim\; \sqrt{\frac{T_7}{T_6}} \tag{8.8}$$

quindi in particolare a punto fisso il rapporto delle spinte sarà

$$\frac{F_{AB}}{F} \;\sim\; \sqrt{\frac{T_7}{T_6}} \tag{8.9}$$

In realtà, per l'effetto di $\varepsilon_{b2}$, tali rapporti saranno inferiori a quanto indicato.

In pratica l'impiego del postcombustore consente un'aumento della velocità di efflusso dell'ordine del 50%, come si può immediatemente verificare ponendo ad esempio nella (8.9) a titolo indicativo

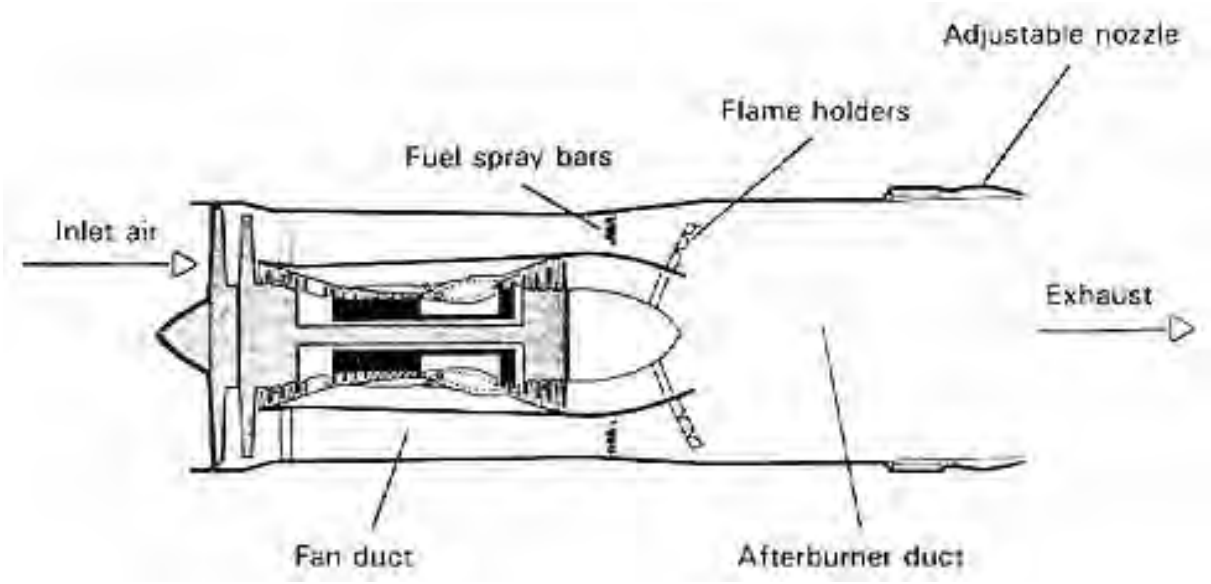



Figure 8.8: Turbofan con postbruciatore, da [43].

$T_6$=900 K, $T_7$=2000 K. Tuttavia, come accennato nel par. 8.1, è possibile effettuare la combustione anche in motori turbofan, sfruttando la portata d'aria secondaria per alimentare la combustione, vedi ad esempio la configurazione in fig. 8.8. In questo caso la temperatura $T_6$, per effetto del miscelamento del flusso caldo uscente dalla turbina con il flusso freddo secondario, risulta più bassa che nel turbogetto semplice, per esempio 700 K, il che, secondo la (8.9) porta ad un incremento di spinta fino al 70%.

## 8.6 Rendimenti

Dall'analisi del ciclo *ideale* si può facilmente dedurre che il rendimento termodinamico del ciclo con postcombustore è inferiore a quello di un turbogetto semplice avente lo stesso rapporto di compressione. Tale conclusione sarà a maggior ragione valida per il ciclo reale. Per il ciclo ideale appunto, come illustrato in fig. 8.9, il rendimento del ciclo con postcombustore acceso può essere legato a quello $\eta_{th,1}$ del ciclo con postcombustore spento (cioè del turbogetto semplice), a sua volta correlato all'area $\boxed{1}$ del ciclo $a3'4'9'a$ in fig. 8.7; l'accensione del postcombustore comporta un aumento dell'area del ciclo, per l'aggiunta dell'area $\boxed{2}$, che può essere considerato come un ciclo Brayton $9'5'7'9'_{ab}9'$ in fig. 8.7, di rendimento $\eta_{th,2}$. Si osserva immediatamente che il ciclo consta di due parti, una a rapporto di compressione globale $p_3/p_a$, ed una, relativa al postcombustore, a rapporto di compressione assai più basso, $p_5/p_a$. Si intuisce pertanto che, essendo il rendimento di un ciclo Brayton ideale funzione crescente del rapporto di compressione, il rendimento termodinamico del ciclo del turbogetto con

postbruciatore dovrà essere inferiore a quello del turbogetto semplice.

Una dimostrazione più rigorosa si ricava osservando che il rendimento termodinamico dell'intero ciclo ideale con postbruciatore può essere scritto nella forma, avendo indicato con $Q_e$ le quantità di calore in entrata e con $Q_u$ quelle in uscita dal ciclo

$$\eta_{th} = \frac{(Q_{e1} + Q_{e2}) - (Q_{u1} + Q_{u2})}{Q_{e1} + Q_{e2}} =$$

$$= \frac{Q_{e1} - Q_{u1}}{Q_{e1}} \frac{Q_{e1}}{Q_{e1} + Q_{e2}} + \frac{Q_{e2} - Q_{u2}}{Q_{e2}} \frac{Q_{e2}}{Q_{e1} + Q_{e2}} = \eta_{th,1} \frac{Q_{e1}}{Q_{e1} + Q_{e2}} + \eta_{th,2} \frac{Q_{e2}}{Q_{e1} + Q_{e2}} \tag{8.10}$$

in quanto il rendimento termodinamico del ciclo $\boxed{1}$ è esprimibile per definizione come rapporto tra il lavoro utile (differenza tra quantità di calore in entrata ed in uscita) ed il calore in entrata, ed analogamente per il ciclo $\boxed{2}$. Dalla (8.10) risulta che il rendimento termodinamico del ciclo con postbruciatore attivo è esprimibile come una media dei rendimenti dei cicli $\boxed{1}$ e $\boxed{2}$, pesata con le quantità di calore rilasciate nei rispettivi combustori; si vede quindi facilmente che il rendimento $\eta_{th}$ è più basso di $\eta_{th,1}$, essendo:

$$\eta_{th,2} < \eta_{th,1} \tag{8.11}$$

in quanto per la (4.14) è

$$\eta_{th,i} = 1 - \frac{1}{\beta^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{8.12}$$

e $\beta_2 < \beta_1$, essendo come detto il rapporto di pressione del ciclo $\boxed{2}$ alquanto più basso di quello del ciclo $\boxed{1}$ (il fluido che scorre nel postcombustore ha già subito un'espansione in turbina).

Occorre tuttavia osservare che nel caso reale il rendimento termodinamico dipende, oltre che dal rapporto di compressione, anche dal rapporto di temperature del ciclo (ed aumenta con esso, vedi fig. 4.10). Quest'ultimo effetto può arrivare a compensare il minore rapporto di pressione del ciclo $\boxed{2}$, essendo per esso il rapporto di temperature molto elevato per l'elevata $T_7$.

Oltre al rendimento termodinamico, anche il rendimento propulsivo sarà più basso rispetto al turbogetto semplice, *a parità di velocità di volo*, essendo più elevata la velocità di efflusso rispetto al caso del turbogetto semplice, e quindi più basso il rapporto $\nu = V_0/u_e$ che compare nell'espressione del rendimento propulsivo (3.58), il quale è funzione crescente di $\nu$. Ne segue che anche il rendimento globale risulterà più basso, sempre a parità di velocità di volo.

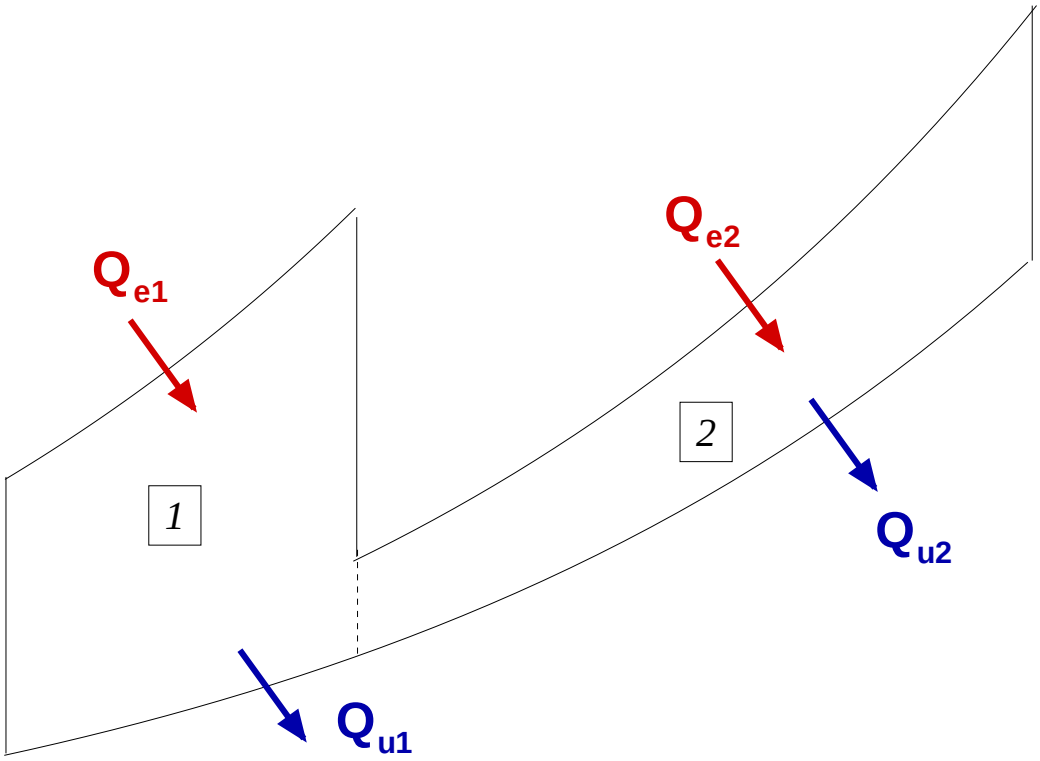



Figure 8.9: Ciclo ideale del turbogetto con postcombustore.

### 8.6.1 Prestazioni del turbogetto con postbruciatore

Le espressioni per le prestazioni di un turbogetto semplice con postcombustore sono simili a quelle relative al turbogetto semplice, purché si tenga conto dell'ulteriore portata di combustibile (e quindi dei relativi aumenti di consumo e potenza disponibile). Trascurando la portata di combustibile rispetto alla portata d'aria si ha:

$$\begin{cases} \text{Rendimento termodinamico} & \eta_{th} \simeq \dfrac{u_e^2 - V_0^2}{2\, f_{tot}\, Q_f} \\[2ex] \text{Rendimento propulsivo} & \eta_p \simeq \dfrac{2\,\nu}{1 + \nu} \\[2ex] \text{Rendimento globale} & \eta_o = \eta_{th}\, \eta_p \simeq \dfrac{V_0\,(u_e - V_0)}{f_{tot}\, Q_f} \\[2ex] \text{Spinta specifica} & I_a \simeq u_e - V_0 \\[2ex] \text{Consumo specifico} & TSFC \simeq \dfrac{f_{tot}}{u_e - V_0} = \dfrac{f_{tot}}{I_a} \end{cases} \tag{8.13}$$

### 8.6.2 Confronto tra prestazioni con postbruciatore spento ed acceso

Intendiamo adesso confrontare le prestazioni del turbogetto con postbruciatore con quelle del turbogetto semplice (oppure, del turbogetto con postbruciatore con quelle dello stesso motore con postbruciatore spento, che è sostanzialmente la stessa cosa) al variare del numero di Mach di volo $M_0$. Nel fare questo, dobbiamo considerare che il rendimento di uno dei componenti del motore, la presa dinamica, varia sensibilmente con $M_0$, come verrà illustrato nel cap. 10; assumiamo qui che l'andamento del rendimento $\varepsilon_d$ (rapporto di pressioni totali tra uscita ed ingresso della presa) della parte supersonica della presa d'aria al variare di $M_0$ sia dato dall'andamento per una presa ad un urto obliquo, mentre assumiamo che l'analogo rendimento per la parte subsonica della presa sia costante e pari a 0.945. Per gli altri componenti del motore assumiamo $\eta_c = \eta_t = 0.9$, $\eta_n = 0.97$, $\eta_{n2} = 0.96$, $\eta_{b1} = 0.99$, $\eta_{b2} = 0.80$, $\varepsilon_{b1} = 0.94$, $\varepsilon_{b2} = 0.75$, $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.98$, $T_4 = 1400$ K, $T_6 = 2000$ K; inoltre, si considera il volo alla quota di 11000 m ove $T_a = 216.7$ K, $p_a = 22.7$ kPa.

La fig. 8.10 mostra quindi il $TSFC$ del turbogetto semplice e del turbogetto con postbruciatore, al variare del numero di Mach. Se per esempio si considera la condizione di volo a $M_0 = 2$, si vede che il $TSFC$ del turbogetto con postbruciatore è di circa il 40% superiore a quello del turbogetto semplice, come si può anche vedere dalla successiva fig. 8.11. Questo dato tuttavia non rende pienamente conto di quanto avviene. Infatti, dalla fig. 8.11 si evince anche che a $M_0 = 2$ la spinta specifica del turbogetto semplice è circa la metà di quella del turbogetto con postbruciatore; questo significa che, ancorché sia teoricamente possibile volare a $M_0 = 2$ con un turbogetto semplice, questo comporterebbe però

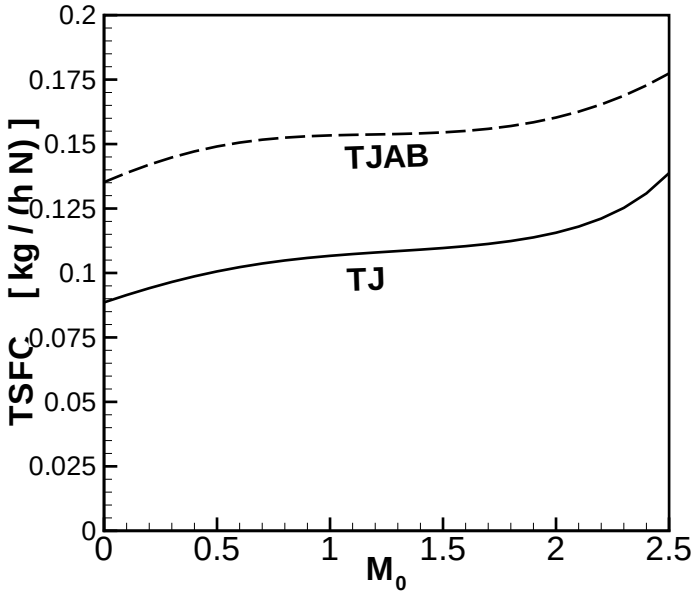



Figure 8.10: Consumo specifico di spinta per turbogetto con postcombustore spento (TJ – linea continua) ed acceso (TJAB – linea tratteggiata), al variare del numero di Mach.

motori circa due volte più pesanti, con tutte le conseguenze che questo comporta. Non ha quindi molto senso confrontare le prestazioni di questi due motori a parità di numero di Mach, essendo motori disegnati per volare in condizioni di velocità diverse fra loro. Un confronto invece tra il consumo specifico del turbogetto semplice ad un numero di Mach, p. es. $M_0 = 0.9$ [circa 0.105 kg/(N h), come si desume dalla fig. 8.10], e quello di un turbogetto con postbruciatore a $M_0 = 2$ [circa 0.16 kg/(N h)], mostra invece un incremento di *TSFC* più sensibile. Bisogna comunque considerare che in questa trattazione non possiamo tener conto di altri effetti di degradazione delle prestazioni di un turbogetto con postbruciatore, dovuti all'abbassamento del rendimento dell'ugello per effetto dell'apertura dei "petali", al rendimento di combustione del postbruciatore alquanto più basso, sia per effetti di dissociazione ad alta temperatura, sia perché per contenere interamente la fiamma, che al suo interno viaggia ad alta velocità, occorrerebbe un postcombustore molto più lungo (e pesante) di quanto consigliato da considerazioni di ingombro e peso.

## 8.7 Altri sistemi per aumentare la spinta

È stato già osservato, vedi par. 6.5, che temperature ambiente molto alte riducono significativamente la spinta che il motore può fornire, in particolare al decollo, a causa della riduzione del rapporto (4.23),

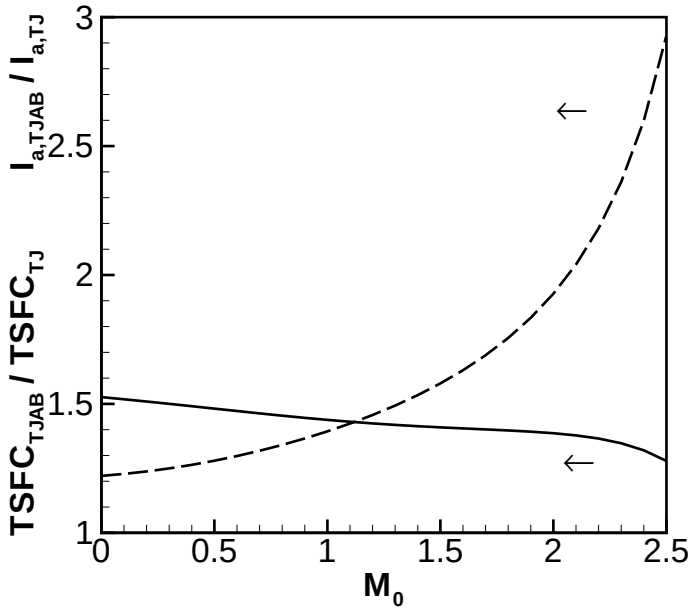



Figure 8.11: Rapporto della spinta specifica (linea tratteggiata) e del consumo specifico di spinta (linea continua) tra turbogetto con postcombustore acceso e spento, al variare del numero di Mach.

come esemplificato dalla fig. 8.12. In queste condizioni può ancora essere necessario un dispositivo per incrementare temporaneamente la spinta, ma non è giustificato ricorrere a soluzioni che penalizzano, sia pure in ridotta misura, il peso e la resistenza aerodinamica del motore, come è invece il posbruciatore. Dall'espressione della spinta (3.20) si vede che si può ottenere un incremento della spinta o aumentando la velocità di uscita $u_e$ (soluzione cui ricorre il postbruciatore), oppure aumentando la portata in massa di fluido evolvente. In quest'ultima soluzione si ricorre all'iniezione di acqua, o nella presa d'aria oppure in camera di combustione, la quale vaporizzando in ogni caso quasi istantaneamente va ad aumentare la portata in massa di gas evolvente; essa comporta una minima modifica ai motori, e non ne penalizza peso ed ingombro (quindi resistenza aerodinamica). La soluzione con iniezione in camera permette di avere una distribuzione di temperature più uniforme, e di iniettare portate d'acqua più alte, ed è pertanto preferita. Essa consente di aumentare la spinta statica di circa il 30%, pur a prezzo di un *TSFC* triplicato; la richiesta di spinta extra dura comunque pochi minuti al massimo. In alcuni casi può essere iniettata una miscela di acqua e metanolo, il quale, oltre a dare proprietà anti–congelamento, essendo combustibile, contribuisce alla generazione della spinta.

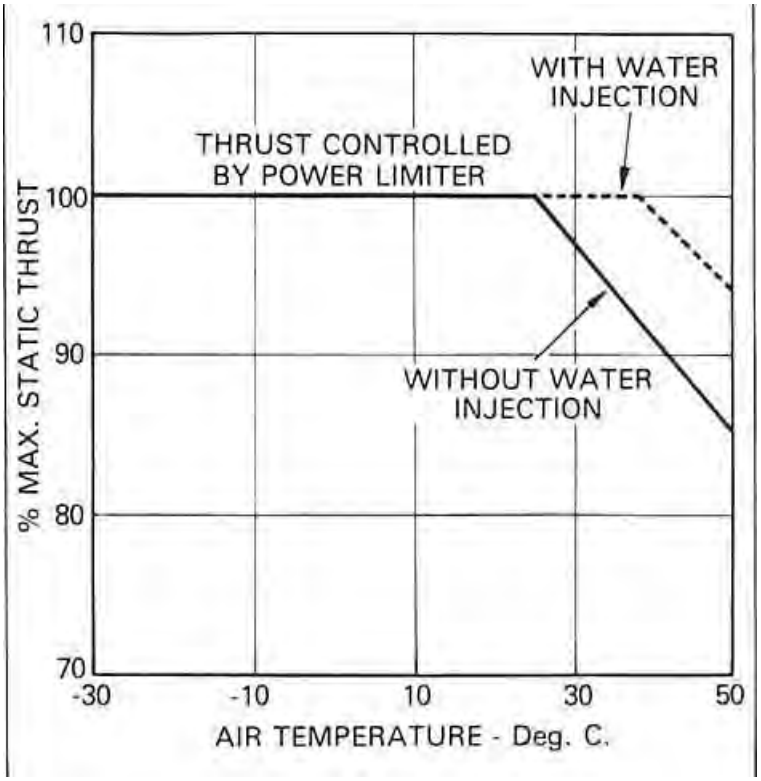



Figure 8.12: Effetto della temperatura ambiente sulla spinta, e recupero attraverso iniezione di acqua, da [44].

# Domande di verifica

1. Disegnare il ciclo nel piano $T$–$s$ per un turbogetto con postcombustore nel caso reale in volo.

2. Perché si utilizza il postcombustore? Quali sono vantaggi e svantaggi rispetto ad un turbogetto semplice?

3. Perché la temperatura all'uscita del postcombustore può essere più elevata di quella all'uscita dalla camera di combustione principale?

4. Numerare le diverse sezioni del turbogetto con postbruciatore secondo le convenzioni standard.

5. Quali sono i principali punti critici del turbogetto con postbruciatore?

6. Cosa avviene per i rendimenti del turbogetto con postcombustore, in confronto al turbogetto semplice?

7. Quanto vale (indicativamente) il *TSFC* di un turbogetto con postbruciatore acceso?

8. Quanto vale (indicativamente) il rapporto spinta/peso di un turbogetto con postbruciatore acceso?

9. Di quanto può aumentare (indicativamente) la spinta l'adozione del postbruciatore?

10. Il getto di un turbogetto con postcombustore acceso è più o meno rumoroso di quello dello stesso turbogetto con postcombustore spento? Perché?

11. Quale particolarità deve possedere l'ugello di un turbogetto con postcombustore?

12. Perché un turbofan con postbruciatore consente incrementi di spinta più elevati di un turbogetto semplice con postbruciatore?

13. Cosa si può fare per contrastare la riduzione della spinta al decollo dei motori a getto in giornate particolarmente calde?

# Esercizi

1. Consideriamo un aereo in volo ad un numero di Mach $M_0 = 2$ alla quota $z = 11\,000$ m, ove le condizioni ambiente sono $T_a = 216.7$ K, $p_a = 22.7$ kPa. Sia $\beta_c = 10$ il rapporto di compressione del compressore, e $T_4 = 1400$ K la temperatura all'ingresso in turbina. Per i rendimenti, sia $\varepsilon_d = 0.85$ il rapporto di pressione totale del diffusore (o presa d'aria; si noti il valore piuttosto basso dovuto all'alta velocità di volo), $\eta_c = 0.89$ il rendimento del compressore, $\eta_b = 0.99$ il rendimento del combustore (principale), $\varepsilon_b = 0.94$ il suo rendimento pneumatico, $\eta_t = 0.91$ il rendimento della turbina, $\eta_n = 0.97$ il rendimento dell'ugello, $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.98$ i rendimenti meccanici del compressore e della turbina. Per le proprietà del fluido operativo si assuma $\gamma = 1.4$, $c_p$ =1005 J/(kg K), e sia $Q_f = 43$ MJ/kg il potere calorifico (inferiore) del combustibile.

   a. determinare, nell'ipotesi che l'aereo sia propulso da un turbogetto semplice (operante con ugello adattato), i rendimenti termodinamico, propulsivo e globale, nonché la spinta specifica ed il *TSFC*;

   b. considerare poi il caso in cui l'aereo sia propulso da un turbogetto con postbruciatore, nelle stesse condizioni di volo. Sia $T_7 = 2000$ K la temperatura all'uscita del postbruciatore, $\eta_{b2} = 0.80$ il rendimento del postbruciatore ed $\varepsilon_{b2} = 0.90$ il suo rendimento pneumatico. Si determinino quindi gli stessi indici di rendimento considerati sopra, sempre assumendo ugello adattato;

   c. calcolare i rapporti tra la spinta specifica del turbogetto con postbruciatore e quella del turbogetto semplice, e l'analogo rapporto tra i consumi specifici di spinta;

d. calcolare infine il rapporto tra l'area di gola del turbogetto con postbruciatore e quella del turbogetto semplice, supponendo che elaborino la stessa portata d'aria.

1a. → La velocità di volo si ottiene dalle (2.16, 2.15,2.18) come $V_0$=$M_0\sqrt{\gamma\, R T_a}$= 590 m/s. Dalla (6.1) si ricava $T_2$=390 K, dalla (6.2) $p_2$=151 kPa; dalla (6.7) $p_3$=1410 kPa e dalla (6.8) $T_3$=798 K. Il rapporto combustibile/aria del combustore si ricava dalla (6.10) come $f$=0.0142, e la pressione in uscita dal combustore dalla (6.11) che dà $p_4$=1419 kPa. Per la turbina dalle (6.12,6.13) risulta $T_5$=975 K (=$T_7$), $p_5$=343 kPa (=$p_7$). Per l'ugello dalle (6.18,6.19) si ha $u_e$=1013 m/s. Si può quindi calcolare il rendimento termodinamico come rapporto tra le (6.23,6.22), tenendo conto della (3.17): si ottiene $\eta_{th}$=0.555. Il rendimento propulsivo si ricava dalle (3.58,3.57), $\eta_p$=0.736; quindi dalla (3.54) si ottiene il rendimento globale per il motore turbogetto semplice, $\eta_o$=0.408. La spinta specifica si ricava dalla (6.21) che dà $I_{a,TJ}$=423 m/s, ed il consumo specifico dalla (6.26) che dà (considerando la conversione in termini orari) $TSFC_{TJ}$=0.121 kg/(N h);

1b. → Per il turbogetto con postbruciatore, tutte le condizioni rimangono uguali sino alla sezione 5, ingresso del postcombustore, che porta la temperatura sino al valore $T_7$ assegnato (2000 K), grazie ad un'iniezione addizionale di combustibile in rapporto combustibile/aria dato dalla (8.3) come $f_2$=0.0299; la pressione scende dal valore $p_5$ riportato sopra a $p_7$=309 kPa per la (8.5). La velocità di uscita, grazie al più alto salto entalpico ora disponibile, sale a 1432 m/s per la (8.7). Si può ancora quindi calcolare il rendimento termodinamico come rapporto tra le (6.23,6.22), ma occorre tener presente che va usato il valore di $f_{tot}$ dato dalla (8.4); si ricava $\eta_{th}$=0.448. Il rendimento propulsivo è ancora dato dalle (3.58,3.57), che danno $\eta_p$=0.584 (si noti che si è ridotto sensibilmente, per il più basso valore di $\nu$). Il rendimento globale risulta pertanto $\eta_o$=0.2616, ed il consumo specifico risulta $TSFC_{AB}$=0.189 kg/(N h). La spinta specifica è, per la (6.21), $I_{a,AB}$=841.5 m/s;

1c. → Il rapporto tra la spinta specifica del turbogetto con postbruciatore e turbogetto semplice è $I_{a,AB}/I_{a,TJ}$ = 1.99, quelle dei consumi specifici risulta $TSFC_{AB}/TSFC_{TJ}$=1.56;

1d. → Il rapporto delle aree di gola può essere determinato dall'espressione della portata in massa (2.119) per flusso critico. Eguagliando le portate in massa per turbogetto semplice e turbogetto con postbruciatore si ha

$$\dot{m}_a \;\simeq\; \Gamma\,\frac{p_{7,TJ}}{\sqrt{R\,T_{7,TJ}}}\,A_{t,TJ} \;=\; \Gamma\,\frac{p_{7,AB}}{\sqrt{R\,T_{7,AB}}}\,A_{t,AB} \tag{8.14}$$

dalla quale

$$\frac{A_{t,AB}}{A_{t,TJ}} = \frac{p_{7,TJ}}{p_{7,AB}} \sqrt{\frac{T_{7,AB}}{T_{7,TJ}}} = \frac{343 \cdot 10^3}{309 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{2000}{975}} = 1.59 \tag{8.15}$$

1e. → Occorre comunque tener presente che tale confronto tra le prestazioni del turbogetto semplice e del turbogetto con postbruciatore non è completamente equo, in quanto in realtà quest'ultimo viene impiegato per raggiungere velocità di volo che non possono essere conseguite dal turbogetto semplice, quindi il confronto a parità di velocità di volo è di limitato significato.

# Capitolo 9

# Statoreattore

## 9.1 Introduzione

Nello statoreattore, o autoreattore (*ramjet*), la compressione avviene unicamente nella presa d'aria, senza l'ausilio di un compressore, per cui si elimina anche la turbina. Non sono quindi presenti turbomacchine, la parte più pesante e costosa del motore, per cui il propulsore è estremamente semplice e leggero. Tuttavia, il rapporto di compressione del ciclo dipende in maniera cruciale dal numero di Mach di volo, essendo

$$\beta_o \;=\; \beta_d \tag{9.1}$$

dove $\beta_d$ si ricava dalla (5.8), se è noto il rapporto di pressioni totali della presa d'aria $\varepsilon_d$

$$\beta_d \;=\; \varepsilon_d \left(1 \,+\, \frac{\gamma \,-\, 1}{2}\, M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{9.2}$$

oppure, se è dato il rendimento isentropico $\eta_d$ della presa, si ricava dalla (5.10)

$$\beta_d \;=\; \left(1 \,+\, \eta_d\, \frac{\gamma \,-\, 1}{2}\, M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{9.3}$$

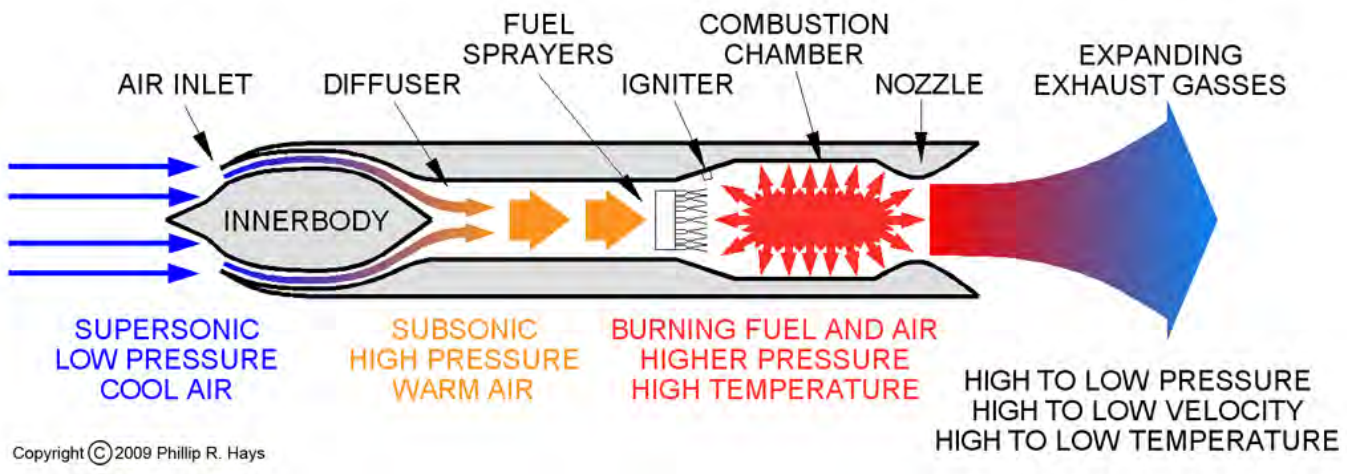



Figure 9.1: Schema di uno statoreattore, da [5].

Ne discende quindi immediatamente che lo statoreattore non è in grado di lavorare, ossia di fornire spinta, a punto fisso, cosa che costituisce il suo fondamentale limite. Anche a numeri di Mach di volo subsonici il rapporto di compressione risulta estremamente basso, e di conseguenza anche il rendimento termodinamico lo è. Lo statoreattore comincia a diventare conveniente per numeri di Mach di volo superiori a $2 - 3$. Rispetto al turbogetto esso presenta un rapporto spinta/peso alquanto migliore, per l'assenza delle pesanti turbomacchine, ed inoltre, per lo stesso motivo, un migliore rapporto spinta/area frontale. Tuttavia, l'impossibilità di fornire spinta a punto fisso ne ha finora limitato l'impiego ad applicazioni militari, in missili che sono dapprima portati a velocità supersonica mediante endoreattori a propellente solido, dopodiché viene avviato lo statoreattore.

La fig. 9.1 riporta uno schema di massima di uno statoreattore; nella presa d'aria il flusso è rallentato fino ad un numero di Mach non superiore a $0.2 - 0.3$ per poter consentire la combustione nella camera (ricordiamo che il numero di Mach in camera deve essere contenuto per limitare le perdite di pressione, che altrimenti penalizerebbero il salto entalpico utile). Analogamente al turbogetto con postbruciatore, anche lo statoreattore consente temperature di uscita dalla camera di combustione molto alte, non essendovi una turbina. Ciò permette di ottenere alte velocità di uscita, consentendo quindi per la (3.20) il volo ad altissime velocità.

## 9.2 Ciclo ideale dello statoreattore

Ci limiteremo in queste note a considerare il ciclo ideale dello statoreattore, visto il suo limitato interesse applicativo.

Nella presa d'aria il flusso subisce una compressione adiabatica, quindi idealmente isentropica, per cui temperatura e pressione all'uscita sono date da

$$T_2 \;=\; T_a\,(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2} M_0^2) \tag{9.4}$$

$$p_2 \;=\; p_a\,(1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2} M_0^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{9.5}$$

pertanto evidentemente il rapporto di compressione del ciclo vale

$$\beta_d \;=\; (1 \,+\, \frac{\gamma-1}{2} M_0^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{9.6}$$

Le condizioni nella stazione 3 di ingresso alla camera di combustione coincidono ovviamente con quelle all'uscita 2 della presa d'aria. La temperatura $T_4$ all'uscita della camera possiamo assumerla assegnata (o dalla temperatura massima accettabile dall'ugello, o dalla massima temperatura ottenibile dalla combustione), mentre avendo assunto flusso ideale, sarà

$$p_4 \;=\; p_3 \tag{9.7}$$

Assegnata quindi $T_4$, il rapporto combustibile/aria è determinato dalla (5.24) con rendimento di combustione assunto unitario

$$f \;=\; c_p\,\frac{T_4 \,-\, T_3}{Q_f} \tag{9.8}$$

Le condizioni all'ingresso 7 dell'ugello coincidono con quelle all'uscita 4 della camera, per cui $T_7 = T_4$ e $p_7 = p_4$. In un ugello ideale adattato il flusso viene espanso a pressione totale costante fino ad un numero di Mach di uscita designato come $M_e$. Le condizioni all'uscita 9 dell'ugello ideale implicano (conservandosi tanto la temperatura totale che la pressione totale)

$$T_9 \;=\; \frac{T_7}{1+\dfrac{\gamma-1}{2}M_e^2} \tag{9.9}$$

$$p_9 \;=\; \frac{p_7}{(1+\dfrac{\gamma-1}{2}M_e^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \tag{9.10}$$

Poiché, avendo assunto flusso ideale, sarà

$$p_7 \;=\; p_2 \tag{9.11}$$

(in quanto come detto è $p_7 = p_4 = p_3 = p_2$), dal confronto tra le (9.10,9.5) si trova l'interessante risultato

$$M_e \;=\; M_0 \tag{9.12}$$

ossia il numero di Mach del flusso in uscita dall'ugello è uguale a quello di volo. La velocità d'uscita sarà comunque superiore a quella di volo (perché la $T_9$ è notevolmente superiore a $T_a$, per cui lo stesso vale per la velocità del suono locale del flusso), e questo assicura spinta positiva per la (3.20).

Per quanto riguarda le prestazioni di uno statoreattore ideale, il rendimento termodinamico può essere determinato come il rendimento di un ciclo turbogas ideale (4.27), che ricordando la definizione (4.18) e le (9.1, 9.6) dà nel nostro caso

$$\eta_{th,id} \;=\; 1 \;-\; \frac{1}{\beta_d^{(\gamma-1)/\gamma}} \;=\; \frac{\dfrac{\gamma-1}{2}M_0^2}{1\;+\;\dfrac{\gamma-1}{2}M_0^2} \tag{9.13}$$

Tale relazione è graficata in fig. 9.2. Gli altri rendimenti ed indici di prestazione possono essere ricavati come indicato nei par. 6.3,3.2.1.

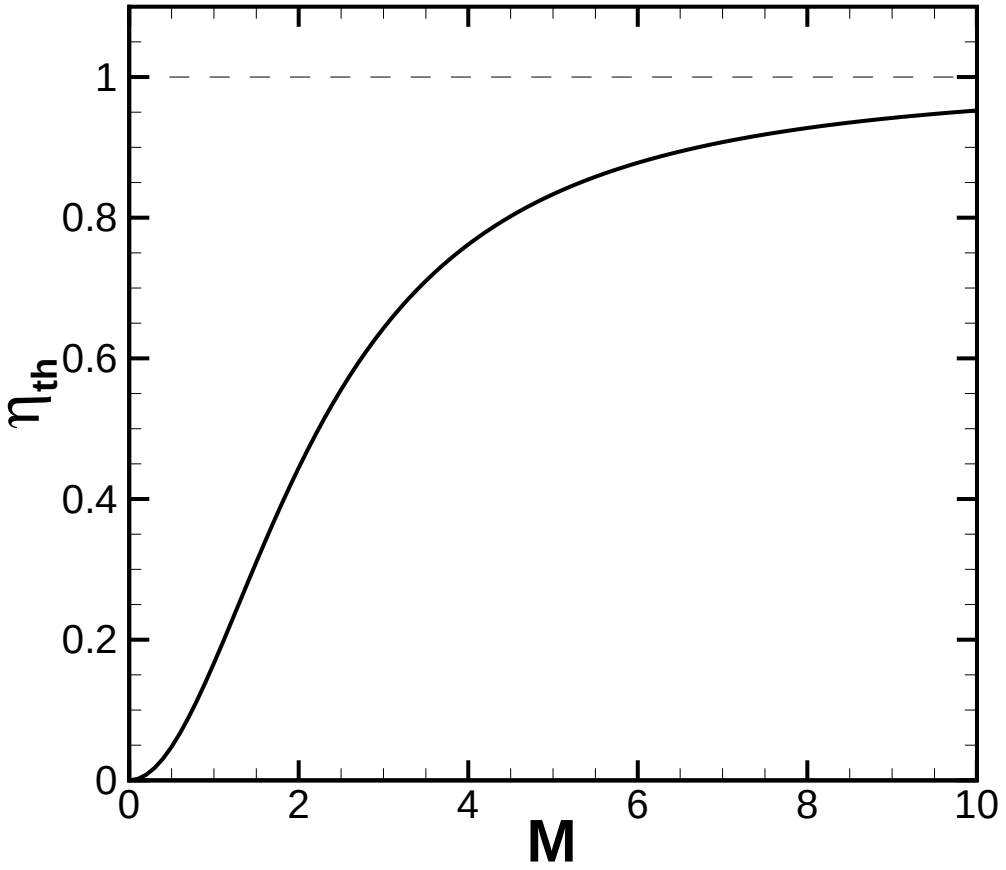



Figure 9.2: Rendimento termodinamico di uno statoreattore ideale in funzione del numero di Mach di volo.

## 9.3 Campo operativo dello statoreattore a combustione subsonica

Il campo operativo dello statoreattore a combustione subsonica è limitato, per quanto riguarda la massima velocità di volo raggiungibile, dalla temperatura $T_3 = T_2$ all'ingresso della camera di combustione, data dalla (9.4). Poiché il flusso esterno supersonico deve essere rallentato fino ad una bassa velocità subsonica, si ha una pressoché totale conversione dell'energia cinetica in energia termica, che porta a temperature all'ingresso della camera di combustione estremamente alte, per esempio, secondo la (9.4), per $M_0$=6 si avrebbe (supponendo di volare nella tropopausa, ove la temperatura ambiente vale $T_a \simeq$217 K) una temperatura all'ingresso della camera di combustione

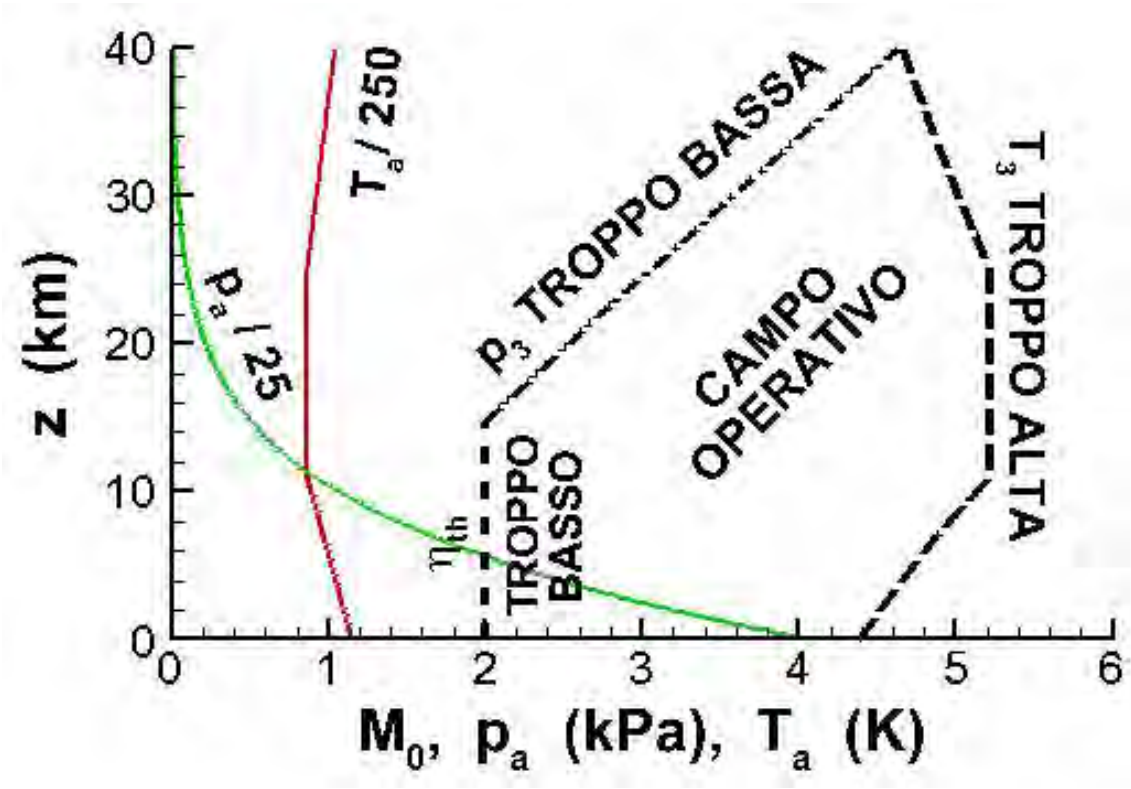



Figure 9.3: Campo operativo (in nero) dello statoreattore a combustione subsonica.

$T_3$ ≃1780 K, per $M_0$=7 una $T_3$ ≃2340 K, e per $M_0$=8 una $T_3$ ≃3000 K. A queste temperature le ipotesi sulle quali abbiamo basato lo studio dei flussi compressibili vengono a cadere, ed in particolare il combustibile, portato ad altissime temperature dalla miscelazione con l'aria proveniente dalla presa d'aria, anziché reagire con una reazione esotermica, si dissocia in specie chimiche più semplici mediante reazioni *endotermiche*, che cioè assorbono calore, diminuendo pertanto la temperatura del flusso anziché aumentarla. In tali condizioni il motore non può ovviamente fornire spinta. La fig. 9.3 indica, in modo qualitativo, il limiti operativi dello statoreattore a combustione subsonica in termini di numero di Mach di volo e quota. Si può notare che a destra il valore del massimo numero di Mach raggiungibile è limitato dalla massima temperatura ammissibile in camera di combustione (la dipendenza dalla quota sorge dal fatto che la temperatura ambiente, relativamente alta a terra, diminuisce con la quota fino a 11 000 m, per poi rimanere costante nella tropopausa, oltre la quale aumenta ancora). Più è alta la temperatura ambiente, minore sarà il numero di Mach di volo al quale comincia a manifestarsi massicciamente la dissociazione. Un altro limite si presenta sulla massima quota di volo, ed è legato al fatto che al di sotto di una certa pressione in camera non potrà aversi combustione efficiente, vedi cap. 12, e la pressione in camera è determinata (per il ciclo ideale; per il ciclo reale entrano in gioco anche i rendimenti della presa d'aria) dalla quota di volo (che determina

la $p_a$) e dal numero di Mach di volo che determina la $p_3$ secondo la (9.5).

## 9.4 Statoreattore a combustione supersonica (*scramjet*)

Per superare il limite sul massimo numero di Mach di volo dello statoreattore, si potrebbe in linea di principio operare la combustione in regime supersonico, ossia rallentare, mediante una presa d'aria opportunamente disegnata, il flusso dall'elevato numero di Mach di volo $M_0$ fino ad un valore all'uscita della presa d'aria $M_2$ ancora supersonico. Poiché la stazione di uscita della presa d'aria coincide nello statoreattore con la sezione d'ingresso del combustore, si ha $T_3 = T_2$ e $M_3 = M_2$. Essendo il flusso tra le condizioni dell'aria ambiente e la sezione d'ingresso del combustore adiabatico (ed ovviamente senza scambio di lavoro all'albero) la temperatura totale si conserva, $T_{03} = T_{0a}$, per cui, in base alla (2.60)

$$T_3 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right) = T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right) \tag{9.14}$$

dalla quale si ricava la temperatura all'ingresso in camera di combustione

$$T_3 = T_a \frac{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_0^2}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{2} M_3^2} \tag{9.15}$$

Se per esempio assumiamo ancora $T_a \simeq$217 K e $M_0$=8, ed ipotizziamo che la combustione possa avvenire a $M_3 = 2$, la temperatura all'ingresso del combustore risulterà dell'ordine dei 1650 K, valore elevato ma che ancora consente di bruciare il combustibile con dissociazione contenuta.

Una possibile configurazione di un velivolo propulso da uno scramjet è schematizzata in fig. 9.4. Il concetto ovviamente implica difficoltà formidabili, che brevemente passiamo in rassegna:

1. a causa dell'altissima velocità del flusso in camera, il tempo a disposizione per la combustione risulta brevissimo, per cui occorre utilizzare un combustibile che possieda una velocità di propagazione della fiamma sostanzialmente maggiore del cherosene, e l'unica scelta a questo

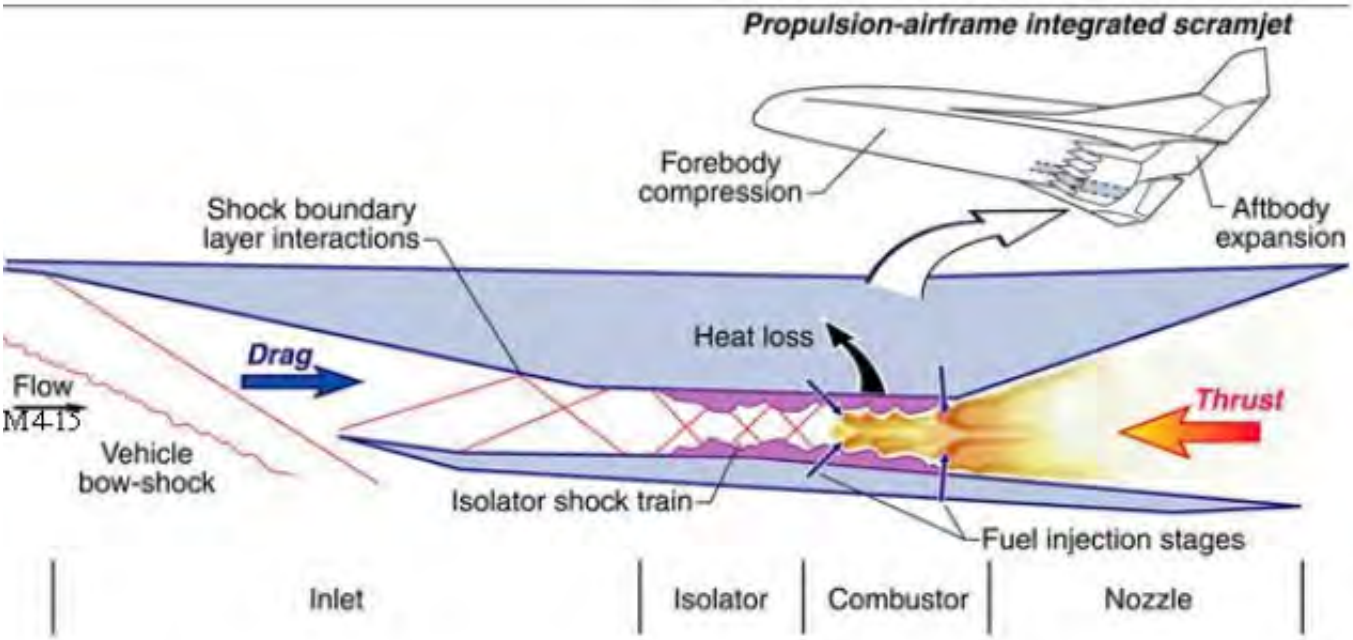



Figure 9.4: Statoreattore a combustione supersonica, da [52].

riguardo è l'idrogeno (velocità di propagazione della fiamma quasi un ordine di grandezza maggiore). L'idrogeno però andrebbe stivato nei serbatoi allo stato liquido (LH, *Liquid Hydrogen*), il quale comporta i seguenti ulteriori problemi:

1a. l'idrogeno liquido presenta una densità estremamente bassa, $\rho_{LH}$=70 kg/m$^3$, quindi oltre un ordine di grandezza più bassa di quella del cherosene, $\rho_{cherosene}$=800 kg/m$^3$. Ciò comporta serbatoi estremamente voluminosi (quindi un aumento della resistenza aerodinamica), e soprattutto pesanti;

1b. l'idrogeno può essere tenuto allo stato liquido solo a temperature estremamente basse (criogeniche), circa 21 K (=-252 °C). Questo comporta, oltre a difficoltà di gestione, la necessità di rivestire i serbatoi con un adeguato isolamento termico, che accresce ulteriormente il peso e la resistenza aerodinamica;

2. A causa dell'altissimo numero di Mach di volo, la superficie del velivolo sarà sottoposta ad un intensissimo riscaldamento aerodinamico, raggiungendo in linea di principio una temperatura

$$T_{superficiale} \;=\; T_{0a} \;=\; T_a\,(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2) \tag{9.16}$$

Si rende quindi necessario raffreddare la superficie del velivolo mediante lo stesso idrogeno liquido, con ulteriore complicazione del sistema e aggravio di peso;

3. a causa della velocità supersonica del flusso in camera, nei punti ove viene iniettato il combustibile si formeranno onde d'urto, con conseguente caduta di pressione, che riduce il salto entalpico disponibile nell'ugello.

Con riferimento all'ultimo punto, occorre precisare che per uno scramjet non è più valida l'approssimazione, adottata nella (5.45), di contributo cinetico all'entalpia totale trascurabile nella sezione d'ingresso 7 dell'ugello ($h_{07} \sim h_7$), per cui per determinare il salto entalpico disponibile nell'ugello dello scramjet occorre scrivere l'equazione dell'energia (2.45), per flussi adiabatici e senza scambio di lavoro all'albero, nella forma completa

$$h_{07} \;=\; h_7 \;+\; \frac{u_7^2}{2} \;=\; h_9 \;+\; \frac{u_9^2}{2} \tag{9.17}$$

dalla quale

$$\frac{u_9^2}{2} \;=\; h_{07} \;-\; h_9 \;=\; \Delta h_n \tag{9.18}$$

dove $\Delta h_n$ qui è un salto di entalpia da *totale* (sezione 7) a *statica* (sezione 9). Per la (5.44)

$$\Delta h_n \;=\; \eta_n \, \Delta h_n{}' \tag{9.19}$$

Il salto entalpico ideale può essere espresso come

$$\Delta h_n{}' \;=\; c_p \, (T_{07} \;-\; T_9') \;=\; c_p \, T_{07} \left(1 \;-\; \frac{T_9'}{T_{07}}\right) \;=\; c_p \, T_{07} \left[1 \;-\; \left(\frac{p_9'}{p_{07}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma)}\right] \tag{9.20}$$

Possiamo pertanto esprimere la velocità di uscita dal motore $u_e = u_9$ nella forma

$$u_e = \sqrt{2\,\eta_n\,c_p\,T_{07}\left[1 - \left(\frac{p'_9}{p_{07}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma)}\right]} \tag{9.21}$$

dalla quale risulta evidente che una riduzione della pressione totale $p_{07}$ all'ingresso dell'ugello, dovuta alla citata formazione di urti, porta ad una riduzione della velocità di uscita, quindi della potenza del getto $P_j$.

Lo scramjet potrebbe in linea teorica raggiungere numeri di Mach di volo estremanente elevati (qualcuno ipotizza persino $M_0$ =25), e quindi essere utilizzato come propulsore transatmosferico per veicoli destinati ad immettere in orbita un satellite; solo la fase finale dell'iniezione in orbita richiederebbe l'intervento di un endoreattore (che, ricordiamo, deve portare da terra nei serbatoi tanto il combustibile quanto l'ossidante, e quest'ultimo costituisce la massa di gran lunga preponderante dei due).

È stato addirittura proposto, per evitare di dover portare da terra l'ossidante richiesto per la fase finale di propulsione a razzo, di utilizzare il cosidetto ciclo LACE (*Liquid Air Cycle Engine*) in cui durante il volo l'aria atmosferica viene in parte captata ed inviata ad uno scambiatore di calore raffreddato dall'idrogeno liquido in modo tale da farla liquefare e stivarla per il successivo uso come ossidante nella fase finale con propulsione a razzo. Un'ipotesi ancora più avanzata, denominata ACES (*Air Collection and Enrichment System*), prevede di separare dall'aria liquida l'azoto, che non prende parte alla combustione, per risparmiare ulteriormente sulla massa di propellenti da stivare. Tanto LACE che ACES comportano comunque l'utilizzo di (pesanti) scambiatori di calore.

Gli esperimenti in volo finora effettuati comprendono prove da parte di ricercatori australiani dell'Università del Queensland, che nell'estate del 2002 hanno sostenuto di aver realizzato per la prima volta una combustione supersonica in volo, per pochi secondi. Successivamente, nel marzo 2004, lo X–43 della NASA ha raggiunto un numero di Mach pari a 7, e nel novembre successivo, Mach 9.6. Nel 2010 lo X–51 è volato a Mach 5.1 (ma era stato accelerato tramite un motore a razzo fino a Mach 4.8).

## 9.5 Campo dei impiego dei motori basati sul ciclo Brayton

La fig. 9.5 mostra l'andamento del rendimento globale conseguibile dai vari motori a getto sin qui considerati, in funzione del numero di Mach di volo (bisognerebbe comunque considerare anche il

turboelica, adatto a piu bassi Mach di volo). Si vede che all'aumentare del numero di Mach di volo il propulsore ottimale passa attraverso la sequenza turboelica – turbofan – turbogetto semplice – turbogetto con postbruciatore – statoreattore – scramjet, ossia più è alta la velocità di volo, minore è la frazione della potenza che viene elaborata attraverso la turbina. Questo perché la potenza richiesta dal compressore, che deve essere fornita dalla turbina, diventa sempre minore perché la compressione, all'aumentare del numero di Mach di volo, è sempre più ottenuta grazie alla presa d'aria piuttosto che dal compressore.

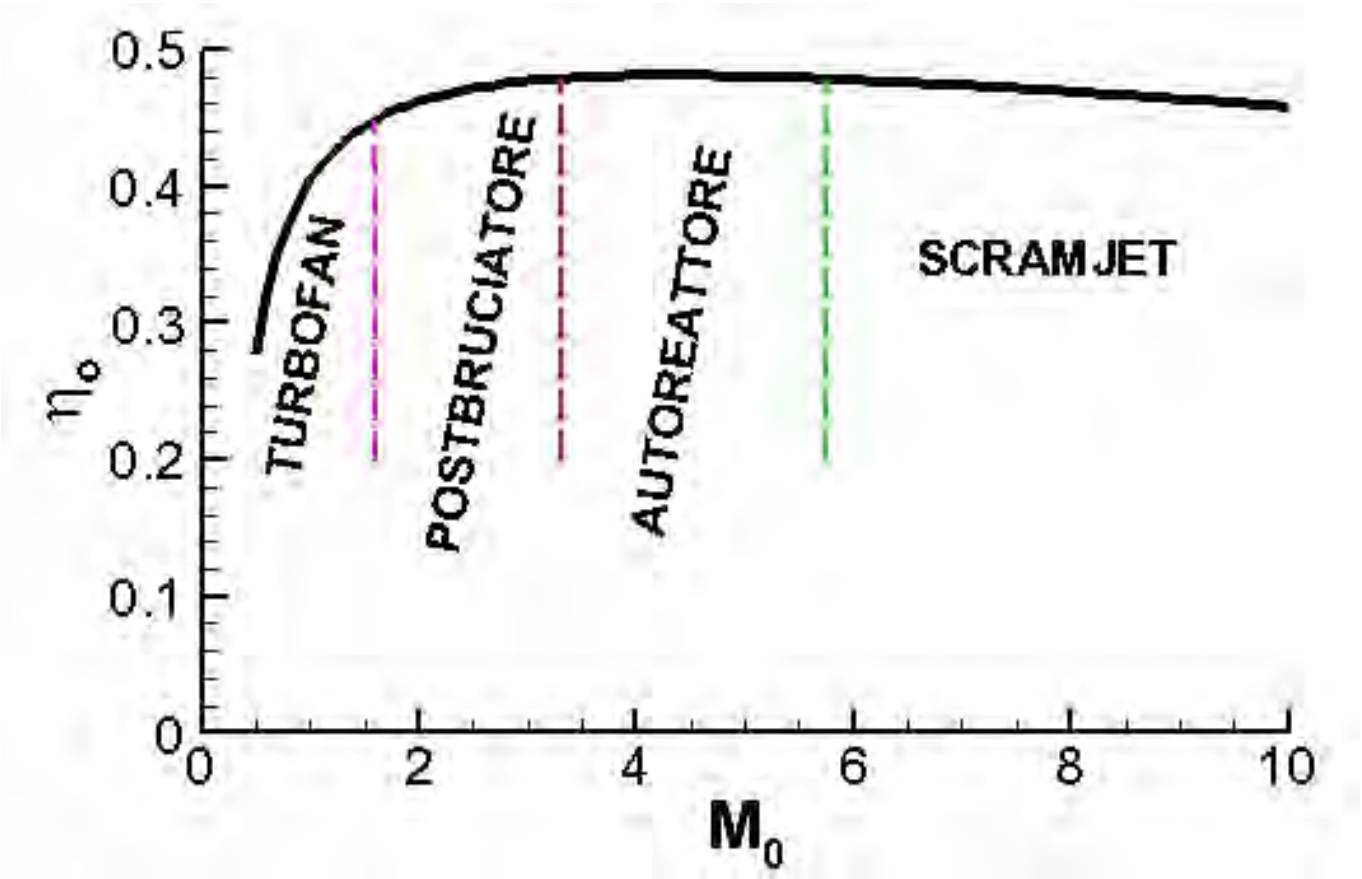



Figure 9.5: Rendimento globale di diversi propulsori in funzione del numero di Mach di volo, adattata da [53].

## Domande di verifica

1. Quali sono le principali differenze tra uno statoreattore e un turbogetto semplice?

2. Disegnare il ciclo nel piano $T$–$s$ oppure $h$–$s$ per uno statoreattore in volo nel caso ideale.
3. Come varia la pressione totale in uno statoreattore ideale?
4. Qual è la principale limitazione dello statoreattore come unico sistema propulsivo di un aeromobile?
5. A quale numero di Mach di volo deve tipicamente essere portato un velivolo per poter avviare l'autoreattore? In che modo viene effettuata questa operazione?
6. La temperatura all'uscita del combustore è più alta in uno statoreattore o in un turbogetto semplice? Perché?
7. Ha senso considerare un postcombustore in uno statoreattore?
8. Qual è il campo di velocità di volo in cui l'impiego degli statoreattori è più interessante?
9. Sussistono limiti alla velocità di volo alla quale può operare uno statoreattore?
10. Cosa si intende per scramjet?
11. Qual è l'interesse per lo studio della combustione supersonica?
12. Quali sono i cinque principali componenti di un propulsore basato sul ciclo di turbina a gas? Quali mancano nello statoreattore?
13. Qual è la sequenza di propulsori ottimali, in termini di rendimento globale, all'aumentare del numero di Mach di volo?

# Capitolo 10

# Presa d'aria

## 10.1 Introduzione

La presa d'aria, detta anche presa dinamica o diffusore (*air intake, air inlet, diffuser*), che è il primo componente che incontra il flusso che investe il motore, ha il compito di rallentare il flusso fino ad un numero di Mach dell'ordine di $0.4 - 0.5$ (corrispondente a circa 150 m/s), compatibile con le condizioni in ingresso nel successivo organo, il compressore, ottenendo inoltre una prima compressione del flusso. Questi obiettivi devono essere conseguiti cercando di:

1. avere un flusso uniforme all'uscita della presa (cioè all'ingresso del compressore), in quanto ogni non uniformità si trasmette lungo tutta la macchina; in particolare, queste danno luogo ad una distribuzione di temperatura non uniforme all'ingresso della turbina, ove la massima temperatura accettabile è limitata dalla resistenza delle palette. Questa non uniformità porterebbe alcuni punti della turbina a lavorare con una temperatura al disotto di quella massima ottimale consentita, con conseguente penalizzazione delle prestazioni;

2. subire la minima perdita di pressione totale (si è visto che una caduta di pressione riduce il salto entalpico disponibile);

3. contenere la resistenza aerodinamica esterna;

4. minimizzare il peso della presa (che sostanzialmente vuol dire minimizzarne la lunghezza).

Una distinzione fondamentale tra le prese d'aria è quella tra prese d'aria per velivoli subsonici e supersonici, che saranno trattate separatamente nel seguito.

## 10.2 Prese d'aria subsoniche

Indicato con $M_1$ il numero di Mach all'ingresso della presa d'aria, che possiamo in prima approssimazione porre uguale al numero di Mach di volo $M_0$, al fine di raggiungere all'uscita della presa il numero di Mach $M_2$ desiderato, occorre utilizzare un condotto divergente con rapporto d'area (fra uscita ed entrata) desunto dalla (2.114), che qui ripetiamo

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_2^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{10.1}$$

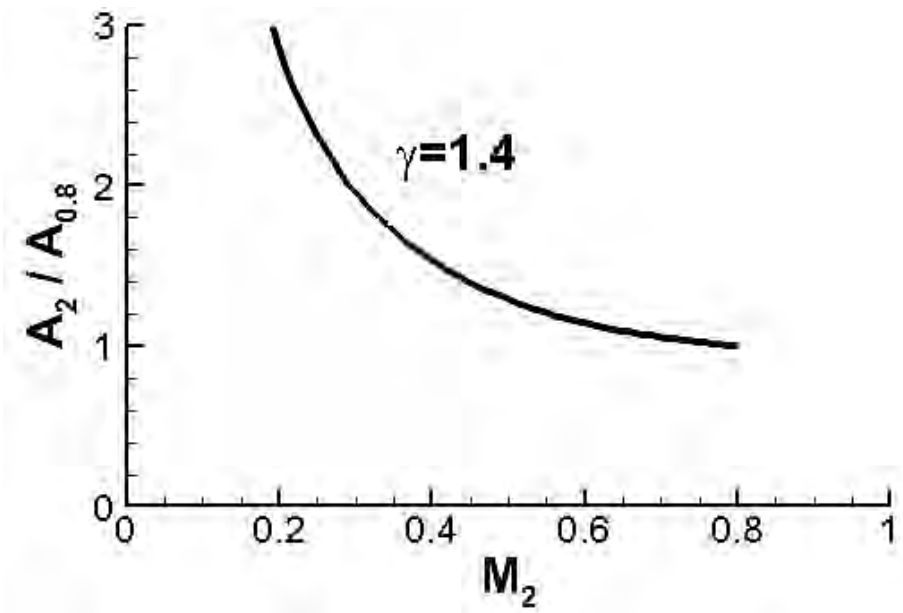



Figure 10.1: Rapporto area d'uscita area/area d'ingresso di una presa d'aria subsonica per volo a $M_0$=0.8.

Se a titolo di esempio supponiamo che l'aereo sia in volo a $M_0$=0.8, e che $M_1 \simeq M_0$, tale rapporto d'area per il caso ideale (flusso isentropico, cioè assenza di attrito) è graficato in fig. 10.1. Si può vedere che per rallentare il flusso fino a circa $M_2$=0.4 occorre un condotto divergente con rapporto d'aree circa 1.4. Come detto, occorre contenere le perdite di pressione per attrito, che per la (2.29 – ancorché strettamente valida per flussi incompressibili), risultano sostanzialmente proporzionali al

quadrato della velocità (sulla quale non possiamo agire, essendo un dato sia in entrata che in uscita) moltiplicato per la lunghezza della presa $L$; occorre quindi cercare di contenere la lunghezza della presa. Possiamo ad esempio pensare di adottare una presa tronco–conica, vedi fig. 10.2b, con angolo di semiapertura $\alpha$; per ottenere una presa corta (leggera), dato il rapporto $A_2/A_1$ necessario, sarebbe in teoria indicato adottare un valore di $\alpha$ molto alto. Tuttavia, per angoli di semiapertura sopra i 10°, il flusso tende a separarsi dalle pareti, cioè a dar luogo ad una zona di ricircolazione in prossimità delle pareti, che va ispessendosi lungo la direzione principale del moto, riducendo fortemente il rapporto d'area effettivo e degradando notevolmente le prestazioni. Questo accade in particolare perché la presa d'aria è sottoposta ad un gradiente di pressione avverso, ossia ad una pressione che cresce nella direzione del moto, e quindi tende a spingere il flusso in senso contrario al moto, facilitando la separazione. Occorre perciò limitarsi ad angoli di semiapertura più piccoli, e tipicamente nelle prese d'aria subsoniche si adottano valori tra i 5° ed i 7°, anche a costo di una maggiore lunghezza della presa (quindi maggior peso e resistenza esterna). La fig. 10.2 illustra la presa d'aria di un motore turbofan.

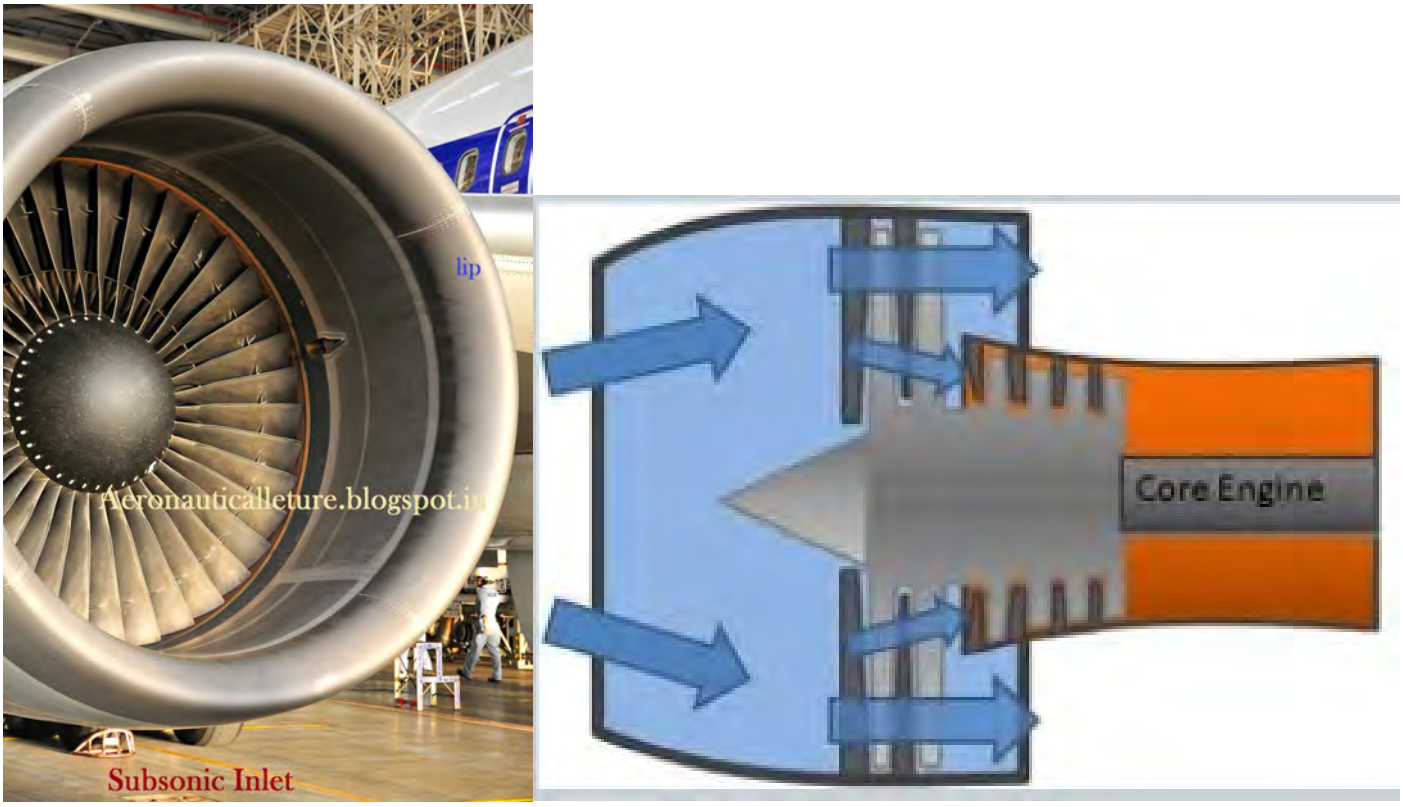



Figure 10.2: Presa d'aria per turbofan, e schema in vista laterale, da [55, 56].

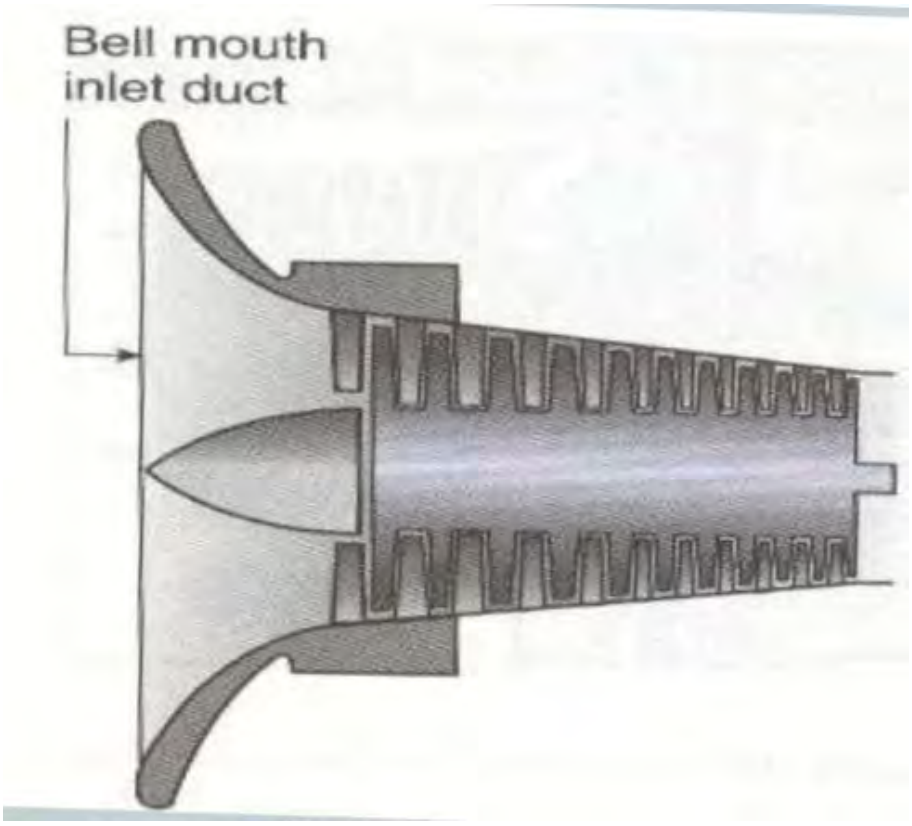



Figure 10.3: Presa d'aria per turboalbero, da [56].

Ricordiamo comunque che il comportamento di una presa d'aria subsonica varia al variare del numero di Mach, come schematizzato in fig. 6.10, vedi par. 6.5. In particolare, le linee del flusso esterno alla presa convergono verso l'ingresso della presa stessa fino ad un Mach di volo intorno a 0.5, dando luogo in realtà ad un'*espansione* esterna. Questa considerazione indica che per motori turboalbero, essendo la velocità di volo degli elicotteri sempre ampiamente al disotto del valore limite 0.5 appena citato, è inutile adottare una sezione divergente della presa (non farebbe che aumentare la depressione richiesta al compressore per richiamare aria dall'esterno) per cui si usa un condotto convergente come illustrato in fig. 10.3, il quale porta inevitabilmente ad una (possibilmente limitata) espansione del flusso.

Come dettagliato nel par. 5.3.1, per quantificare il rendimento di una presa d'aria si possono usare tanto il rapporto di pressioni totali $\varepsilon_d$ che il rendimento adiabatico $\eta_d$. Come mostra la fig. 10.4, entrambi questi rendimenti diminuiscono all'aumentare del numero di Mach di volo, per effetto dell'attrito.

Aerei trigetto come il Boeing 727, il De Havilland Trident, il Douglas DC–10 (poi McDonnell–Douglas

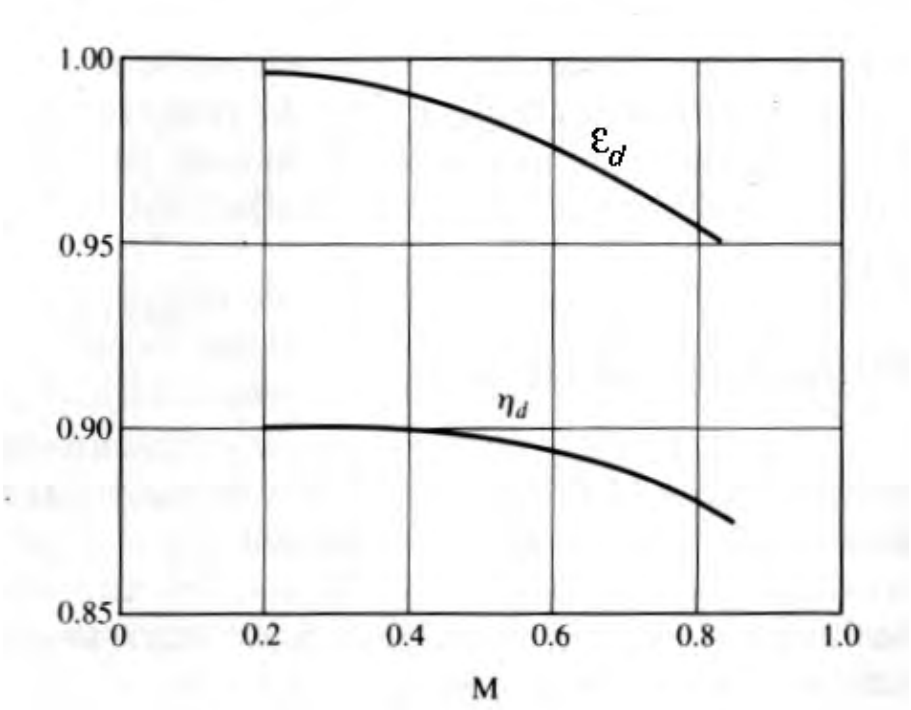



Figure 10.4: Andamento del rapporto di pressioni totali e del rendimento isentropico di una presa d'aria subsonica al variare del numero di Mach di volo, da [32].

MD–10) ed il Lockheed L–1011 hanno un motore in coda, per la cui presa d'aria si può adottare una delle due configurazioni indicate in fig. 10.5. La configurazione illustrata in figura a sinistra (detta *S–bend*) comporta un condotto piuttosto lungo, con conseguenti perdite per attrito ed ispessimento dello strato limite, che porta, insieme alla distorsione del flusso indotta dalla curva ad S, ad un profilo di velocità in ingresso al motore non uniforme. La presa illustrata in figura a destra limita sensibilmente questi problemi, ma implica un rinforzo del timone verticale, con qualche aggravio di peso.

## 10.3 Prese d'aria supersoniche

Anche nel caso di volo supersonico (tranne che nello scramjet) la presa d'aria dovrà rallentare l'aria che entra nel motore dalla velocità di volo (in questo caso supersonica) fino alle velocità subsoniche, dell'ordine di $M = 0.3 \div 0.4$, richieste dal compressore (o dal combustore, per un autoreattore). Per un aereo supersonico si possono in linea di principio adottare diversi tipi di prese d'aria:

1. presa convergente–divergente;

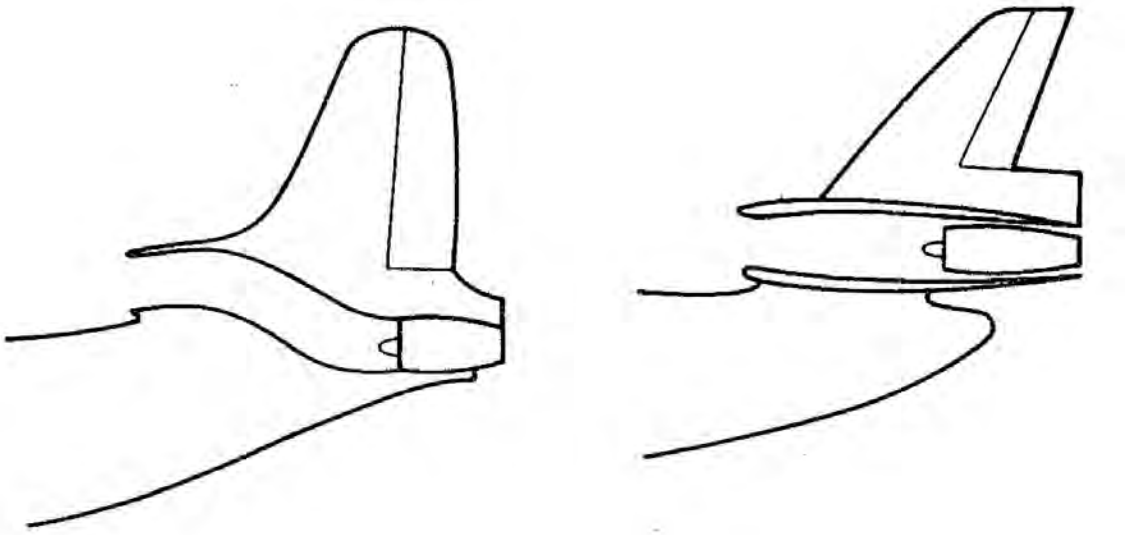


Figure 10.5: Prese d'aria per motori in coda, da [23].

2. presa ad onda d'urto normale (Pitot);
3. presa ad onde d'urto oblique a compressione esterna

ma vedremo che in ogni caso bisogna adottare prese con urti, essendo la prima opzione impraticabile.

### 10.3.1 Presa d'aria convergente–divergente

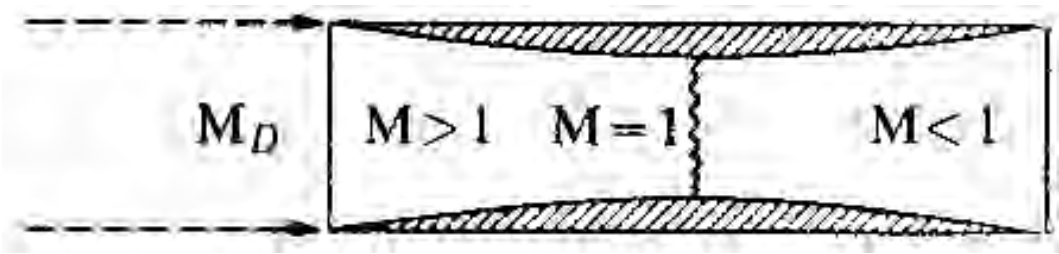



Figure 10.6: Presa d'aria supersonica convergente–divergente, adattata da [16].

Sotto l'ipotesi di flusso isentropico, il rallentamento del flusso supersonico fino a $M = 1$ potrebbe avvenire in teoria tramite un condotto convergente, mentre il successivo rallentamento nel campo subsonico tramite un condotto divergente, vedi fig. 10.6; la soluzione isentropica richiede quindi un condotto convergente–divergente. Fissato il numero di Mach di volo di progetto $M_0$ risultano quindi determinati, in base alla (2.115), i rapporti $A_1/A_t$, graficato in fig. 10.7 (essendo $M_1 = M_0$), e $A_2/A_t$

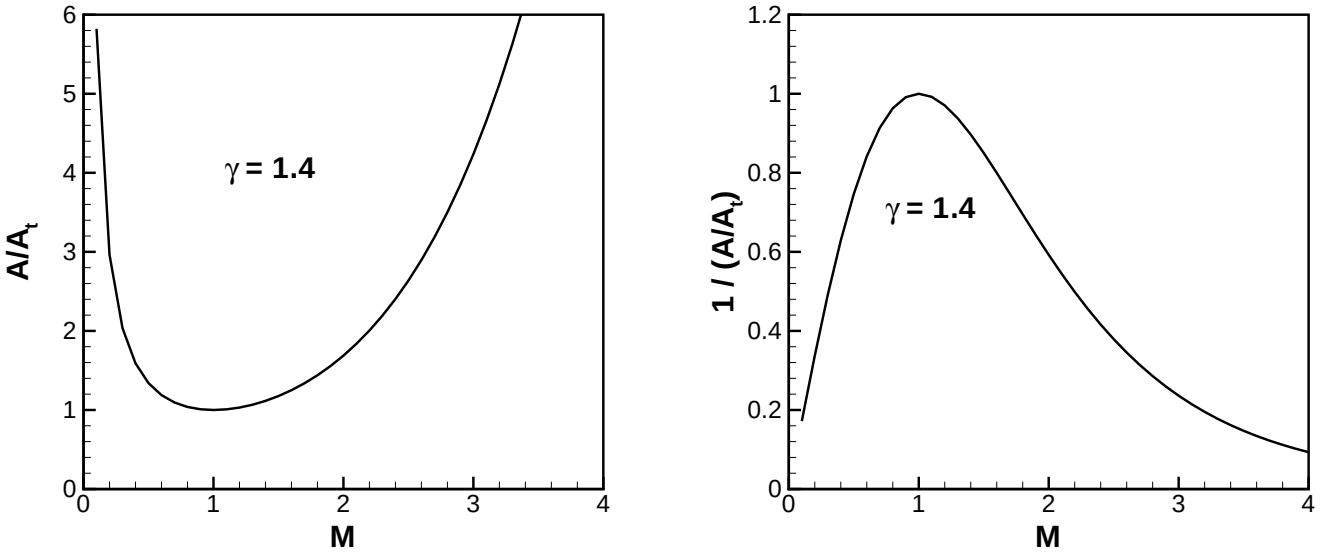



Figure 10.7: Relazioni (a sinistra) area di ingresso/area di gola, e (a destra) il suo inverso, area di gola/area di ingresso.

(con $M_2$ pari al valore richiesto all'ingresso del compressore), ed è quindi determinata la geometria della presa. Si tratta tuttavia di una soluzione puramente teorica, perché in fase di accelerazione del velivolo (numero di Mach di volo inferiore a quello di progetto) il rapporto tra area di gola ed area di ingresso, mostrato in fig. 10.7 a destra, risulta troppo piccolo per poter far defluire la portata che investe la presa d'aria. Per esempio, se la presa d'aria è progettata per volare a $M_0 = 3$, il rapporto $A_t/A_1$ vale circa 0.2; ma quando l'aereo, durante la fase di accelerazione, raggiunge per esempio Mach 2, il flusso necessita di un rapporto $A_t/A_1$ circa 0.6, per cui il flusso, trovando una gola di area trasversale troppo stretta, non riesce a defluire attraverso la gola stessa. Occorrerebbe pertanto spillare una parte della portata che incide sulla presa oltre le labbra della presa, ma ciò non è possibile in regime supersonico (il flusso a monte non può risentire dell'impedimento causato dalla gola troppo stretta a valle). Si formerà pertanto a monte dell'ingresso della presa un'onda d'urto normale, a valle della quale il flusso è subsonico ed è pertanto possibile spillare la portata in eccesso oltre le labbra; ma l'urto fa cadere l'ipotesi di isentropicità. Per conseguire le condizioni di funzionamento desiderate occorre portare il velivolo ad un numero di Mach di volo addirittura superiore a quello di progetto, fino a far 'ingoiare' l'urto, dopodiché si può decelerare fino alle condizioni di progetto; questa operazione (*overspeeding*) si dimostra quindi difficile già dalla semplice analisi quasi–monodimensionale [16], e comunque si potrebbe dimostrare che è teoricamente possibile solo per numeri di Mach di progetto inferiori a 2. Si potrebbe in teoria far ricorso ad un meccanismo che permetta la variazione della geometria della presa d'aria, con tutte le complicazioni che questo comporta.

### 10.3.2 Presa dinamica ad onda d'urto normale

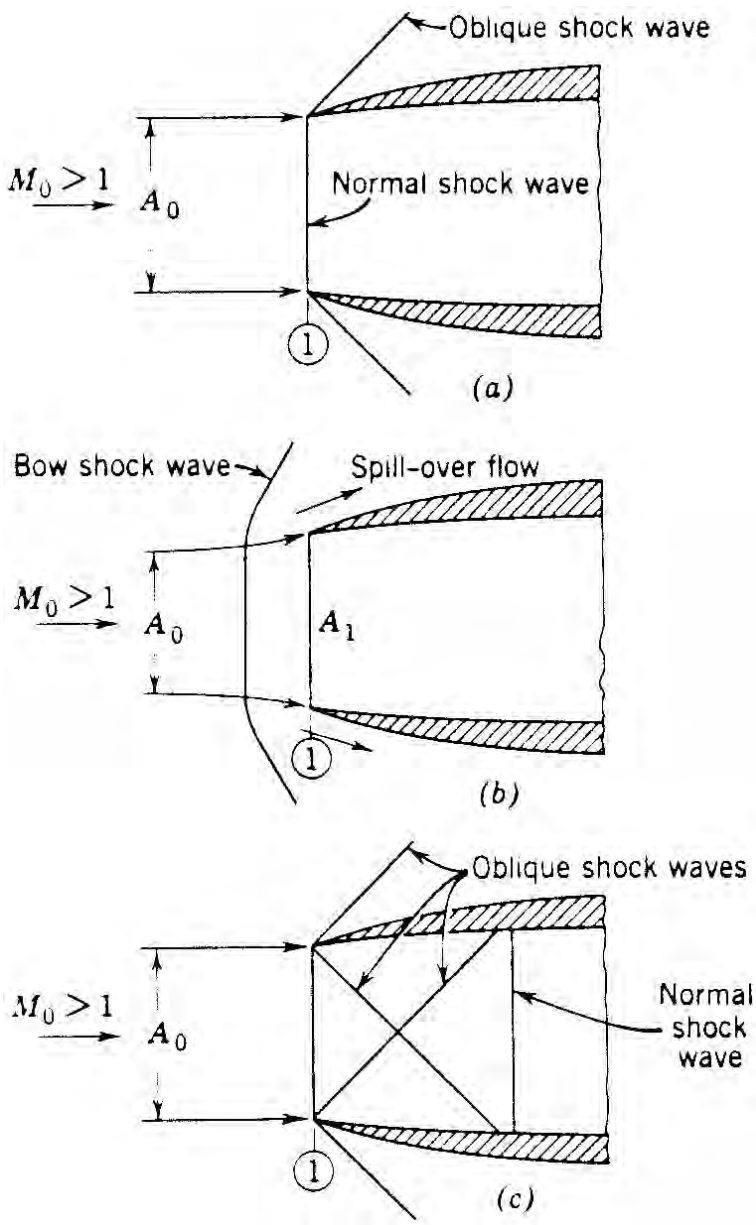



Figure 10.8: Presa dinamica ad urto normale, da [32].

La presa d'aria supersonica ad onda d'urto normale (detta anche presa Pitot) è quella più semplice e leggera. Si tratta di una presa dinamica identica a quella subsonica (divergente) che in condizioni di volo supersonico provoca tuttavia la formazione, davanti ad essa, di un urto normale. La presenza di questa onda d'urto provoca una perdita di pressione totale come indicato in fig. 2.13 (a destra). Come si può vedere dall'andamento di questo rapporto di pressione totale, la presa dinamica ad urto

normale può essere considerata una soluzione accettabile (ed in tal caso è preferita vista la semplicità) nel campo dei numeri di Mach lievemente supersonici, $M_0 \leq 1.6$. In effetti fino a $M_0 < 1.5$ le perdite di pressione totale attraverso l'urto restano inferiori al 10%, mentre diventano inaccettabilmente alte per valori di $M_0$ superiori. Il funzionamento della presa in condizioni di progetto è schematizzato in fig. 10.8a (in alto).

Tuttavia, nel funzionamento fuori progetto (cioè ad un numero di Mach diverso da quello di progetto) la portata richiesta dal motore sarà diversa da quella per la quale la presa è disegnata. Se la portata richiesta è inferiore a quella di progetto le perdite di pressione totale resteranno invariate e la presa d'aria potrà spillare la portata in eccesso attraverso un allontanamento dell'onda d'urto dalla sezione di ingresso, verso l'esterno (condizioni dette subcritiche, vedi fig. 10.8b, al centro). Bisogna invece evitare il funzionamento supercritico, quando la portata richiesta è maggiore di quella di progetto. Questa maggiore portata non è ovviamente conseguibile, e quindi il sistema reagirà con il movimento dell'urto all'interno della presa dinamica, vedi fig. 10.8c, che provoca un'ulteriore diminuzione di pressione totale $p_0$ (onda più intensa), e quindi, in base alla (2.119), della portata elaborata dal motore.

### 10.3.3 Prese dinamiche ad onde d'urto oblique

È stato visto che un flusso supersonico può essere rallentato fino a condizioni subsoniche mediante un'onda d'urto normale, la quale comporta però un'alta caduta di pressione totale, specie per numeri di Mach di volo elevati, vedi fig. 2.13. Si può tuttavia effettuare il rallentamento del flusso supersonico attraverso un'onda d'urto *obliqua*, a valle della quale il flusso è in generale ancora supersonico; per portare il flusso a condizioni subsoniche occorre quindi una successiva onda d'urto *normale*.

#### 10.3.3.1 Onde d'urto oblique

Un urto obliquo può essere considerato come derivante dalla composizione di una componente di velocità $u_1$ *normale all'urto*, che dà luogo ad un numero di Mach normale indicato come $M_{n1}$, vedi fig. 10.9, con una componente parallela all'urto $v_1$, che evidentemente non è influenzata dal'urto stesso (la composizione vettoriale delle due componenti $u_1$ e $v_1$ dà la velocità indicata in figura con $V_1$ ed il numero di Mach $M_1$). I numeri di Mach del flusso a monte e valle dell'urto deriveranno dalla composizione della componente normale con quella tangenziale, e portano ad una deviazione del flusso attraverso l'urto obliquo, per la riduzione della componente di velocità normale, $u_2 < u_1$ (mentre quella tangenziale resta invariata, $v_2 = v_1$); il flusso a valle dell'urto può ancora essere supersonico (ed in generale lo è). Si ha quindi una minore caduta di pressione totale rispetto ad un urto normale.

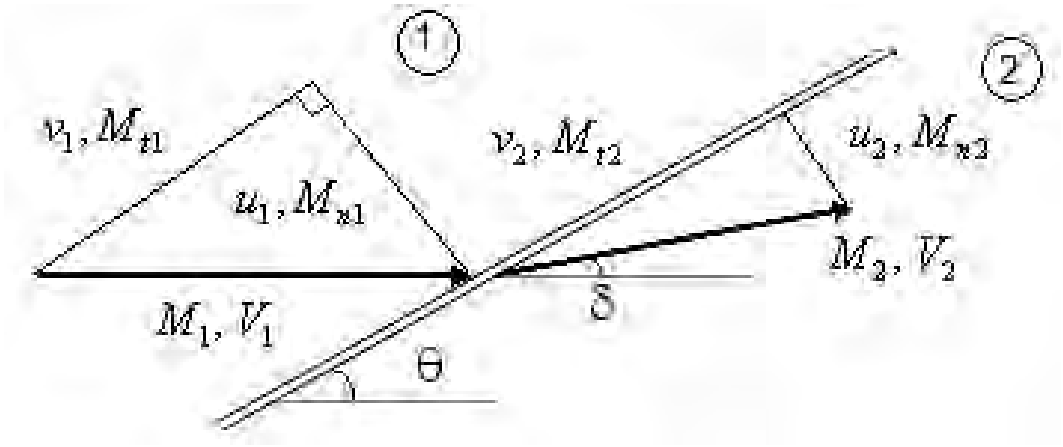



Figure 10.9: Schematizzazione di un'onda d'urto obliqua, con indicazione delle componenti normali e parallele all'urto, adattata da [57].

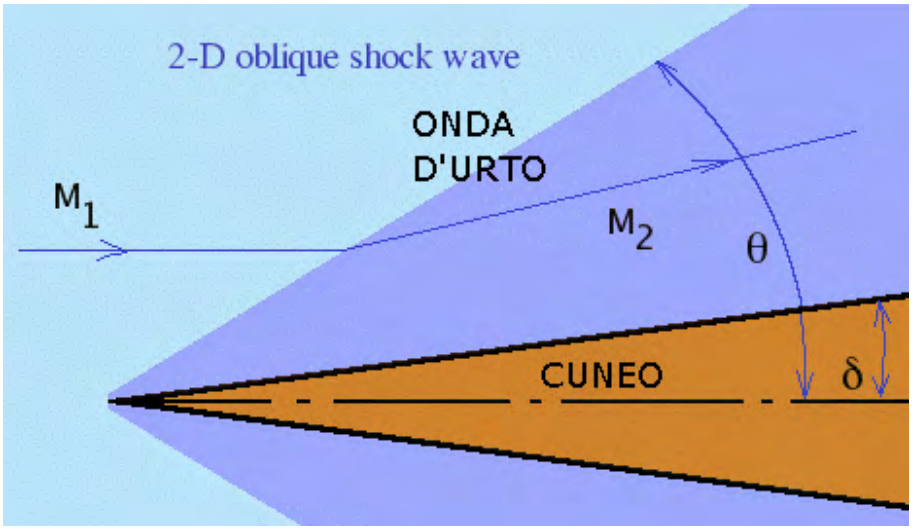



Figure 10.10: Urto obliquo generato da una spina conica o da un cuneo di semiaperura $\delta$, adattata da [58].

Dalla fig. 10.10 si vede più chiaramente come il flusso venga deviato di un angolo $\delta$, mentre l'urto forma un angolo $\theta$ con la direzione del flusso incidente.

La deviazione di un angolo $\delta$ viene ottenuta mediante una spina conica, vedi fig. 10.11a, per prese assialsimmetriche, ma si possono anche adottare prese piane (a sezione d'ingresso rettangolare) in cui la deviazione viene effettuata mediante un cuneo. Nelle prese assialsimmetriche l'urto obliquo è ottenuto mediante una spina conica che si protende dalla presa verso il flusso a monte, vedi fig. 10.11,

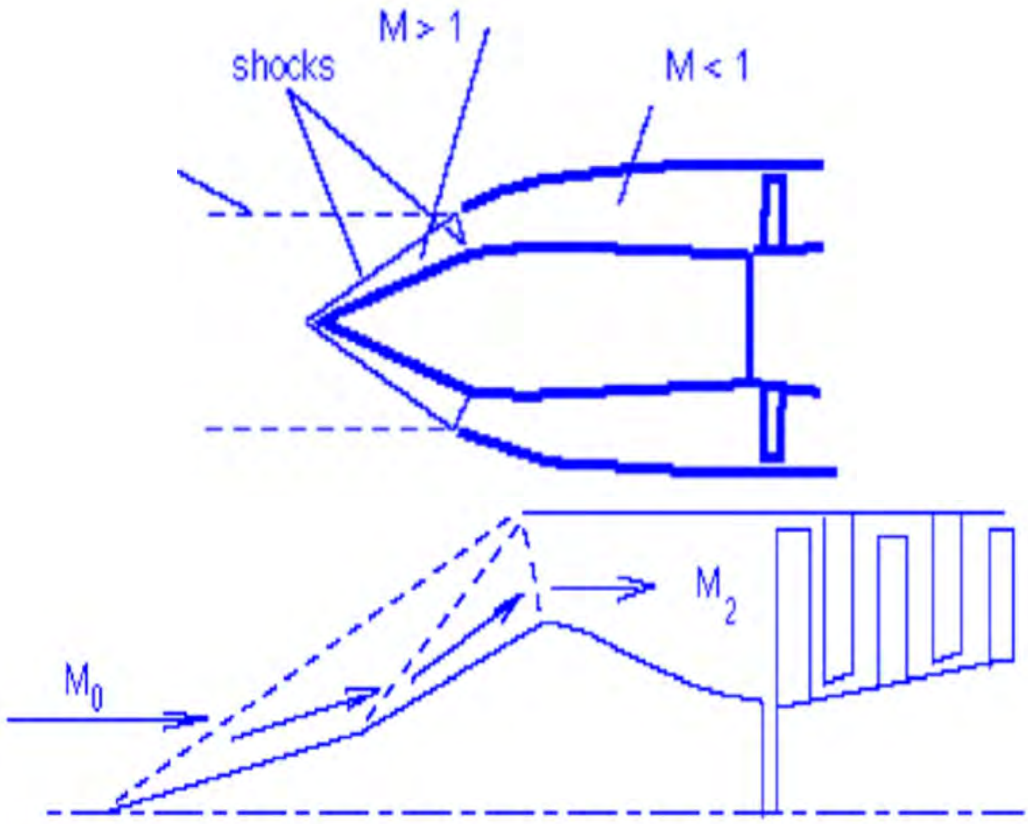



Figure 10.11: Presa d'aria ad un urto obliquo (in alto), e a due urti obliqui (in basso), adattata da [59].

mentre l'urto normale si posiziona all'ingresso della carenatura della presa d'aria. Più in generale, si possono introdurre $n$ urti obliqui, variando a più riprese l'angolo di rampa della spina o del cuneo, vedi fig. 10.11b, a valle di ciascuno dei quali il flusso è ancora supersonico, ed infine un'onda d'urto normale. La perdita complessiva di pressione totale attraverso gli $n+1$ urti diminuisce all'aumentare di $n$, vedi fig. 10.12, e quindi parallelamente migliora il rapporto di pressioni totali della presa; questo perché gli urti obliqui sono più deboli di quelli normali, ossia introducono una minore caduta di pressione totale. Si osservi tuttavia che all'aumentare del numero degli urti obliqui la direzione del flusso all'uscita dell'ultima delle rampe che inducono tali urti è sempre più inclinata rispetto alla direzione assiale, per cui si hanno perdite più alte nella parte subsonica della presa, che deve riportare il flusso nella direzione assiale. Inoltre, cresce la lunghezza e quindi il peso della parte subsonica della presa. Questi fattori negativi comportano un ottimo del numero di urti a seconda del numero di Mach di volo, per cui si adottano tipicamente prese ad un solo urto obliquo fino a $M_0$=2, prese a due urti obliqui per $2 < M_0 \leq 2.5$, etc., vedi ancora fig. 10.12. Le prese d'aria ad onde d'urto oblique

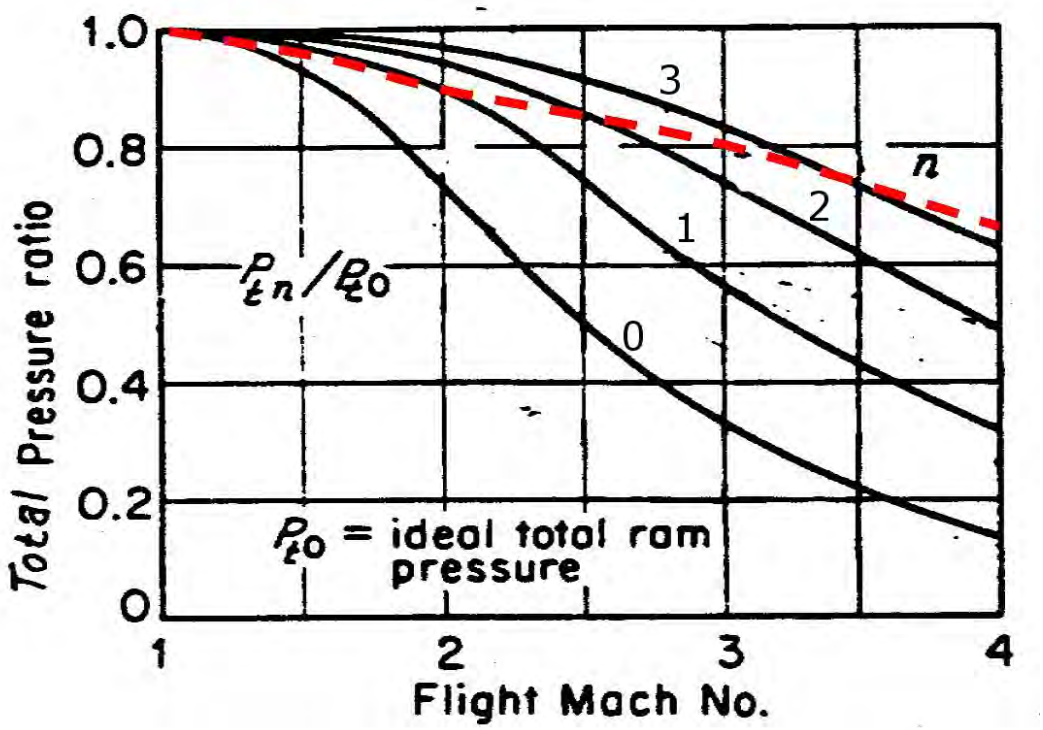



Figure 10.12: Rapporto di pressione totale per presa d'aria ad onde d'urto oblique a compressione esterna, con il numero di urti *obliqui* a parametro (ai quali si aggiunge un urto normale); la curva rossa indica le prestazioni ottenibili per numero di urti ottimale, adattata da [60].

sono quindi comunemente utilizzate nel campo delle elevate velocità supersoniche. È interessante osservare che grazie al fatto che la compressione avviene esternamente, il flusso può adattarsi alle diverse velocità di volo, e quindi questa famiglia di prese dinamiche supersoniche non presenta il problema dell'avviamento al quale si è accennato sopra per la presa convergente–divergente.

### 10.3.4 Tipi di prese d'aria supersoniche

Per un rendimento ottimale delle prese d'aria ad urti obliqui, tutti gli urti, obliqui e normale, devono convergere sulle labbra della presa d'aria. Poiché l'angolo formato dagli urti con la direzione del moto dipende dal numero di Mach di volo, occorrerà adattare il funzionamento della presa al numero di Mach di volo corrente, adottando una spina mobile (che cioè può essere traslata avanti ed indietro) per prese assialsimmetriche, vedi fig. 10.13, oppure un cuneo mobile, per prese piane (rettangolari), vedi fig. 10.14.

Le prese d'aria assialsimmetriche danno in generale un miglior rendimento, perché assicurano un

Figure 10.13: Prese d'aria assialsimmetriche dei motori del Convair B–58, da [61].

flusso uniforme all'ingresso del compressore, mentre le prese d'aria rettangolari, pur meno efficienti, sono meno sensibili a condizioni di volo con angolo di attacco o di imbardata, e sono perciò molto spesso usate per aerei da combattimento.

Per aerei da combattimento monomotore possono essere usate prese d'aria singole o sdoppiate, vedi fig. 10.15. In aerei di più vecchia concezione il condotto che porta l'aria dalla presa al motore veniva sdoppiato per passare ai fianchi dell'abitacolo del pilota, vedi fig. 10.16, oppure passava sotto di esso.

# Domande di verifica

1. Dove è posizionata la presa dinamica (rispetto agli altri componenti del motore)?

2. Quali obiettivi si vogliono conseguire con la presa dinamica?

3. Che forma ha una presa dinamica subsonica?

4. Quali sono i principali indici per esprimere le prestazioni della presa dinamica?

Figure 10.14: Prese d'aria rettangolari dei motori del North American XB–70; si può intravedere la rampa mobile (in alto), da [62].

5. Indicare i principali tipi di presa dinamica impiegati su velivoli supersonici.

6. Si consideri una presa dinamica ad urto normale. Quali sono la forma geometrica e il campo di applicazione?

7. Quali sono i vantaggi di una presa dinamica supersonica ad urti obliqui?

8. Come varia il numero di urti obliqui ottimale di una presa supersonica con il numero di Mach?

9. Dove devono convergere tutti gli urti normali ed obliqui in una presa d'aria per avere la massima efficienza?

10. Nella compressione attraverso la presa d'aria, quale grandezza totale si conserva?

11. Perché il rendimento di una presa d'aria subsonica è minore di uno? E quello di una presa supersonica?

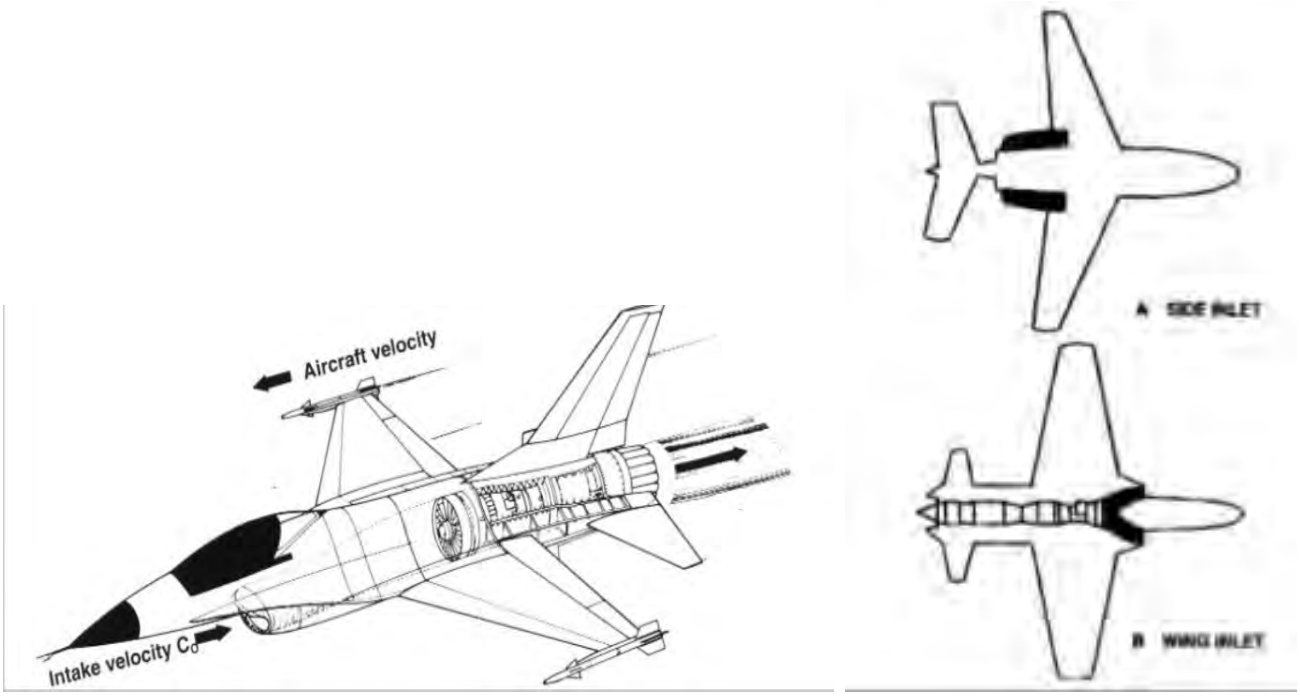



Figure 10.15: Presa d'aria singola (a sinistra) e sdoppiata (a destra) per aerei monomotore, da [56].

12. Nella compressione attraverso la presa dinamica di un velivolo che vola ad un dato numero di Mach $M_0$, quale grandezza risultata comunque determinata (indipendentemente dalle caratteristiche della presa): a) il rapporto di pressione, b) il salto di entalpia?

Figure 10.16: Mig–15, da [63].

# Capitolo 11

# Ugello

## 11.1 Introduzione

Come è stato visto nel cap. 2, l'ugello ha lo scopo di convertire l'energia termica del flusso ad alta temperatura in energia cinetica, per ottenere una spinta. Questo obiettivo deve essere ottenuto cercando di conseguire:

1. il massimo rendimento ($\eta_n$);
2. il minimo preso peso (cioè lunghezza dell'ugello);
3. la minima resistenza esterna;
4. le minime emissioni di rumore.

L'ugello di un motore respirante opera in generale in condizioni critiche, cioè il numero di Mach in gola $M_t$ è unitario, con la possibile eccezione degli ugelli secondari dei motori turbofan al decollo, in quanto il rapporto di compressione del fan è generalmente inferiore al valore minimo, vedi tab. 2.1, che garantisce flusso critico in gola. Questa stessa situazione si verifica spesso anche nei turboelica, come osservato nel par. 5.3.6.

Possono in generale aversi le seguenti configurazioni:

1. ugello convergente (nei turboelica, turbogetto semplice e turbofan), vedi fig. 11.1. In questo caso la pressione di uscita $p_9$ è maggiore (o al limite uguale) alla pressione ambiente $p_a$ (se $p_9 > p_a$ si ha una lieve perdita rispetto alle condizioni di ugello adattato, $p_9 = p_a$);

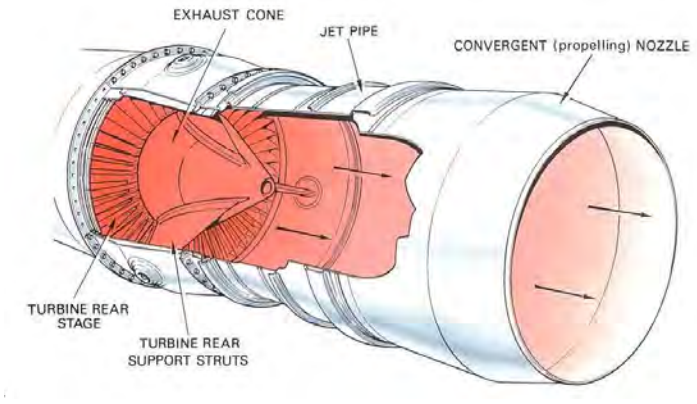



Figure 11.1: Ugello convergente, da [44].

2. ugello ad area variabile, adottato nei turbogetti con postbruciatore, vedi par. 8.4;

3. ugello convergente–divergente, adottato da tutti gli endoreattori.

In questo capitolo illustriamo le caratteristiche costruttive degli ugelli dei motori respiranti; per la teoria riguardante le differenti condizioni operative rimandiamo al cap. 2.

## 11.2 Ugelli per turbofan

La fig. 11.2 illustra le configurazioni degli ugelli adottati nei turbofan a flussi separati ed a flussi associati. Le frecce rosse in figura indicano il flusso caldo (che è passato attraverso presa d'aria, fan, compressore, camera di combustione e turbina), quelle blu il flusso freddo (che ha attraversato solo la presa d'aria ed il fan). Si può notare come nel turbofan a flussi separati il flusso caldo espande in un ugello separato, concentrico a quello del flusso caldo. Nei turbofan a flussi associati invece i due flussi sono mescolati, e poi espansi in un ugello unico.

Abbiamo osservato come i motori dei turbofan adottino ugelli puramente convergenti, anche se in realtà le pressioni all'uscita sono in genere lievemente maggiori di quella atmosferica (almeno in condizioni di volo di crociera, nelle quali si ha una significativa compressione nella presa d'aria), ossia l'ugello *non* è adattato. Per cercare di la condizione di adattamento, alcuni motori presentano una spina conica che si estende oltre la sezione di uscita dal motore, vedi fig. 11.3. Il flusso che esce dal motore incontra pertanto una sezione trasversale di efflusso che va aumentando per via della rastremazione della spina, quindi è come se ci fosse una sezione divergente dell'ugello, che permette di avvicinare le condizioni di adattamento, con un conseguente piccolo incremento della spinta.

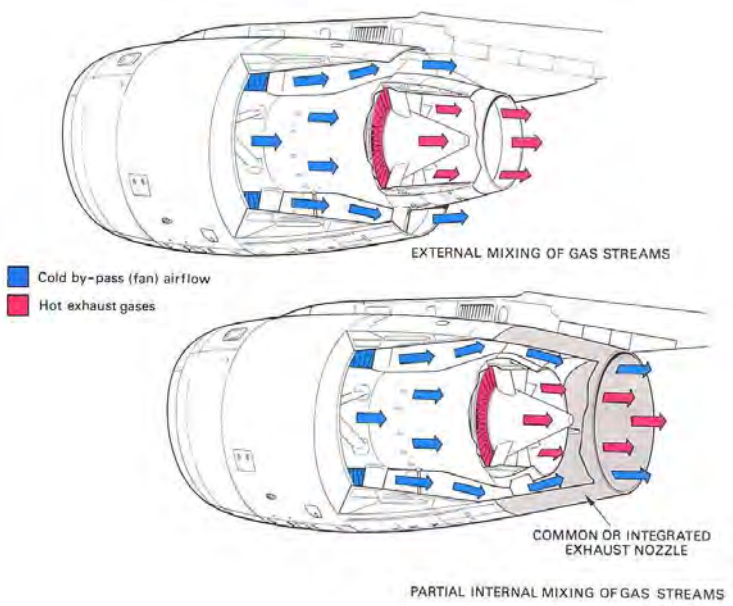



Figure 11.2: Ugello di (in alto) turbofan a flussi separati, (in basso) turbofan a flussi associati, da [44].

Figure 11.3: Ugelli a spina conica, da [64].

## 11.3 Inversione della spinta

Al fine di contenere la lunghezza di pista necessaria per l'atterraggio, i motori sono dotati di inversori di spinta, i quali riescono a deviare la direzione della spinta in modo da generare una componente in direzione contraria al senso del moto. Questo permette di assistere efficacemente l'azione dei freni operanti sulle ruote dei carrelli d'atterraggio, contenendo in tal modo la distanza necessaria ad arrestare l'aereo dopo che questo ha toccato la pista (*touchdown*), vedi fig. 11.4. La fig. 11.5 illustra diverse configurazioni di inversori di spinta; nei pannelli a sinistra viene mostrata la configurazione

in condizioni di volo, a destra quella per l'inversione della spinta.

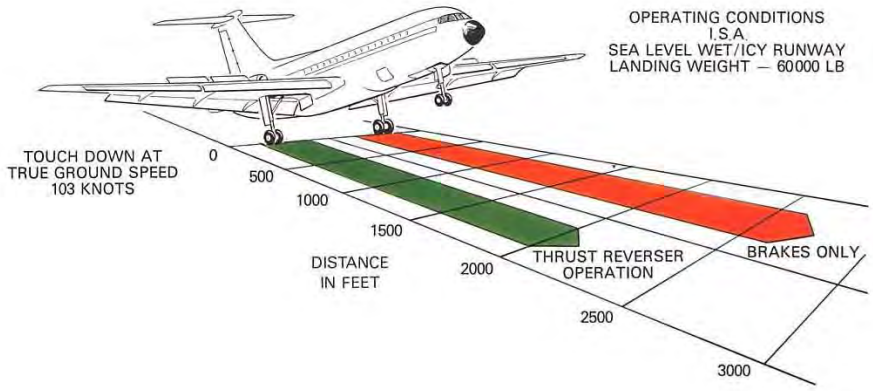



Figure 11.4: Riduzione della lunghezza di pista necessaria per l'atterraggio grazie agli inversori di spinta, da [44].

La configurazione a conchiglia, fig. 11.5 in alto, mostrata in maggiore dettaglio nella fig. 11.6, prevede due valve che vengono chiuse al momento del *touchdown*, in modo da indirizzare il flusso in direzione opposta a quella del moto.

Nella configurazione a secchio, vedi fig. 11.5 in mezzo, mostrata più chiaramente in fig. 11.7, il flusso viene ancora deviato mediante un'opportuna modifica della geometria.

Entrambe le configurazioni a conchiglia ed a secchio operano sul flusso caldo, o comunque su entrambi i flussi (caldo e freddo) di un motore turbofan. Tuttavia, nei motori turbofan moderni ad alto rapporto di by–pass, fino all'80% della spinta può essere prodotta dal solo flusso freddo. Si può perciò pensare di invertire solo la direzione di tale flusso (evitando di dover intervenire su un flusso ad alta temperatura, con tutti i problemi che questo comporta), come mostrato in fig. 11.5 in basso, ed in fig. 11.8. Poiché il flusso freddo ha una pressione minore del flusso caldo (nei turbofan a flussi separati), esso esce dall'inversore con una minore velocità e pertanto produce anche meno rumore. Il flusso freddo viene fatto uscire attraverso feritoie nella gondola del motore, vedi fig. 11.9. Va osservato a questo proposito che in occasione dell'inversione della spinta il motore viene portato al massimo (o quasi), anche se solo per pochi secondi, producendo in tal modo un intenso rumore. Per tale motivo, alcuni aeroporti consentono l'uso degli inversori di spinta solo in condizioni di pista bagnata o di emergenza.

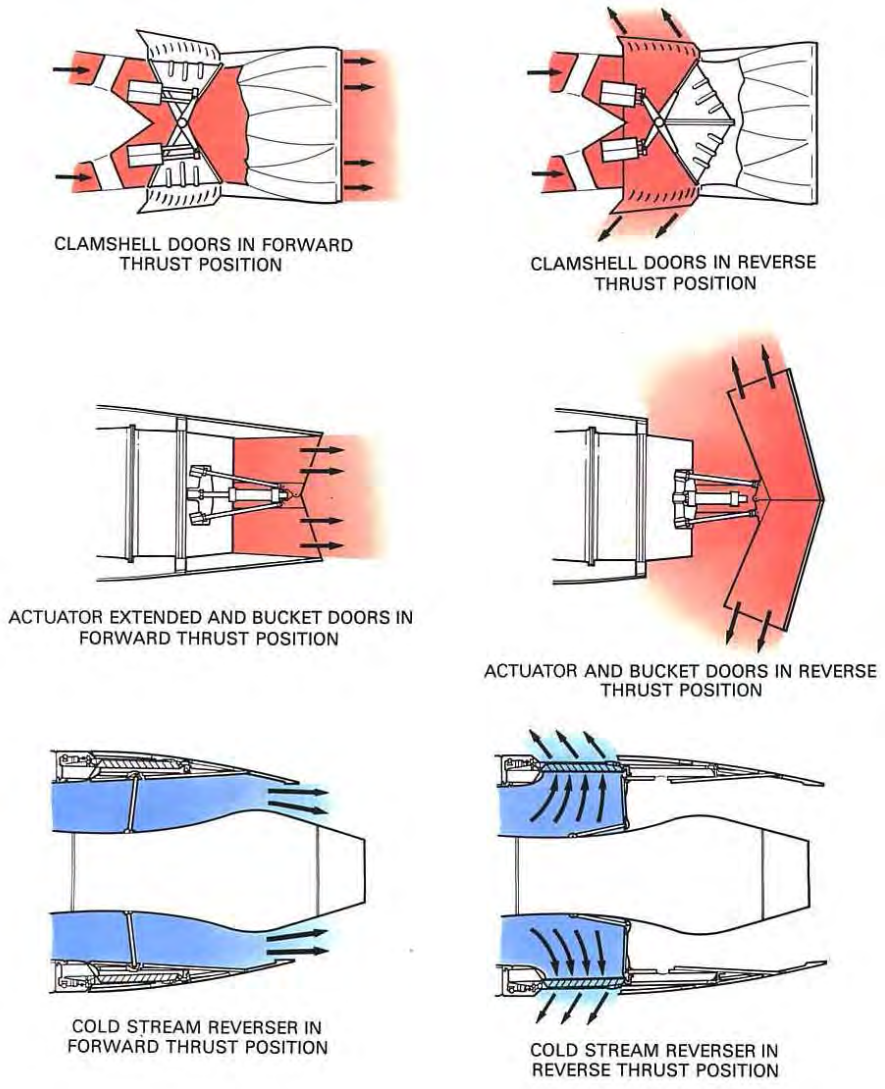



Figure 11.5: Configurazioni di inversori di spinta, da [44].

## 11.4 Ugelli per aerei V/STOL

Aerei in grado di effettuare decollo e atterraggio verticale (detti VTOL, *Vertical Take–Off and Landing*) o corto (STOL, *Short Take–Off and Landing*) presentano un significativo interesse in particolare dal punto di vista militare, in quanto consentono di operare da piste non preparate (almeno in teoria), o da portaerei con un ponte di atterraggio di dimensioni molto ridotte (quindi meno vulnerabili), anche se bisogna dire che l'interesse per questa soluzione, fortemente propugnata agli inizi degli anni '60, è successivamente drasticamente scemato (per quanto sia stata recentemente sviluppata una versione VTOL dello F–35, vedi [65]). Praticamente l'unico aereo da combattimento di questo tipo

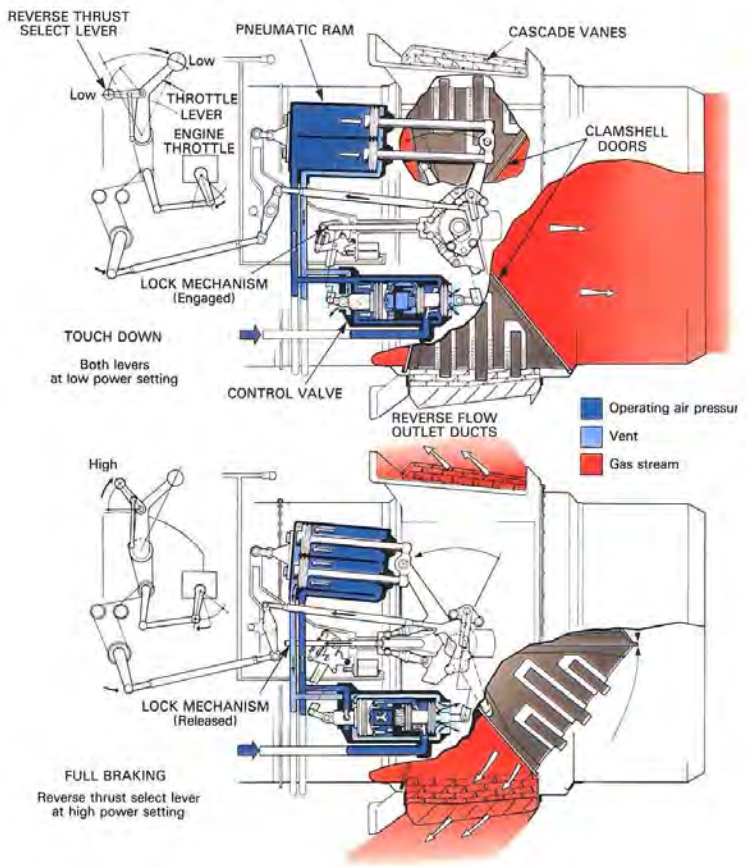



Figure 11.6: Inversore di spinta a conchiglia, da [44]. In alto, configurazione in volo, in basso, configurazione per inversione della spinta.

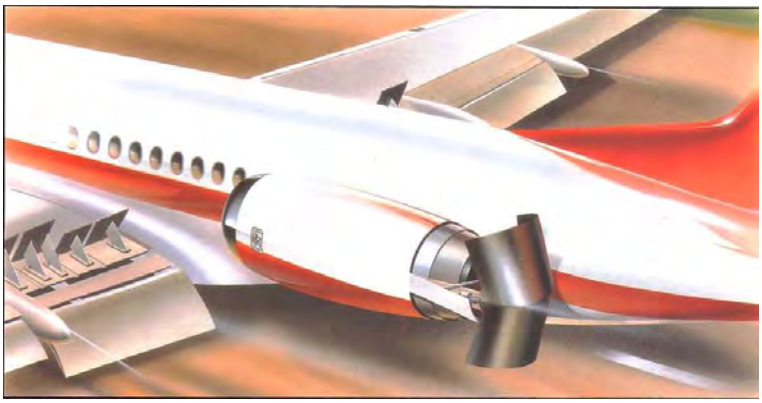


Figure 11.7: Inversore di spinta a secchio, da [44].

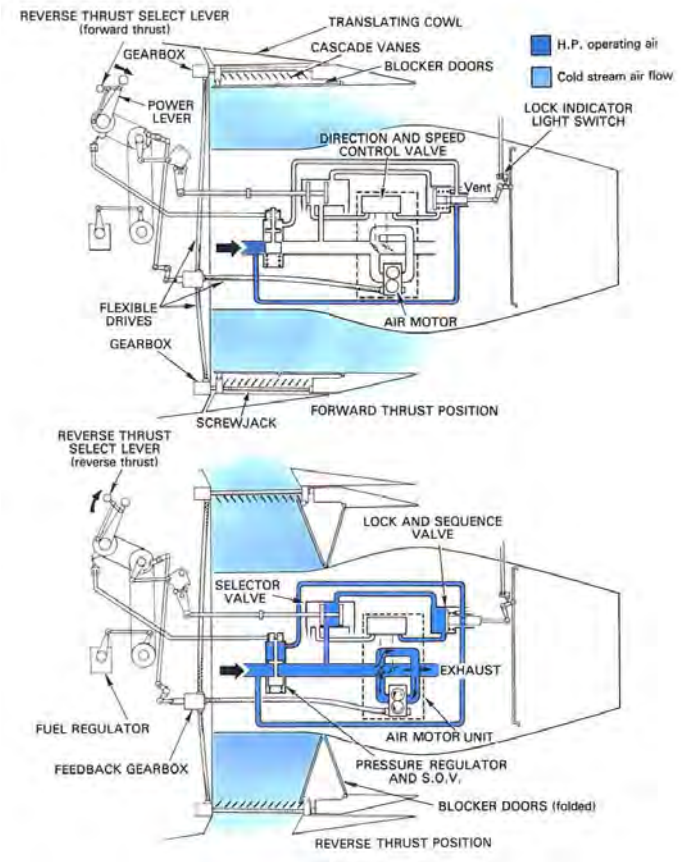



Figure 11.8: Inversore del flusso freddo, da [44].

Figure 11.9: Feritoie per la fuoriscita del flusso freddo, da [44].

entrato in produzione è lo Harrier, il quale adotta un unico motore, posto in posizione baricentrica, la cui spinta viene deviata al momento del decollo e dell'atterraggio mediante ugelli orientabili, vedi fig. 11.10.

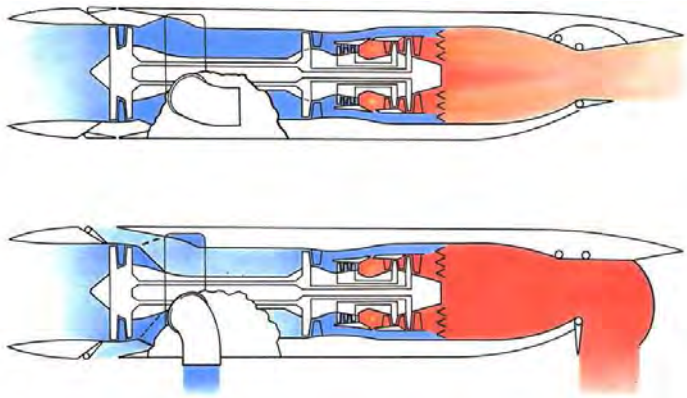


Figure 11.10: Motore turbofan con getto freddo e caldo orientabili verso il basso, da [44].

Un'altra soluzione che è stata tentata è quella di motori orientabili, la quale comporta tuttavia tempi di transizione (da spinta verticale e orizzontale, e viceversa) piuttosto lunghi, dell'ordine del minuto, il che rende l'aereo vulnerabile, vedi fig. 11.11.

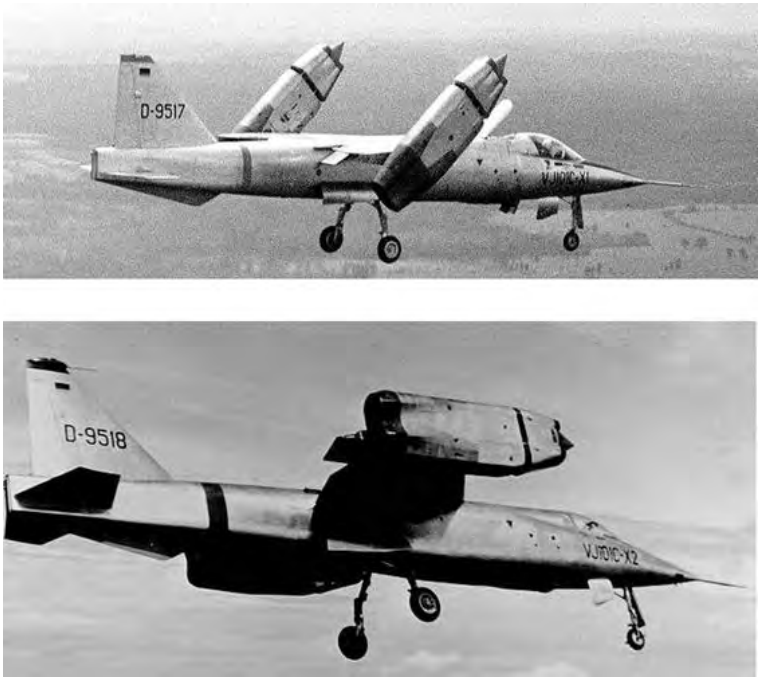



Figure 11.11: Aereo con motori orientabili EWR VJ 101, da [66].

Soluzioni VTOL sono anche state ricercate nel campo dei velivoli militari da trasporto, vedi fig. 11.12, che mostra il convertiplano Bell Boeing V–22.

Figure 11.12: Convertiplano Bell Boeing V–22 Osprey, da [67].

## 11.5 Ugelli per *thrust vectoring*

Nel volo a bassa velocità, le superfici aerodinamiche per il controllo del velivolo (timoni, alettoni) risultano poco efficaci per via della bassa pressione dinamica agente su di esse. Nel caso di velivoli da combattimento, si adottano ugelli orientabili che permettono di deviare la direzione della spinta, contribuendo in tal modo a migliorare la manovrabilità in condizioni operative di bassa velocità, vedi fig. 11.13. Gli ugelli del MiG–29 mostrano una completa orientabilità, mentre quelli dello F–22 possono deviare il getto solo in alto o in basso: quest'ultima soluzione è stata però scelta per ridurre la visibilità da parte dei radar nemici.

## 11.6 Riduzione del rumore

Nei turbogetti semplici l'ugello era senz'altro l'organo più rumoroso del motore, a causa dell'alta velocità di efflusso; l'intensità del rumore prodotto del getto risulta infatti proporzionale all'ottava potenza di $u_e$, vedi par. 6.8. Il turbofan, grazie alla minore velocità di uscita, ha consentito (assieme ad altri accorgimenti) di ridurre notevolmente i livelli di rumore del motore. La limitazione del

Figure 11.13: Ugelli orientabili dello (a sinistra) F–22 Raptor, e del (a destra) MiG–29, da [68].

rumore ha una forte importanza anche dal punto di vista economico, in quanto alcuni aeroporti sono vincolati ad operare ad esempio solo tra le ore 6 e le 24 per evitare disturbo ai centri abitati circostanti. Poter disporre di aerei più silenziosi permetterebbe per esempio di poter iniziare le operazioni un'ora prima, e poterle estendere di un'altra ora la sera, consentendo quindi per esempio ad un aereo di effettuare un volo in più al giorno, con conseguente maggior ritorno economico per le compagnie aeree.

Figure 11.14: Ugello chevron del Boeing 787, da [69].

Per ridurre ulteriormente il rumore del getto, sono stati recentemente introdotti ugelli cosidetti *chevron*, vedi fig. 11.14, oppure ugelli *suppressor* in cui il getto viene parzialmente miscelato con l'aria esterna, fig. 11.15; essi riducono apprezzabilmente il rumore con una perdita di spinta limitata allo 0.25 – 0.5%.

Dopo l'introduzione dei motori turbofan, per cercare di ridurre l'alto livello di rumore degli aerei equipaggiati con turbogetti semplici rimasti in servizio, si è ricorso all'impiego di silenziatori (*hush-*

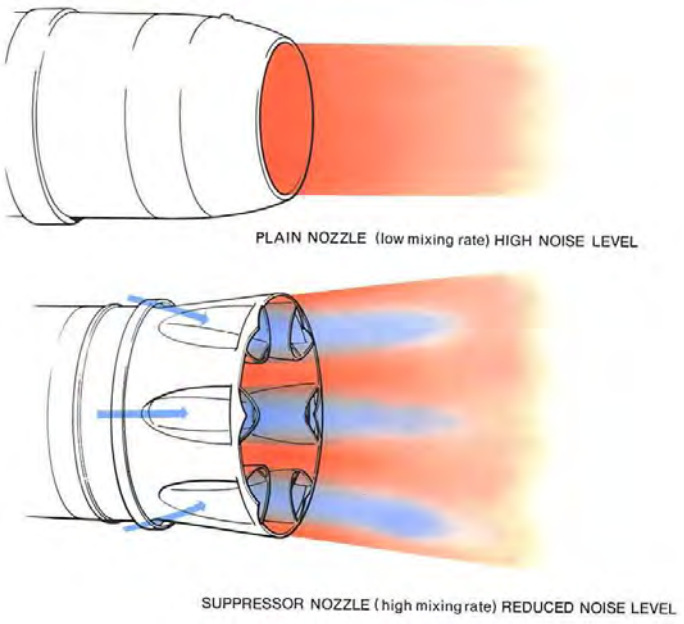
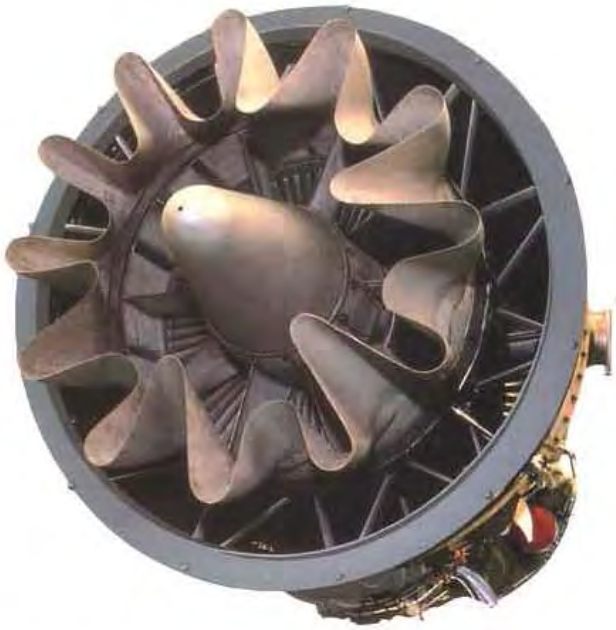



Figure 11.15: Ugello *suppressor*, da [44].

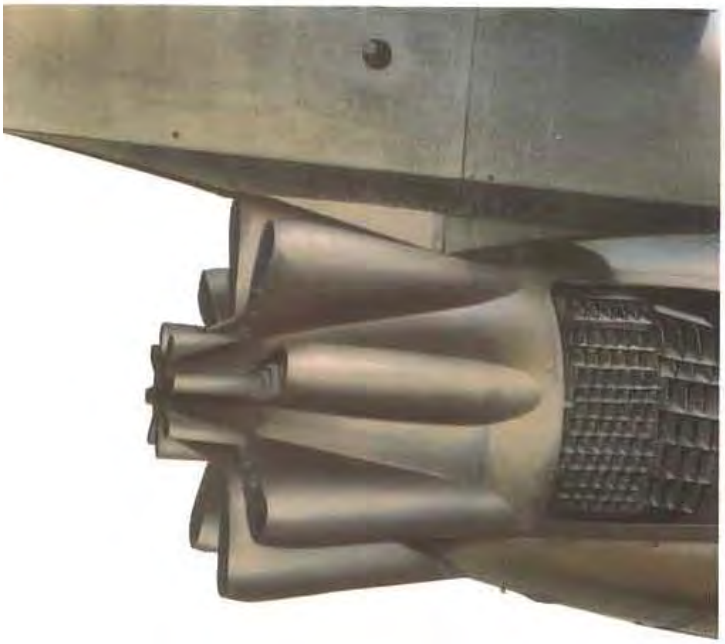
*kits*), alcune configurazioni dei quali sono mostrate in fig. 11.16. Essi hanno sostanzialmente lo scopo di spostare lo spettro del rumore emesso verso frequenze più alte, meglio attenuate dall'atmosfera.

# Domande di verifica

1. Dove è posizionato l'ugello propulsivo (rispetto agli altri componenti del motore)?
2. Quale obiettivo si vuole conseguire per mezzo dell'ugello propulsivo?
3. Cosa si intende per ugello subsonico, e qual è la sua forma geometrica?
4. Quali configurazioni possono essere adottate, in linea di principio, per l'ugello?
5. Quale vantaggio si cerca di conseguire con un ugello a spina conica?
6. Quali tipi di inversori di spinta possono essere adottati?
7. Quali soluzioni sono possibili per gli ugelli di aerei VTOL?
8. Perché alcuni aerei utilizzano ugelli *thrust vectoring*? Quali configurazioni possono essere adottate?



CORRUGATED INTERNAL MIXER



LOBE-TYPE NOZZLE

Figure 11.16: Silenziatori per turbogetti semplici, da [44].

9. Qual è l'importanza economica della riduzione del rumore?

10. Quali soluzioni possono essere adottate per ridurre il rumore proveniente dall'ugello?

# Capitolo 12

# Camera di combustione

## 12.1 Introduzione

La camera di combustione è stata fin qui caratterizzata assegnando i valori per il rendimento di combustione $\eta_b$, vedi (5.23), ed il rendimento pneumatico del combustore $\epsilon_b$, vedi (5.25), senza tuttavia specificare come questi due indici dipendano dal disegno del combustore. Intendiamo in questo capitolo dare qualche minima indicazione in proposito.

## 12.2 Proprietà della miscela reagente

La combustione avviene in fase gassosa; in una miscela gassosa composta di un certo numero $N$ di componenti o *specie chimiche*, per esempio $H_2O$, $CO_2$, CO, OH, $N_2$, $C_{10}H_{22}$ ($n$–decano), $C_7H_8$ (toluolo), $H_2$, $O_2$, H, O, $HO_2$ (idroperossido), etc., per individuare la concentrazione di una generica specie chimica $i$ entro la miscela si possono adottare due differenti criteri:

**frazione molare** (o di volume). Essa è data dal rapporto tra il numero di moli $n_i$ della specie chimica $i$ contenute in un dato volume, ed il numero complessivo $n$ di moli di tutte le specie chimiche ivi presenti:

$$X_i = \frac{n_i}{n} \tag{12.1}$$

Essa viene molto spesso indicata anche con il nome di *frazione di volume*, in quanto se supponiamo idealmente che le $n_i$ moli della specie $i$ si trovino alla pressione complessiva $p$ della miscela, esse occuperebbero un volume $V_i$ individuato dall'equazione di stato dei gas perfetti (2.1)

$$p\,V_i \;=\; n_i\,\mathcal{R}\,T \tag{12.2}$$

e dividendo appunto per la (2.1) si ottiene la relazione

$$\frac{V_i}{V} \;=\; \frac{n_i}{n} \;=\; X_i \tag{12.3}$$

quindi la frazione molare coincide con la frazione di volume. La concentrazione di una specie chimica allo stato gassoso è, salvo diversa indicazione, normalmente intesa appunto come frazione molare;

**frazione di massa.** Essa è data dal rapporto tra la massa $m_i$ della specie chimica $i$ contenuta in un dato volume, e la massa complessiva $m$ di tutte le specie chimiche ivi presenti:

$$Y_i \;=\; \frac{m_i}{m} \tag{12.4}$$

La frazione di massa è utilizzata quando occorre valutare un bilancio di massa della specie chimica considerata, quindi le equazioni di conservazione delle specie chimiche sono, come vedremo, scritte in termini di frazioni di massa.

Le proprietà della miscela reagente *per unità di massa* sono pertanto ricavate da una media *pesata* delle proprietà delle $N$ specie chimiche che compongono la miscela, pesate appunto con la relativa frazione di massa. Ad esempio, per l'entalpia specifica (cioè per unità di massa) della miscela, e per il relativo calore specifico si ha (essendo $h_i$ e $c_{p,i}$ entalpia e calore specifico, per unità di massa, della generica $i$–esima specie)

$$\begin{aligned} h \;&=\; \sum_{i=1}^{N} Y_i\;h_i \qquad && \text{entalpia (per kg di miscela)} \\ c_p \;&=\; \sum_{i=1}^{N} Y_i\;c_{p,i} \qquad && \text{calore specifico (per kg di miscela)} \end{aligned} \tag{12.5}$$

Per ricavare la massa di un'unità molare della miscela, detta *massa molare* (termine che attualmente si preferisce al vecchio appellativo di peso molecolare) e qui indicata con $\mathcal{M}$, si può ricorrere ad

un'espressione in termini delle frazioni molari, osservando che la massa $m_i$ di ciascuna specie $i$ nel volume considerato può essere espressa come prodotto del corrispondente numero di moli $n_i$ per la la massa molare $\mathcal{M}_i$ della specie $i$–esima

$$\mathcal{M} \;=\; \frac{m}{n} \;=\; \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} m_i}{n} \;=\; \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} n_i\,\mathcal{M}_i}{n} \;=\; \sum_{i=1}^{N} \frac{n_i}{n}\,\mathcal{M}_i \;=\; \sum_{i=1}^{N} X_i\,\mathcal{M}_i \tag{12.6}$$

Alternativamente, la massa molare della miscela può essere espressa in termini delle frazioni di massa $Y_i$, osservando ancora che il numero di moli della specie $i$ è la sua massa $m_i$ diviso la relativa massa molare

$$\mathcal{M} = \frac{m}{n} = \frac{m}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} n_i} = \frac{m}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{\mathcal{M}_i}} = \frac{1}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i/m}{\mathcal{M}_i}} = \frac{1}{\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \frac{Y_i}{\mathcal{M}_i}} \tag{12.7}$$

Ovviamente, le concentrazioni espresse in termini di frazioni molari e frazioni di massa sono fra loro legate. Possiamo ad esempio considerare che su un'unità molare della miscela, di massa quindi $\mathcal{M}$, la massa della specie $i$–esima è ancora data dal prodotto del numero di moli (che su una mole di miscela è $X_i$) per la relativa massa molare $\mathcal{M}_i$, per cui la frazione di massa risulta esprimibile come

$$Y_i \;=\; \frac{X_i\,\mathcal{M}_i}{\mathcal{M}} \tag{12.8}$$

dove $\mathcal{M}$ può essere espressa attraverso la (12.6), in modo che al secondo membro figurino solo frazioni molari (di *tutte* le specie chimiche presenti, non solo la specie $i$). Alternativamente, la massa molare della miscela può essere espressa in termini delle frazioni di massa dei singoli componenti, osservando che su un kg di miscela la massa del componenti $i$ è data da $Y_i$, quindi il relativo numero di moli si ottiene come $Y_i$ diviso la massa molare del componente $i$

$$X_i \;=\; \frac{Y_i\,\mathcal{M}}{\mathcal{M}_i} \tag{12.9}$$

dove in questo caso $\mathcal{M}$ a secondo membro può essere espressa attraverso la (12.7), per avere un'espressione in termini di frazioni di massa (di *tutte* le specie).

| | |
|---|---|
| $N_2$ | 78.08 % |
| $O_2$ | 20.95 % |
| Ar | 0.934 % |
| $CO_2$ | 0.041 % |

Table 12.1: Composizione dell'aria in termini di frazioni molari.

Calcoliamo a titolo di esempio la massa molare dell'aria, la quale ha la composizione in termini di frazione molare indicata dalla tab. 12.1. Tale composizione può essere grossolanamente approssimata come indicato in tab. 12.2, anche perché l'argon è un gas inerte, come in qualche misura lo è anche l'azoto. Adottando questa composizione approssimata, si ottiene per la massa molare dell'aria

$$\mathcal{M}_{aria} = \; 0.21 \cdot \mathcal{M}_{\mathbf{O}_2} + 0.79 \cdot \mathcal{M}_{\mathrm{N}_2} = 0.21 \;\cdot\; 32 \;+\; 0.79 \;\cdot\; 28 \;=\; 28.84\;\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}} \tag{12.10}$$

| | |
|---|---|
| $N_2$ | 79 % |
| $O_2$ | 21 % |

Table 12.2: Composizione approssimata dell'aria in termini di frazioni molari.

Adottando invece la composizione dettagliata in tab. 12.1, si ottiene per l'esattezza

$$\mathcal{M}_{aria} \;=\; 28.9645\;\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}} \tag{12.11}$$

come già anticipato dalla (2.6), valore che può comunque essere ragionevolmente approssimato come

$$\mathcal{M}_{aria} \;\simeq\; 29\;\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}} \tag{12.12}$$

## 12.3 Rapporti combustibile/aria ed aria/combustibile

Il rapporto tra le portate in massa di combustibile $\dot{m}_f$ e di aria $\dot{m}_a$ è la grandezza di gran lunga più importante nel definire le condizioni in camera di combustione, ed è indicata come

$$\boxed{f \;=\; \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}} \tag{12.13}$$

e chiamata appunto *rapporto combustibile/aria*. Alcuni autori preferiscono invece adottare il suo inverso, il *rapporto aria/combustibile*

$$\frac{A}{F} \;=\; \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} = \;\alpha \tag{12.14}$$

indicato appunto come $A/F$, oppure come $\alpha$ (quest'ultima notazione però viene prevalentemente adottata in campo automobilistico).

Un altro importante indice del rapporto tra combustibile ed ossidante è il *rapporto di equivalenza*, che normalizza il rapporto combustibile/aria rispetto al valore stechiometrico (relativo al particolare combustibile, vedi par. 12.4). Esso si può quindi indifferentemente esprimere come

$$\boxed{\varphi \;=\; \frac{f}{f_{st}} \;=\; \frac{(F/A)}{(F/A)_{st}} \;=\; \frac{(A/F)_{st}}{(A/F)}} \tag{12.15}$$

Quindi per combustione stechiometrica si ha $\varphi = 1$; un valore $\varphi < 1$ indica combustione povera (o magra), ossia con difetto di combustibile (o equivalentemente eccesso di aria), mentre un valore $\varphi > 1$ indica combustione ricca (cioè con eccesso di combustibile).

## 12.4 Stechiometria della combustione

Consideriamo la reazione di combustione dell'idrogeno in ossigeno (puro): in questo caso la reazione si scrive

$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O \tag{12.16}$$

in quanto occorre un atomo di ossigeno (cioè mezza mole di ossigeno molecolare $O_2$) per ossidare i due atomi di idrogeno (cioè una mole di idrogeno molecolare $H_2$) ad acqua allo stato gassoso. Questa è quindi la reazione *stechiometrica*, in cui cioè ambedue i reagenti sono completamente consumati. Per quanto riguarda invece la reazione di combustione di un idrocarburo in aria, occorre considerare che il cherosene adottato dalle turbine a gas è una miscela di centinaia o forse migliaia di specie chimiche, presenti in proporzioni variabili a seconda dell'origine del petrolio da cui esso è ricavato, ed il processo di raffinazione cui è sottoposto. Non è possibile pertanto scrivere una reazione dettagliata. Consideriamo invece, a titolo indicativo, la reazione di combustione di un singolo componente del cherosene, per esempio il normal–decano (o $n$–decano[1]) $C_{10}H_{22}$, in aria. Per l'aria assumiamo la composizione semplificata riportata in tab. 12.2, la quale implica che il rapporto tra numero di molecole di azoto $N_2$ e numero di molecole di ossigeno $O_2$ sia

$$\frac{79}{21} \simeq 3,76 \tag{12.17}$$

ossia per ogni molecola di ossigeno si hanno nell'aria 3,76 molecole di azoto. Possiamo allora scrivere la reazione di combustione di $n$–decano in aria, con coefficienti stechiometrici, per il momento incogniti, indicati con $a$, $b$, $c$, $d$, nella forma

$$C_{10}H_{22} + a\ (O_2 + 3.76\ N_2) \quad \rightarrow \quad b\ CO_2 + c\ H_2O + d\ N_2 \tag{12.18}$$

I coefficienti stechiometrici possono essere individuati imponendo la conservazione del numero degli atomi dei diversi elementi. Per esempio a primo membro della (12.18) si hanno 10 atomi di carbonio, a secondo membro $b$ atomi, per cui imponendo la conservazione si deve avere $10 = b$, e analogamente per gli elementi idrogeno, ossigeno e azoto, per cui si perviene al sistema (12.19) nel quale nella colonna di destra è indicata la soluzione.

[1]Alla formula bruta $C_{10}H_{22}$ corrispondono 75 isomeri. Il normal–decano è la paraffina a catena (di atomi di carbonio) diritta.

$$\begin{cases} 10 \;=\; b \\ 22 \;=\; 2\,c \\ 2\,a = 2\,b + c \\ 3.76\,a \;=\; d \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a \;=\; 10 \;+\; 22/4 \;=\; 15.5 \\ b \;=\; 10 \\ c \;=\; 11 \\ d \;=\; 3.76 \;\cdot\; 15.5 \;=\; 58.28 \end{cases} \tag{12.19}$$

La reazione stechiometrica si scrive pertanto

$$\mathrm{C_{10}H_{22}} \;+\; 15.5\ \mathrm{O_2} + 58.28\ \mathrm{N_2} \quad \rightarrow \quad 10\ \mathrm{CO_2} + 11\ \mathrm{H_2O} + 58.28\ \mathrm{N_2} \tag{12.20}$$

Il rapporto combustibile/aria stechiometrico si può ottenere come rapporto della massa di unità molare di $n$–decano, e la corrispondente massa di aria richiesta

$$f_{st} \;=\; \frac{\mathcal{M}_{C10H22}}{15.5 \cdot \mathcal{M}_{O2} \;+\; 58.28 \cdot \mathcal{M}_{N2}} \;=\; \frac{142}{496 \;+\; 1632} \;=\; 0.0667 \;=\; \frac{1}{15} \tag{12.21}$$

Poiché abbiamo osservato che il rapporto combustibile/aria *globale* in camera di combustione è intorno a 0.02 (per contenere la temperatura in uscita dal combustore ad un valore accettabile per la turbina), il valore tipico del rapporto di equivalenza *globale* in camera risulta dell'ordine di

$$\varphi \;=\; \frac{0.02}{0.0667} \;\simeq\; 0.3 \tag{12.22}$$

Vedremo però che i valori *locali* del rapporto di equivalenza in camera spaziano un campo ben più ampio, vedi par. 12.7.

## 12.5 Descrizione della chimica

Diamo ora un breve cenno ai possibili livelli di descrizione di una reazione chimica, che possiamo classificare, a partire dal modello più rozzo per finire a quello più dettagliato, come

- combustione *mixed is burnt*

- combustione in equilibrio chimico
- combustione con chimica a velocità finita

### 12.5.1 Modello di combustione *mixed is burnt*

Questo modello assume che tutto il combustibile che si mescola con l'ossidante disponibile si trasforma integralmente nei prodotti di combustione completa (quindi il carbonio dell'idrocarburo forma anidride carbonica $CO_2$, mentre l'idrogeno forma acqua $H_2O$ – allo stato gassoso). Possiamo avere, a seconda del valore del rapporto tra la quantità di combustibile e di ossidante, identificato dal rapporto di equivalenza $\varphi$ (12.15), i seguenti casi

- per combustione stechiometrica, $\varphi = 1$:

$$\text{COMBUSTIBILE} + \text{OSSIDANTE} \rightarrow \text{PRODOTTI} \tag{12.23}$$

  dove per combustibile si intende (almeno nel caso di motori aeronautici) un idrocarburo, per ossidante l'aria atmosferica, e per prodotti anidride carbonica ed acqua, come detto, più l'azoto atmosferico (che teoricamente non prende parte alla reazione);

- per combustione ricca, ossia con combustibile in eccesso rispetto alla quantità stechiometrica ($\varphi > 1$):

$$\text{COMBUSTIBILE} + \text{OSSIDANTE} \rightarrow \text{PRODOTTI} + \text{COMBUSTIBILE (in eccesso)} \tag{12.24}$$

  poiché evidentemente la quantità di combustibile in eccesso rispetto alla proporzione stechiometrica non riesce a bruciare;

- per combustione povera, ossia con difetto di combustibile rispetto alla quantità stechiometrica ($\varphi < 1$):

$$\text{COMBUSTIBILE} + \text{OSSIDANTE} \rightarrow \text{PRODOTTI} + \text{OSSIDANTE (in eccesso)} \tag{12.25}$$

  poiché evidentemente l'aria in eccesso rispetto alla proporzione stechiometrica non prende parte alla combustione.

L'approccio *mixed is burnt* consente quindi in linea teorica di determinare, fissate le quantità (moli) di ossidante e combustibile che reagiscono, le quantità (ancora numero di moli) $n_i$ delle specie che risultano dalla combustione. Conoscendo le $n_i$ delle $N$ specie presenti, si può risalire alle frazioni molari di ciascuna specie $i$ nella miscela risultante, dalla (12.1)

$$X_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{N} n_i} \tag{12.26}$$

ed analogamente, dalla (12.4), alle frazioni di massa

$$Y_i = \frac{m_i}{m} = \frac{n_i \, \mathcal{M}_i}{\sum_{i=1}^{N} n_i \, \mathcal{M}_i} \tag{12.27}$$

Il limite della modellistica *mixed is burnt* è che essa richiede di fissare *a priori* quali specie chimiche derivano dalla combustione (nel caso in esame, solo anidride carbonica, acqua, idrocarburo, ossigeno e azoto (questi ultimi due costituenti dell'aria), e che la combustione sia completa. Non è quindi possibile prevedere le concentrazioni di altre specie che si formano a livello di tracce per combustione incompleta (tipicamente gli inquinanti); inoltre non risulta alcun effetto del tempo a disposizione per la combustione, né della geometria della camera (vedi anche par. 12.5.2);

### 12.5.2 Modello di combustione in equilibrio chimico

Consideriamo un'ipotetica semplice reazione, per esempio combustione di idrogeno molecolare in ossigeno (puro)

$$\mathrm{H_2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{O_2} \rightarrow \mathrm{H_2O} \tag{12.28}$$

Se supponiamo che alla fine del processo di combustione si siano raggiunte le condizioni di equilibrio chimico (il che in realtà avviene solo asintoticamente, cioè per tempi di residenza in camera di

combustione che tendono all'infinito), le pressioni parziali delle specie presenti nella miscela risultano vincolate dalla *costante di equilibrio* della reazione[2] $K_{p,H_2O}$, una funzione della sola temperatura

$$K_{p,H_2O}(T) \;=\; \frac{p_{H_2O}}{p_{H_2}\,(p_{O_2})^{1/2}} \tag{12.29}$$

Ricordiamo che le pressioni parziali possono essere espresse in funzione delle frazioni molari dalla legge di Dalton[3]

$$p_i \;=\; X_i\,p \tag{12.31}$$

Sostituendo la (12.31) nella (12.29) si può ricavare una costante di equilibrio in funzione delle concentrazioni (frazioni molari), che indichiamo con $K_X$

$$K_{X,H_2O}(T,p) \;=\; \frac{X_{H_2O}}{X_{H_2}\,(X_{O_2})^{1/2}} \;=\; K_{p,H_2O}(T)\,p^{1/2} \tag{12.32}$$

la quale però risulta essere in generale una funzione anche della pressione, oltreché della temperatura. La (12.32) permette di apprezzare che nella miscela combusta rimangono comunque (piccole) quantità dei reagenti (combustibile ed ossidante), in quanto il valore della costante di equilibrio è un numero finito (né nullo, né infinito), ossia la conversione dei reagenti in prodotti *non* è mai completa (a differenza di quanto ipotizzato nell'approccio *mixed is burnt*).

L'approccio della chimica in equilibrio permette quindi di ricavare anche la concentrazione di specie presenti a livello di tracce, ma presenta il limite che le concentrazioni ottenute sono quelle raggiunte solo dopo un tempo infinito. Esse quindi sono prevedibilmente ben diverse (in particolare per alcune specie) da quelle che sono effettivamente raggiunte nel tempo finito che la miscela reagente ha a disposizione nell'attraversare il combustore. Inoltre, si può osservare che tali concentrazioni (come

[2]Definita come rapporto tra il prodotto delle pressioni parziali dei prodotti, ciascuna elevata il proprio coefficiente stechiometrico, diviso il prodotto delle pressioni parziali dei reagenti, ciascuna elevata il proprio coefficiente stechiometrico.

[3]La legge di Dalton può essere facilmente ricavata considerando che $n_i$ moli di una specie $i$ in un volume $V$ esercitano, alla temperatura $T$, una pressione parziale $p_i$ data dalla legge dei gas ideali nella forma, immediatamente ricavabile specializzando la (2.1)

$$p_i\,V \;=\; n_i\,\mathcal{R}\,T \tag{12.30}$$

e dividendo poi per la (2.1) stessa.

peraltro nell'approccio *mixed is burnt*) risultano del tutto indipendenti dalle dimensioni e dalla forma del combustore, ipotesi evidentemente poco verosimile.

### 12.5.3 Modello di combustione con chimica a velocità finita

Il modello di descrizione della chimica più dettagliato tiene conto della velocità finita con cui avvengono le reazioni chimiche (a differenza quindi dei modelli *mixed is burnt* e di chimica in equilibrio, i quali non tengono in alcun conto il tempo di reazione). In questo modello, per ogni singola specie chimica $i$ occorre risolvere un'equazione di conservazione delle specie del tipo delle equazioni di Navier–Stokes, che nell'ipotesi semplificativa di flusso (quasi)–monodimensionale si scrive

$$\rho\, u\, \frac{dY_i}{dx} \;=\; w_i, \qquad\qquad i \;=\; 1, 2, ..., N \tag{12.33}$$

dove il primo membro dà quindi la variazione della concentrazione della specie $i$ (in termini di frazione di massa $Y_i$) nello spazio, mentre il secondo membro, detto tasso di produzione o funzione sorgente della specie $i$, esprime la massa della specie $i$ che si forma per effetto delle reazioni chimiche, per unità di volume e di tempo, espressa quindi in kg/(m$^3$ s). Questo tasso di produzione è dato dall'espressione di Arrhenius, che presenta la forma funzionale

$$w_i \;=\; w_i(T, \rho, Y_j, j \;=\; 1, 2, ..., N), \qquad\qquad i \;=\; 1, 2, ..., N \tag{12.34}$$

quindi è funzione della temperatura e della densità della miscela, nonché, in linea di principio, della concentrazione di *tutte* le specie chimiche presenti nel sistema (perché numerose reazioni chimiche, nelle quali figurano diversi reagenti, possono dar luogo alla produzione della specie $i$).

Questo livello di descrizione della chimica è il più dettagliato, permette di valutare gli effetti del tempo di residenza in camera di combustione e della geometria della camera stessa (anche se per poter descrivere quest'ultimo effetto occorre scrivere l'equazione di conservazione delle specie nella forma completa tridimensionale, nella quale compare – fra l'altro – un termine diffusivo, cioè di miscelamento delle diverse specie chimiche per effetto dell'agitazione termica). L'individuazione delle specie chimiche e delle reazioni che intervengono in un dato sistema reagente, e la risoluzione delle relative equazioni di conservazione delle specie, comportano tuttavia grandi incertezze e difficoltà, per cui il risultato del modello di calcolo può approssimare più o meno da vicino la situazione reale, ma difficilmente coinciderà con questa.

## 12.6 Funzioni della camera di combustione

Nella camera di combustione devono avvenire i seguenti processi:

1. iniezione del combustibile liquido nel flusso di aria;
2. sua atomizzazione, cioè riduzione in goccioline di piccolo diametro (per favorire il processo seguente);
3. evaporazione delle goccioline;
4. miscelamento dei vapori di combustibile con l'aria;
5. accensione della miscela combustibile/aria;
6. completamento della reazione.

## 12.7 Limiti di infiammabilità

Un importante aspetto della combustione, che incide in maniera determinante sul disegno della camera di combustione, deriva dal fatto l'accensione di una miscela combustibile/aria può avvenire – fissato il valore della pressione, solo in un campo relativamente ristretto di valori di $\varphi$, o equivalentemente di $f$, vedi fig. 12.1. Come si vede, per ogni valore della pressione in camera l'accensione è possibile solo tra un valore del rapporto di equivalenza lievemente minore dell'unità (detto limite inferiore di infiammabilità) ed un valore superiore ad uno (detto limite superiore di infiammabilità). L'ampiezza del campo di ignizione si restringe al diminuire della pressione, mantenendosi attorno al valore stechiometrico $\varphi = 1$, finché l'ignizione diviene assolutamente impossibile al disotto di un certo valore limite della pressione, qualunque sia il rapporto di equivalenza (o il rapporto combustibile/aria). Quindi l'accensione della miscela può avvenire solo entro i limiti di infiammabilità. Si osservi che l'impossibilità di conseguire l'ignizione di una miscela al di sotto di una certa pressione rende problematica la riaccensione ad alta quota del motore, vedi fig. 7.22.

Per rendere possibile l'accensione della miscela, pur in corrispondenza di valori di rapporti di equivalenza molto bassi, vedi per esempio (12.22) (al di fuori dei limiti di infiammabilità della miscela) è allora necessario suddividere la portata di aria che entra nel combustore in due correnti, vedi anche fig. 12.1, dividendo il volume interno alla camera mediante un *liner* (un lamierino perforato che delimita la zona di combustione). L'aria *primaria* (circa il 20% della portata d'aria totale) viene mescolata con il combustibile in proporzione circa stechiometrica nella sezione di testa del *liner*,

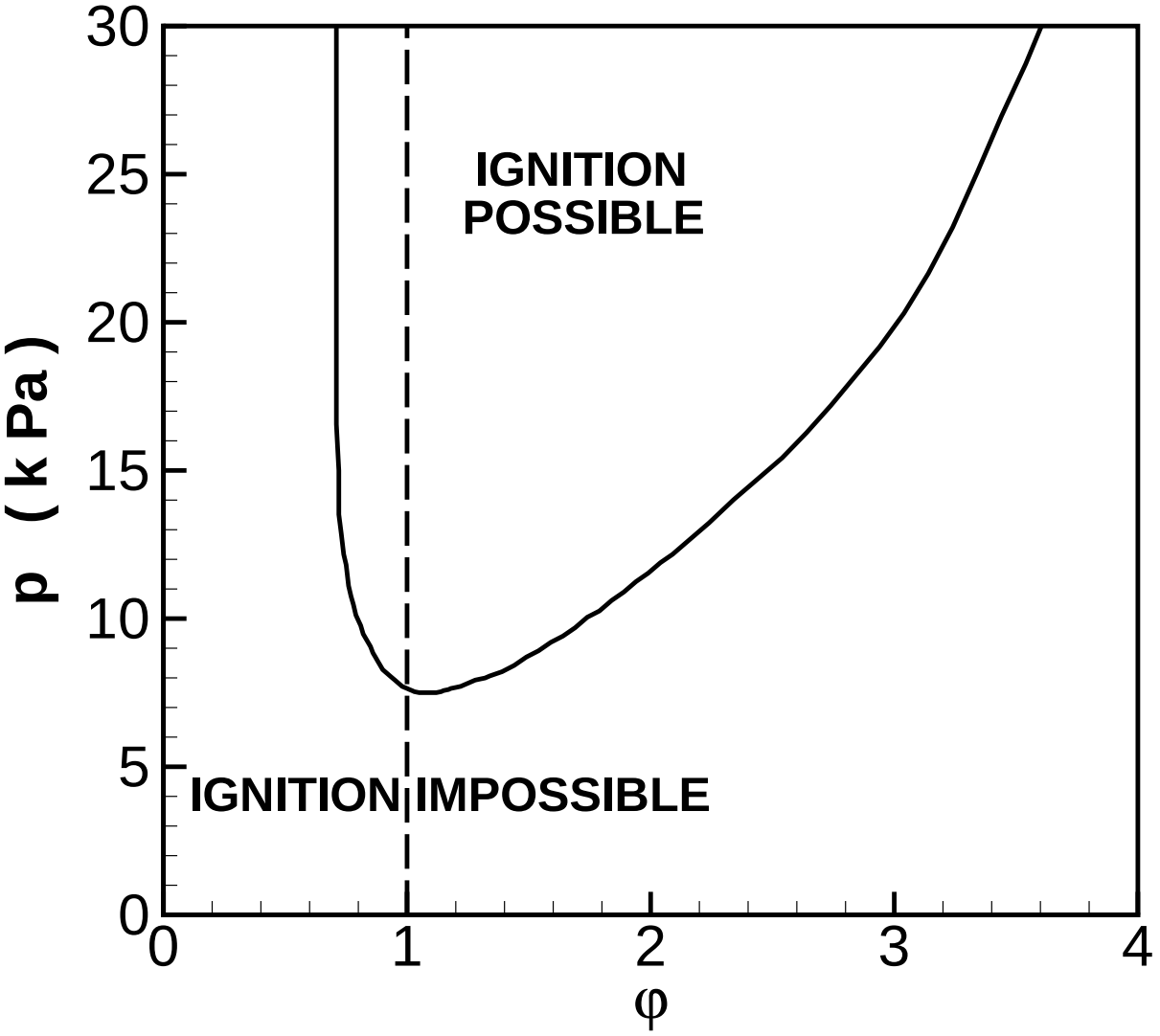



Figure 12.1: Limiti di infiammabilità di una miscela cherosene/aria in funzione del rapporto di equivalenza e della pressione in camera.

rendendo così possibile l'accensione; la temperatura che si sviluppa in tale zona risulta pertanto molto alta, oltre 2 000 K. L'aria *secondaria*, o *di diluizione*, scorre esternamente al *liner*, e viene poi progressivamente immessa a valle della zona primaria attraverso perforazioni del *liner*, e consente di abbassare la temperatura dei gas della zona primaria fino a riportarla a valori accettabili per la turbina. Quindi la camera di combustione opera con il valore del rapporto di equivalenza *globale* desiderato, dato indicativamente dalla (12.22), ma il rapporto di equivalenza *locale* nella zona

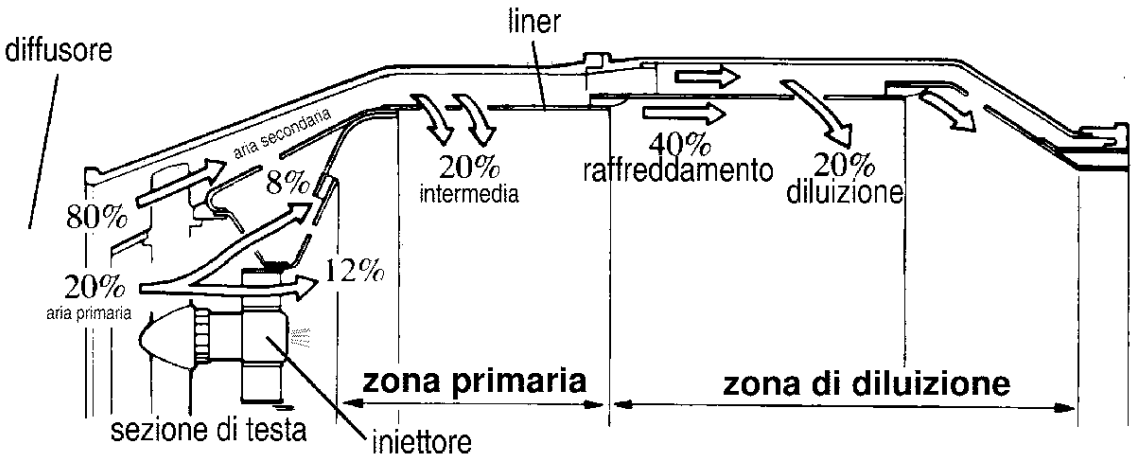



Figure 12.2: Distribuzione dell'aria (in percentuale) in un combustore di un turbogas, adattata da [16].

*primaria* viene tenuto prossimo ad uno per consentire l'ignizione.

La fig. 12.2 mostra indicativamente come viene ripartita la portata d'aria in ingresso nel combustore; solo il 20% circa viene inviata direttamente nella zona primaria, mentre la parte restante viene introdotta a valle della zona primaria mediante appositi fori e fessure. Una rappresentazione dei percorsi seguiti dall'aria calda (generata nella zona primaria) e fredda (di diluizione) entro la camera è data in fig. 12.3

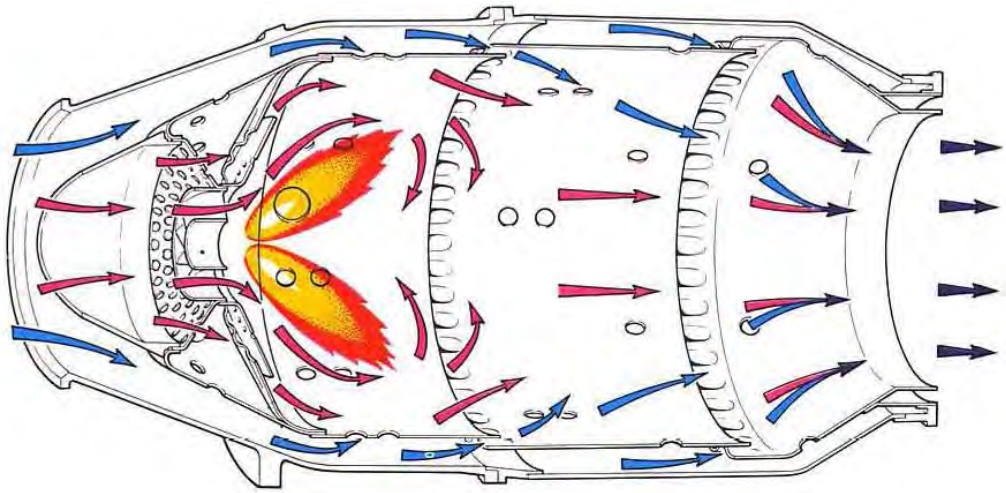


Figure 12.3: Percorsi dell'aria calda (in rosso) e fredda (in blu) entro una camera di combustione, da [44].

Le camere di combustione possono presentare diverse geometrie, a cui accenniamo brevemente nel seguito.

### 12.7.1 Camere tubolari

La configurazione di queste camere, dette anche *can–type combustors*, è indicata nella fig. 12.4a. La camera di combustione è costituita da un *liner* perforato di forma approssimativamente cilindrica, ed un involucro esterno, anch'esso approssimativamente cilindrico. Le camere, in genere in numero compreso tra 7 e 16, sono disposte attorno all'asse del motore come indicato in fig. 12.4b. Presentano i vantaggi di una costruzione relativamente facile (a differenza di quelle anulari, vedi oltre), garantiscono una buona miscelazione e quindi profili di temperatura in uscita abbastanza uniformi (pur con i limiti che saranno illustrati sotto), possono essere provate individualmente in galleria del vento, e durante la vita operativa su un aereo possono essere facilmente ispezionate ed eventualmente sostituite individualmente. Per contro, presentano lo svantaggio di peso ed ingombro maggiore rispetto alla configurazione anulare, e di un rapporto area pareti/volume camera relativamente alto (vedi sotto);

### 12.7.2 Camere tubo–anulari

Queste camere, dette anche camere miste (*can–annular combustors*), sono realizzate mediante un certo numero di *liners* cilindrici (come per le tubolari), ma con un unico involucro esterno toroidale, vedi fig. 12.5. Questa soluzione rende la costruzione molto più semplice rispetto alle camere anulari, e consente ancora una buona miscelazione; possono ancora essere provate sperimentalmente in modo individuale. Per contro, il loro comportamento aerodinamico è meno soddisfaciente.

### 12.7.3 Camere anulari

Le camere di combustione anulari (*annular combustors*), vedi fig. 12.6, constano di un'unica camera di forma toroidale disposta intorno all'asse del motore. Presentano i vantaggi di una bassa perdita di pressione, peso ed ingombro contenuti, e minori problemi di ignizione e propagazione della fiamma rispetto ad altre configurazioni. Inoltre, presentano un basso rapporto area pareti/volume camera; notiamo che questo comporta in particolare un effetto dell'attrito relativamente piccolo ($\epsilon_b$ alto). Tuttavia, la realizzazione di un'unica camera di combustione toroidale presenta problemi dal punto di vista costruttivo a causa delle alquanto più strette tolleranze di lavorazione richieste; la miscelazione può risultare meno soddisfacente (perché la disposizione dei fori di iniezione è solo sulle facce superiori ed inferiori della camera, anziché tutt'intorno), con conseguenti profili all'uscita poco omogenei, e

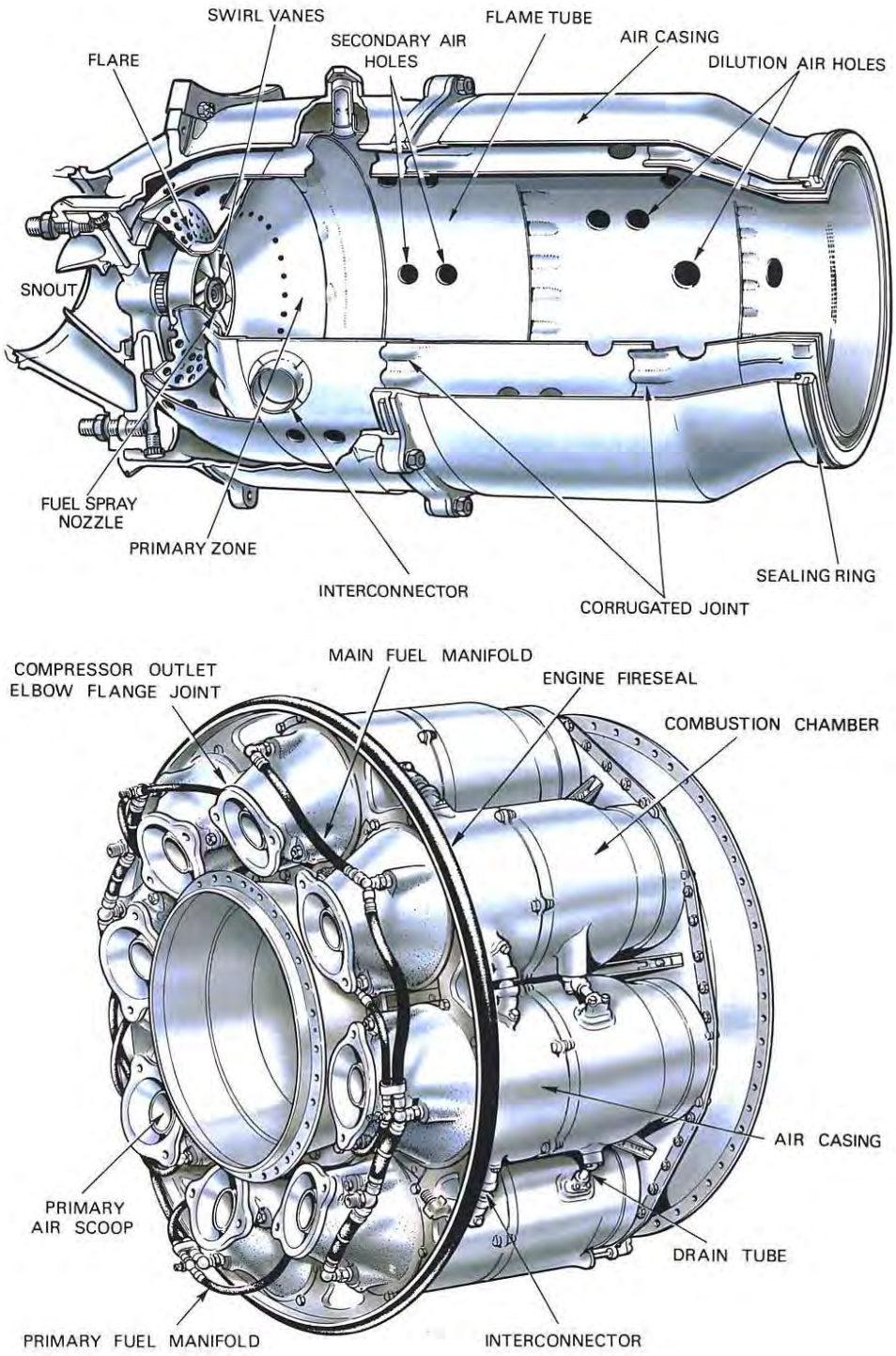



Figure 12.4: Spaccato di una camera di combustione tubulare (in alto), e disposizione dei combustori intorno all'asse della macchina (in basso), da [44].

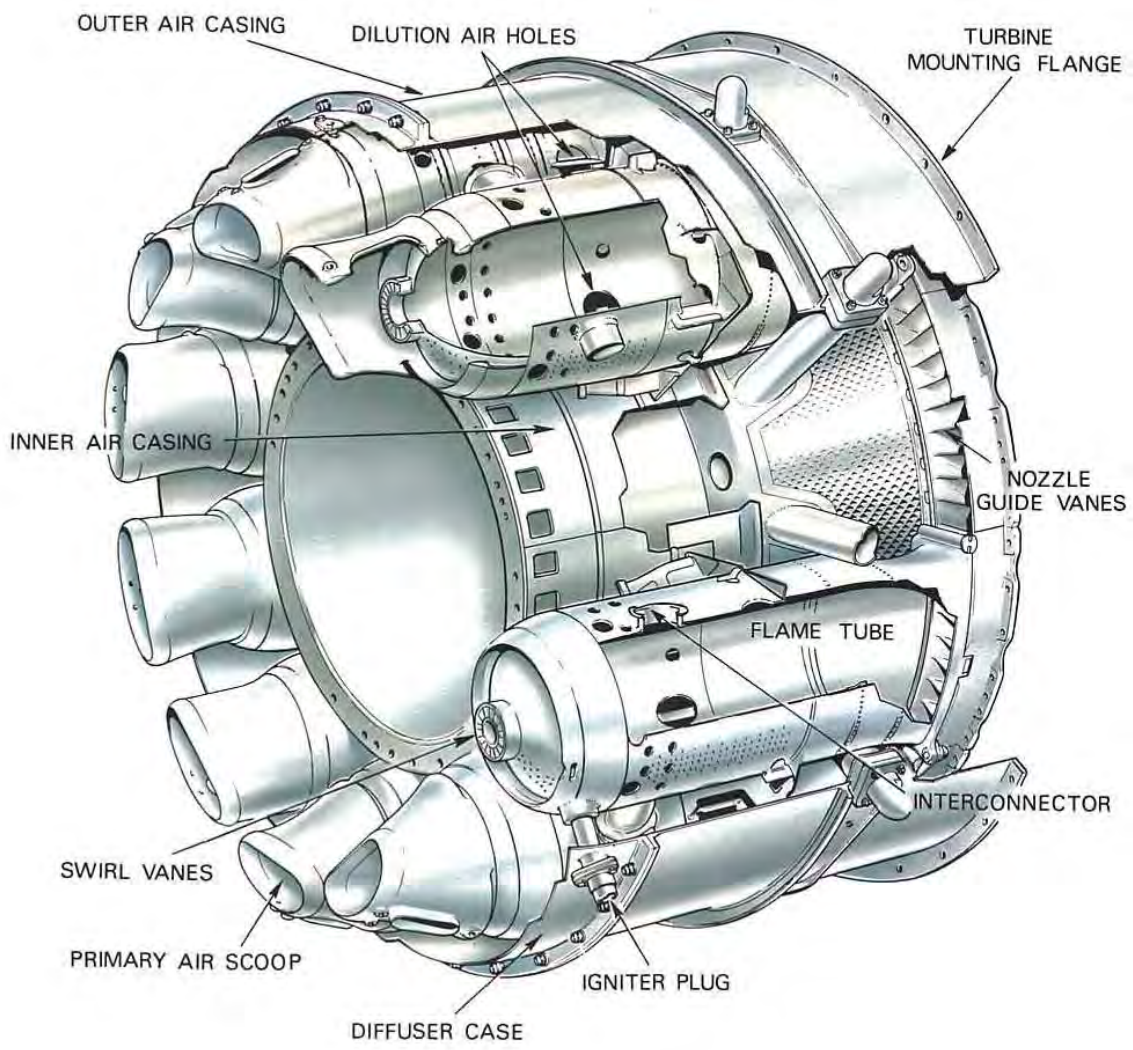



Figure 12.5: Camera di combustione tubo–anulare, da [44].

si incontrano inoltre difficoltà di sperimentazione (è necessario provare un'*intera* camera, invece che uno solo dei diversi combustori come nel caso dei combustori tubolari o tubo–anulari);

La fig. 12.7 confronta le sezioni trasversali dei diversi tipi di combustori; le diramazioni a stella indicano i punti di iniezione del combustibile, le linee tratteggiate i *liners* perforati, la linea a tratto pieno le pareti delle camere.

## 12.8 Prestazioni delle camere di combustione

Le prestazioni che si richiedono ad una camera di combustione sono:

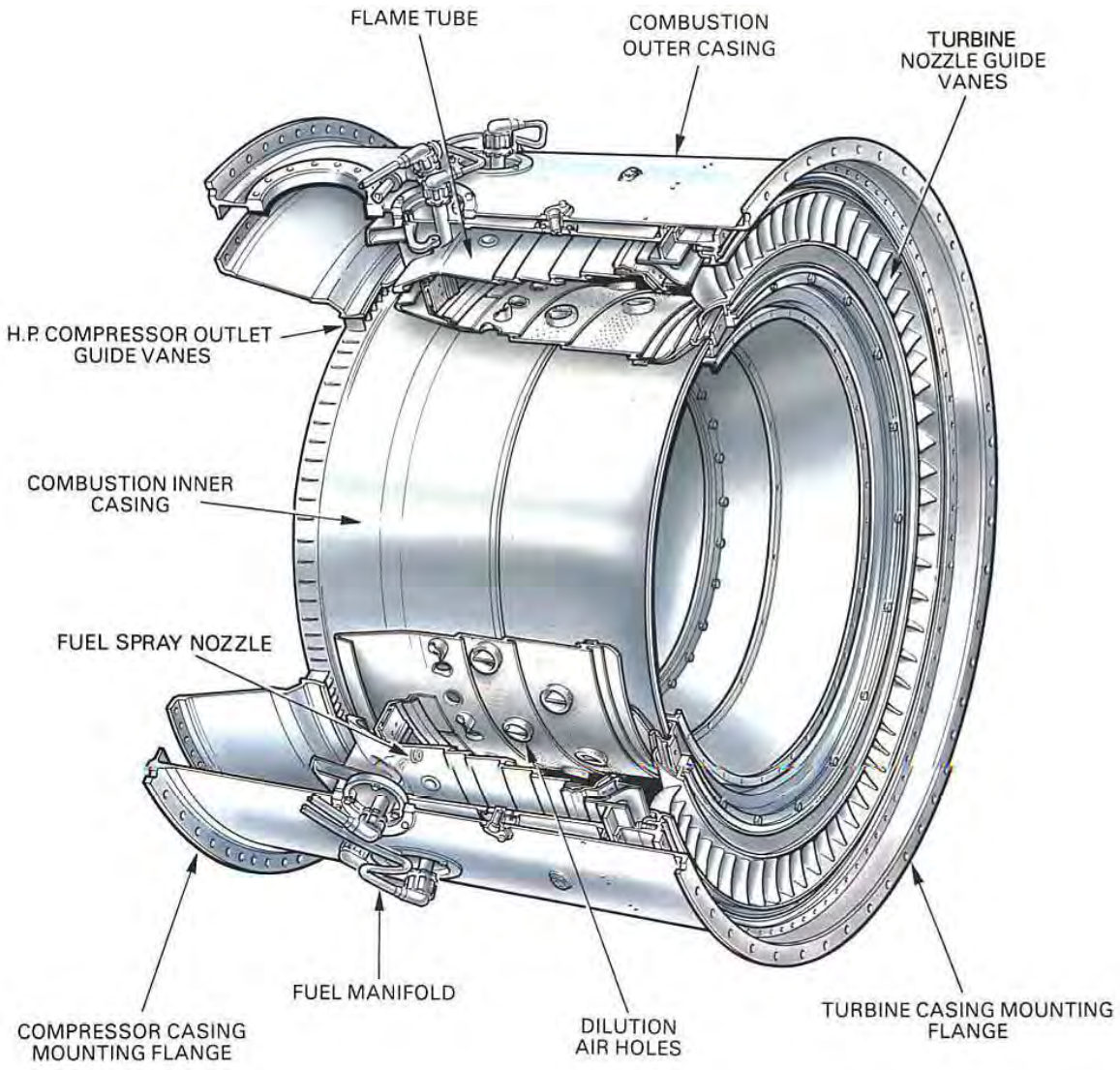



Figure 12.6: Camera di combustione anulare, da [44].

- una combustione pressoché completa (rendimento di combustione $\eta_b$ prossimo ad uno);
- basse perdite di pressione (rendimento pneumatico $\epsilon_b$ prossimo ad uno);
- basse emissioni di inquinanti (in particolare ossidi di azoto, monossido di carbonio, idrocarburi incombusti, particolato);
- una distribuzione della temperatura in uscita dal combustore pressoché uniforme (benché sia in effetti preferibile una temperatura lievemente più bassa alla radice dalla pala della successiva turbina, che sopporta l'intero sforzo centrifugo sulla paletta, ed anche alla sommità, dove si

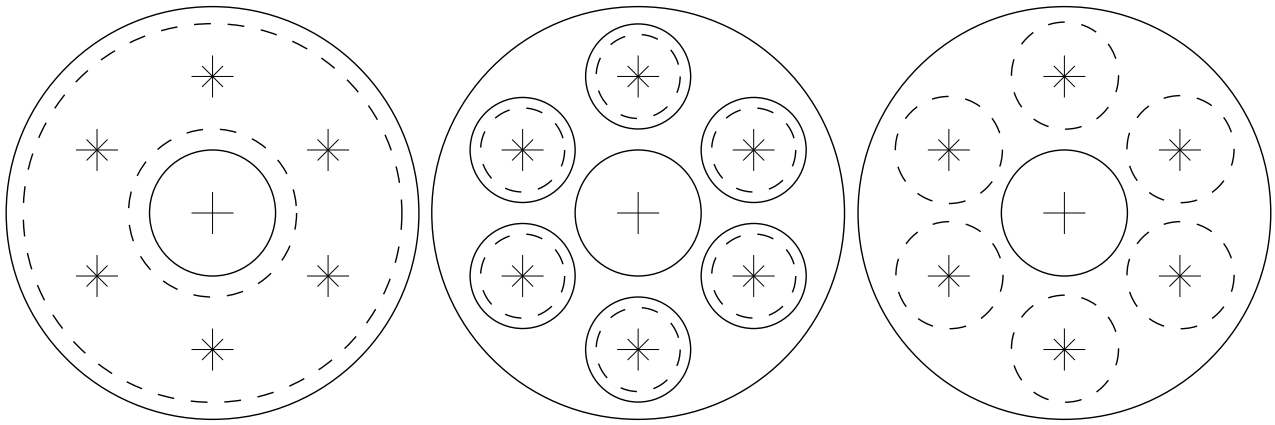


Figure 12.7: Sezione trasversale di camere anulari, tubolari, tubo–anulari.

trovano le tenute);

- dimensioni (lunghezza e sezione trasversale) contenute per problemi di peso e resistenza aerodinamica (per quanto ridurre le dimensioni della camera riduce il tempo di residenza, quindi influenza negativamente la completezza della combustione – occorre come sempre trovare un compromesso);
- una combustione stabile;
- assenza di problemi di spegnimento;
- un'elevata affidabilità;
- la possibilità di adattarsi ad ampie variazione della temperatura ambiente $T_a$, della pressione ambiente $p_a$, della portata d'aria $\dot{m}_a$, e della portata di combustibile $\dot{m}_f$.

La fig. 12.8 riporta la crescita storica della temperatura d'ingresso in turbina, che come sappiamo influenza la spinta specifica ed il consumo specifico. Si notino le temperature più alte dei motori per impiego militare (i quali tuttavia hanno conseguentemente una durata minore). La temperatura ammissibile dei prodotti all'ingresso della turbina è strettamente legata ai metodi di raffreddamento adottati per le palette.

La fig. 12.8 fa comunque riferimento alle condizioni al decollo, quando è richiesta la massima spinta, per cui si punta ad alti valori di $T_4$ per conseguire una elevata spinta specifica, vedi ad esempio la fig. 6.7, per quanto relativa ad un turbogetto semplice. In condizioni di volo di crociera si punta invece ad un basso consumo specifico, che richiede una moderata $T_4$, vedi fig. 6.8. Il valore di $T_4$

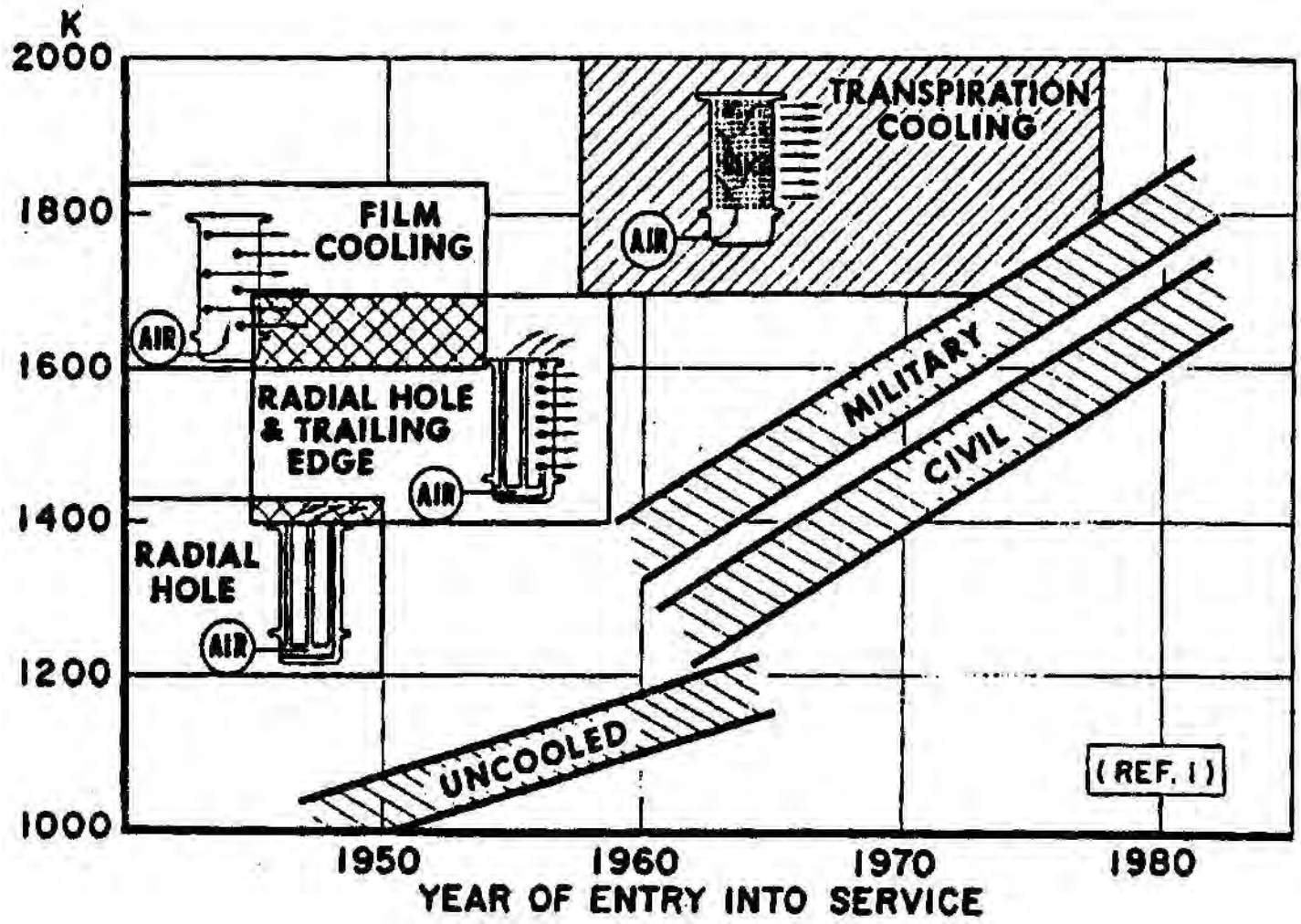



Figure 12.8: Evoluzione storica della temperatura di ingresso in turbina, adattata da [23].

in condizioni di volo di crociera è quindi tipicamente di circa 300 K inferiore a quello adottato al decollo, anche per consentire una più lunga vita delle palette della turbina. Ovviamente per ridurre $T_4$ si agisce sul rapporto combustibile/aria $f$, vedi (6.10).

## Domande di verifica

1. Cosa si intende per rapporto combustible/aria stechiometrico?

2. Cosa si intende per rapporto di equivalenza?

3. Quando una miscela si definisce ricca? E quando povera? In un turbogetto semplice la miscela

è ricca o povera? Perché?

4. Il rapporto di equivalenza è più alto in un turbogetto semplice o in uno statoreattore?

5. Perché in un combustore il flusso di aria si divide in aria primaria e secondaria? Qual è il valore *tipico* del rapporto di equivalenza (oppure del rapporto combustibile/aria) nella zona primaria del combustore? Qual è invece il corrispondente valore tipico *globale*?

6. Quali sono i processi che deve subire il combustibile dal momento dell'iniezione alla reazione con l'aria?

7. Descrivere le principali tipologie di camere di combustione impiegate in aeronautica.

8. Indicare alcuni tra i principali parametri che misurano la prestazione del combustore di un turbogetto.

9. Quali sono le principali ragioni che possono condurre a perdite di pressione totale nella camera di combustione?

10. Perché si vogliono ottenere flussi ricircolanti nelle camere di combustione nonostante questi inducano perdite di pressione totale?

11. Cosa si intende per rendimento di combustione ($\eta_b$)? Perché si ha $\eta_b < 1$?

12. A cosa sono dovute le perdite di pressione in un combustore (quantificate dal rendimento pneumatico del combustore $\epsilon_b$)?

13. Qual è il valore stechiometrico del rapporto combustibile/aria $f$ per combustione di un idrocarburo (tipo cherosene o benzina) in aria?

14. Perché si tende a temperature sempre più alte in camera di combustione?

15. Di quanto viene ridotta tipicamente la temperatura di uscita del combustore nel passaggio dalla fase di decollo a quella di crociera?

# Capitolo 13

# Turbomacchine

## 13.1 Introduzione

Le turbomacchine sono macchine che scambiano energia con il fluido grazie alla rotazione di una ruota (detta rotore o girante) calettata su un albero, munita alla periferia di pale, ed alloggiata in una cassa (detta statore) che può essere anch'essa munita di pale.

Finora abbiamo considerato le turbomacchine (compressori o fan, turbine) adottate nelle turbine a gas come 'scatole nere', vogliamo adesso in questo capitolo dare qualche concisa indicazione sui fattori che contribuiscono a definirne l'efficienza (o rendimento), che ovviamente si desidera il più alto possibile. Inoltre, per sistemi aerospaziali è fondamentale che ingombro e peso delle turbomacchine siano contenuti.

## 13.2 Classificazione

I differenti tipi di turbomacchine possono essere classificati in base a diversi criteri:

1. tipo di fluido elaborato:

   1a. *incompressibile* (liquido)

   1b. *compressibile* (gas);

2. direzione dello scambio energetico:

2a. *turbomacchine operatrici* ($L_s > 0$): la macchina *cede* energia al fluido (pompe, compressori[1], ventilatori, ...)

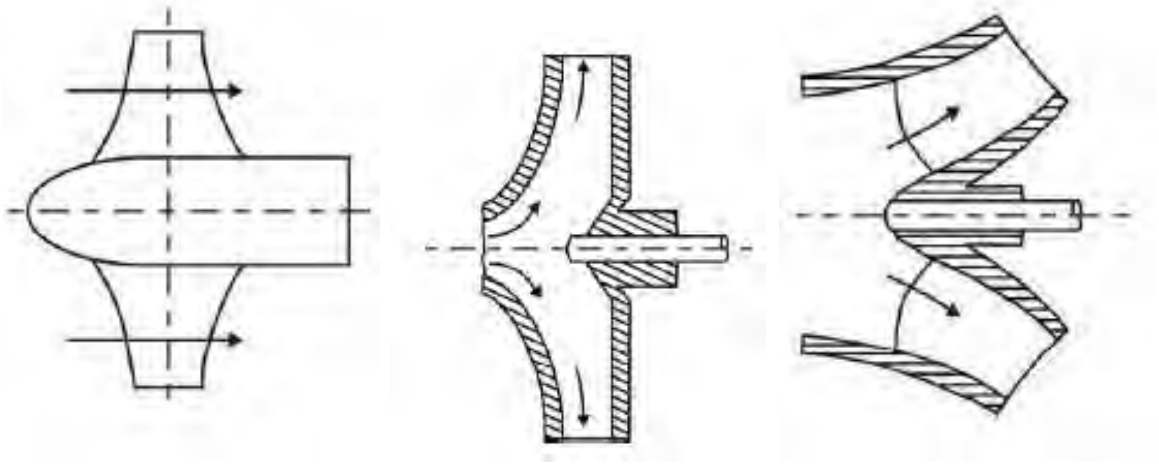
2b. *turbomacchine motrici* ($L_s < 0$): la macchina *assorbe* lavoro dal fluido e lo trasforma in energia disponibile all'albero (turbine[2] idrauliche, a gas, a vapore, ...)

3. direzione principale del flusso, vedi fig. 13.1:

3a. *turbomacchine assiali*: il flusso è diretto principalmente secondo l'asse di rotazione del rotore (o girante);

3b. *turbomacchine radiali*: il flusso è diretto principalmente in direzione radiale (ed in questo caso possono aversi macchine centrifughe – pompe o compressori, nei quali il fluido scorre verso l'esterno, oppure centripete – turbine, nelle quali il fluido scorre verso l'interno, cioè verso l'asse della macchina);

3c. *turbomacchine miste*: la direzione del flusso è intermedia tra assiale e radiale;



**ASSIALE** **RADIALE** **MISTA**

Figure 13.1: Schematizzazione indicativa della classificazione delle turbomacchine in base alla direzione principale del flusso, adattata da [70].

4. modalità di scambio energetico:

[1]Sottolineiamo che una pompa è una macchina che opera su un fluido incompressibile (un liquido), aumentandone la pressione, mentre il compressore opera su un fluido compressibile (un gas).

[2]Per le macchine motrici si usa invece lo stesso termine turbina, sia per fluidi compressibili che incompressibili.

4a. *turbomacchine ad azione*: il salto di pressione (o equivalentemente di entalpia, vedi par. 13.10) viene elaborato tutto nello statore (nel rotore varia solo l'energia cinetica del fluido);

4b. *turbomacchine a reazione*: il salto di pressione viene elaborato in parte nello statore ed in parte nel rotore.

## 13.3 Stadio di una turbomacchina

Le turbomacchine scambiano energia con il fluido attraverso uno o più stadi. Per stadio si intende l'insieme di una ruota palettata (rotore o girante) e di uno statore (anch'esso composto da palette, solidali alla cassa della turbomacchina, quindi fisse). Lo *stadio* è quindi il componente fondamentale della turbomacchina, costituito da:

**Rotore:** organo rotante in cui avviene lo scambio di energia (dalla macchina al fluido o viceversa), e può anche avvenire una trasformazione di energia (da cinetica a termica o viceversa);

**Statore:** organo fisso in cui avviene una trasformazione di energia (da cinetica a termica o viceversa).

Nella terminologia inglese le palette del rotore sono chiamate *blades*, quelle del rotore *vanes*.

Nelle macchine pluristadio più rotori sono calettati sullo stesso albero, per ottenere (nelle macchine operatrici) o sfruttare (nelle macchine motrici) elevati rapporti di pressione. In particolare, nei compressori per motori aeronautici possono aversi fino a 15–20 stadi, ognuno dei quali fornisce un piccolo rapporto di compressione $\beta_{c,i}$, generalmente compreso tra 1.2 e 1.7 (perché nel compressore la pressione va crescendo nella direzione del flusso, quindi tende ad ostacolarlo[3], o come si dice il gradiente di pressione è *avverso*), mentre per le turbine il numero di stadi è molto più limitato, generalmente compreso tra 1 e 4, perché in questo caso la pressione va scendendo e quindi favorisce il moto (gradiente di pressione *favorevole*).

La fig. 13.2 mostra schematicamente la successione degli stadi in un compressore assiale a 4 stadi. Notiamo che ogni stadio è composto da un rotore ed uno statore, ed il rotore precede lo statore. Il rapporto di compressione complessivo della macchina sarà pertanto, indicando con $p_{i,in}$ e $p_{i,out}$ le pressioni di entrata ed uscita del generico stadio $i$-esimo

[3]Nel senso che può arrivare a provocare il distacco del flusso dalla paletta, cioè l'insorgere di una zona di ricircolazione, specie se la curvatura della paletta è molto accentuata, condizione quest'ultima necessaria se si vogliono conseguire alti $\beta_{c,i}$.

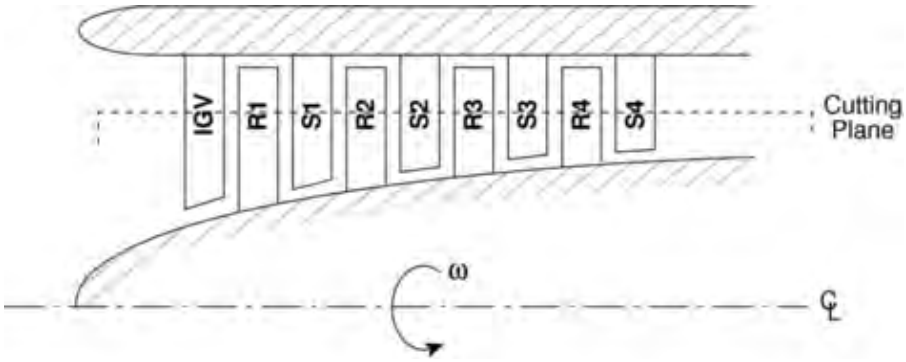



Figure 13.2: Schema di un compressore assiale a quattro stadi.

$$\beta_c = \frac{p_{4,out}}{p_{1,in}} = \frac{p_{1,out}}{p_{1,in}} \frac{p_{2,out}}{p_{2,in}} \frac{p_{3,out}}{p_{3,in}} \frac{p_{4,out}}{p_{4,in}} = \beta_{c,1}\, \beta_{c,2}\, \beta_{c,3}\, \beta_{c,4} \tag{13.1}$$

essendo evidentemente

$$p_{1,out} = p_{2,in}; \qquad p_{2,out} = p_{3,in}; \qquad p_{3,out} = p_{4,in} \tag{13.2}$$

e più in generale, per un compressore a $N$ stadi

$$\boxed{\beta_c = \prod_{i=1}^{N} \beta_{c,i}} \tag{13.3}$$

Notiamo però che il primo stadio è preceduto da una palettura fissa indicata come IGV (che sta per *Inlet Guide Vane*, palettatura fissa all'ingresso di guida) che serve appunto a guidare il flusso nella direzione richiesta all'ingresso nel primo stadio, vedi par. 13.5.1, e nella quale si ha invece una modesta espansione (ossia la pressione diminuisce, anziché aumentare come avviene nei successivi stadi del compressore).

## 13.4 Equazione di Eulero

Vogliamo ora esaminare come avviene lo scambio di energia tra il fluido e la macchina. Consideriamo il flusso entro una turbomacchina, come schematizzato nella fig. 13.3; in un punto generico del campo, la velocità *assoluta* $\vec{u}$ *del fluido* può essere scomposta in tre componenti:

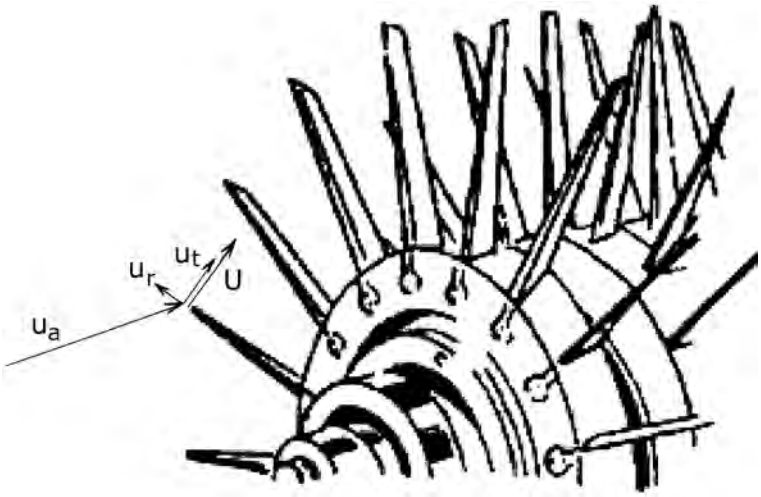



Figure 13.3: Componenti della velocità del flusso: assiale $u_a$, radiale $u_r$, tangenziale $u_t$, e velocità $U$ della pala, adattata da [71].

$$\vec{u} \;=\; u_a\,\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{a}} \;+\; u_r\,\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{r}} \;+\; u_t\,\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{t}} \tag{13.4}$$

quindi una componente $u_a$ diretta secondo la direzione dell'asse della turbomacchina (di versore $\hat{\mathbf{j}}_a$, orientato dall'ingresso verso l'uscita del flusso), poi una componente $u_r$ in direzione radiale (di versore $\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{r}}$, orientato verso l'esterno), ed infine una componente tangenziale $u_t$ (di versore $\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{t}}$, orientato nel verso di rotazione della macchina[4]). La velocità *della pala* ad un dato raggio $r$ (distanza dall'asse di rotazione), diretta tangenzialmente, è invece indicata con $\vec{U}$; il suo modulo è legato alla velocità angolare di rotazione $\omega$ (espressa in rad/s) dalla relazione

$$U \;=\; \omega\, r \tag{13.5}$$

Sottolineiamo che la velocità del fluido $\vec{u}$ considerata nella (13.4) è la velocità *assoluta*; quest'ultima può essere espressa come somma di una velocità del fluido $\vec{w}$ *relativa alla pala*, più la velocità di trascinamento $\vec{U}$ dovuta al moto delle pale

[4]Nella fig. 13.3 il punto del quale si considerano le componenti di velocità è posto per chiarezza grafica all'estremità della pala, ma analoghe considerazioni possono essere applicate ad un qualsiasi punto entro la macchina.

$$\vec{u} \;=\; \vec{w} \,+\, \vec{U} \;=\; \vec{w} \,+\, \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{13.6}$$

dove $\vec{\omega} = \omega\, \hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{a}}$ è il vettore velocità angolare, e $\vec{r} = r\, \hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{r}}$ è il vettore raggio. Poiché la velocità di trascinamento $\vec{U}$ presenta solo la componente tangenziale, le componenti assiali della velocità del fluido assoluta e relativa coincidono, e lo stesso vale per le componenti radiali.

L'unica componente della velocità assoluta che presenta un momento rispetto all'asse è quella tangenziale. Nell'unità di tempo la massa che entra nella turbomacchina è la portata in massa $\dot{m}$ attraverso di essa, per cui la componente della quantità di moto *in direzione tangenziale* che entra nella macchina nell'unità di tempo è $\dot{m}\, u_{t,1}$, vedi fig. 13.4, e poiché la distanza media dall'asse della sezione di ingresso è $r_1$, il corrispondente momento della quantità di moto entrante nella macchina nell'unità di tempo è

$$\dot{m}\, u_{t,1}\, r_1 \tag{13.7}$$

ed il flusso del momento della quantità di moto uscente è analogamente

$$\dot{m}\, u_{t,2}\, r_2 \tag{13.8}$$

dove $u_{t,1}$ e $u_{t,2}$ sono evidentemente le componenti tangenziali delle velocità assolute in ingresso e in uscita (ortogonali al piano della fig. 13.4). La coppia all'asse $C$ può pertanto essere espressa, dall'equazione di conservazione del momento della quantità di moto (o seconda equazione cardinale, applicata al volume di controllo in giallo in fig. 13.4), come variazione del momento della quantità di moto contenuta nel volume di controllo nell'unità di tempo, che per portata in massa costante si scrive

$$C \;=\; \frac{d(m\, u_t\, r)}{dt} \;=\; \dot{m}\, u_{t,2}\, r_2 \;-\; \dot{m}\, u_{t,1}\, r_1 \;=\; \dot{m}\, (u_{t,2}\, r_2 \;-\; u_{t,1}\, r_1) \tag{13.9}$$

La potenza all'asse è, utilizzando la (13.5)

$$P \;=\; C \cdot \omega \;=\; \dot{m}\, (\omega\, r_2\, u_{t,2} \;-\; \omega\, r_1\, u_{t,1}) \;=\; \dot{m}\, (U_2\, u_{t,2} \;-\; U_1\, u_{t,1}) \tag{13.10}$$

quindi la potenza per unità di portata in massa, ossia il lavoro per unità di massa, è dato dalla relazione

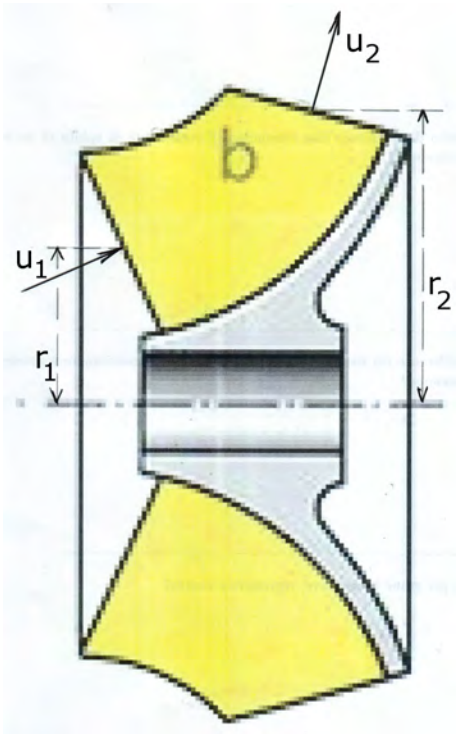



Figure 13.4: Volume di controllo per la determinazione del bilancio del momento della quantità di moto in una turbomacchina, adattato da [72].

$$\boxed{L_s \;=\; U_2\, u_{t,2} \;-\; U_1\, u_{t,1}} \tag{13.11}$$

che prende il nome di equazione di Eulero. Essa è di fondamentale importanza in quanto, come vedremo, pone in relazione il lavoro con la geometria delle palette. Dalle (13.10, 13.5) si osserva che le turbomacchine radiali, ove $r_2 \gg r_1$, permettono di sviluppare un elevatissimo lavoro per stadio. Per le turbomacchine assiali invece è $r_2 \simeq r_1$ per cui la (13.11) si riduce a

$$L_s \;=\; U\, \Delta u_t \tag{13.12}$$

Notiamo che nelle turbomacchine operatrici (compressori e pompe), nelle quali si ha un aumento della pressione, le sezioni di passaggio del fluido (tra due palette adiacenti, in direzione normale alla velocità *del fluido*) vanno aumentando, mentre nelle turbomacchine motrici (turbine) esse vanno diminuendo nel senso del moto del fluido, vedi successive figg. 13.8 e 13.11. Tuttavia, la sezione di passaggio *normale all'asse* della macchina $A$ è vincolata dall'equazione di conservazione della massa (2.20), nella quale però va considerata la componente di velocità assiale

$$\dot{m} \;=\; \rho\, u_a\, A \tag{13.13}$$

Nei compressori, nei quali la densità va crescendo attraverso i successivi stadi, e la componente assiale di velocità si mantiene costante, la sezione normale $A$ andrà diminuendo, per cui le palette degli stadi successivi sono progressivamente più corte, vedi figg. 13.2, 13.18 e 13.19. L'opposto si verifica nelle turbine, ove la densità va progressivamente diminuendo, per cui le palette sono progressivamente più lunghe, vedi fig. 13.25.

## 13.5 Triangoli di velocità

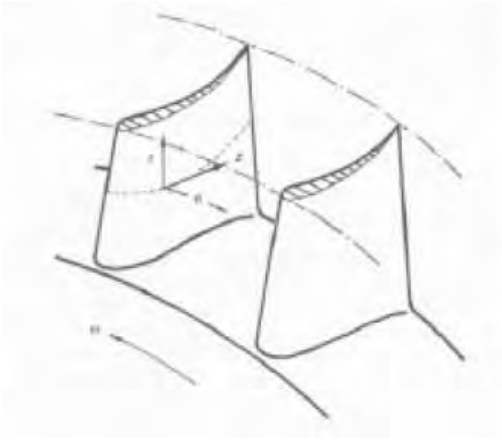


Figure 13.5: Intersezioni della superficie cilindrica coassiale con le palette, da [73].

Per comprendere come lo scambio energetico in uno stadio sia legato alla geometria delle palette, introduciamo il concetto di triangoli di velocità. Consideriamo per esempio la turbomacchina in fig. 13.2 (un compressore assiale, ma il concetto può essere applicato a qualsiasi tipo di macchina), e supponiamo di tagliare idealmente le palette con una superficie cilindrica coassiale alla macchina, la cui traccia è tratteggiata in figura. Le intersezioni delle palette con tale superficie cilindrica avranno perciò l'aspetto indicato con il tratteggio in fig. 13.5. Immaginiamo ora di stendere tale superficie cilindrica in piano: otterremo quindi qualcosa del tipo indicato in fig. 13.6, dove sono evidenziate le intersezioni con il primo ed il secondo stadio (non consideriamo per il momento la preruota, IGV).

Osserviamo che l'angolo d'incidenza del flusso sulle palette è molto piccolo, usualmente compreso tra 2° e 4°, per cui la velocità del fluido risulta sostanzialmente parallela al bordo di entrata della paletta (in ingresso) ed al bordo di uscita (appunto in uscita dalla paletta). Per velocità qui si intende la

velocità rispetto alla pala, quindi la velocità *assoluta* $\vec{u}$ per lo statore, la velocità *relativa* $\vec{w}$ per il rotore.

### 13.5.1 Triangoli di velocità del compressore

Nella fig. 13.7, che fa riferimento ad un compressore assiale, i profili delle palette sono orientati in modo che il flusso risulti arrivare dall'alto (quindi la figura è ruotata in senso orario di 90° rispetto alla fig. 13.6). La velocità (relativa) $w_1$ in ingresso alla paletta del rotore (o meglio la sua componente sulla superficie cilindrica – stesa in piano, dove non viene considerata la componente radiale), indicata in blu a destra in alto, è quindi sostanzialmente parallela al bordo d'attacco della paletta del rotore, mentre la velocità (sempre relativa) in uscita $w_2$ è parallela al bordo di uscita; come si vede la curvatura della paletta ha modificato la direzione del flusso. La componente assiale della velocità è indicata tratteggiata in rosso in figura, e (per un compressore) è sostanzialmente costante attraverso i vari stadi della macchina. Per ottenere le velocità assolute (o meglio le loro componenti sulla superficie cilindrica) occorre sommare vettorialmente alla velocità relativa la velocità di trascinamento $\vec{U}$, che come detto presenta la sola componente tangenziale (quest'ultima riportata in viola). La velocità assoluta in ingresso (indicata in verde) è pertanto indicata come $u_1$; la sua componente nella direzione tangenziale $u_{t1}$ (che compare nell'equazione di Eulero) è rappresentata dal segmento marrone. Si ricavano analogamente la velocità assoluta in uscita $u_2$ e la sua componente tangenziale $u_{t2}$. La velocità assoluta $u_2$ è quindi la velocità di ingresso nello statore, il cui bordo di attacco dovrà pertanto essere sostanzialmente parallelo a tale direzione. Attraverso i passaggi tra due palette dello statore il flusso viene nuovamente deviato, in modo che la velocità assoluta in uscita sia uguale alla

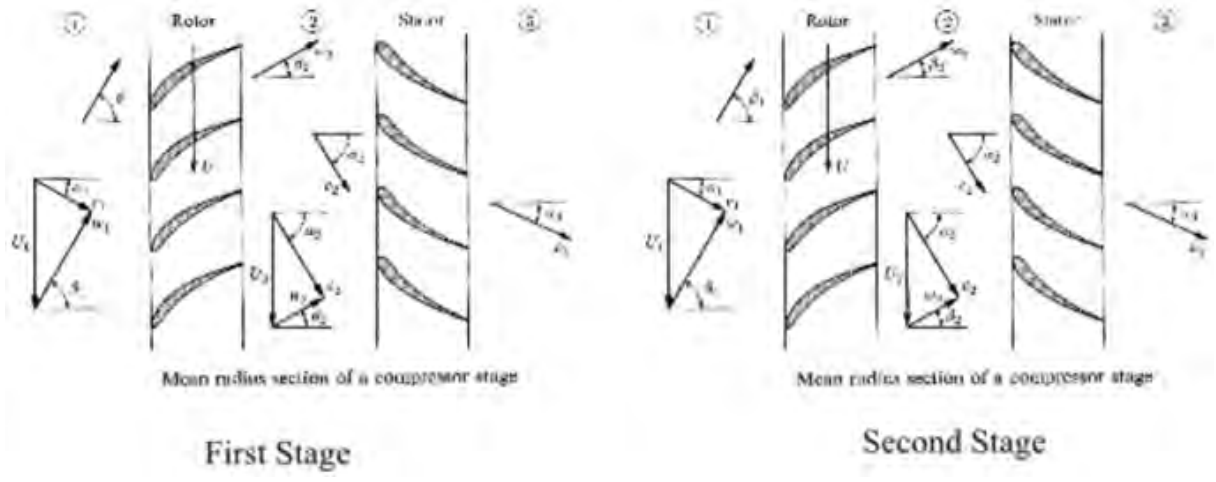



Figure 13.6: Intersezioni della superficie cilindrica coassiale (stesa in piano) con le palette del primo e secondo stadio.

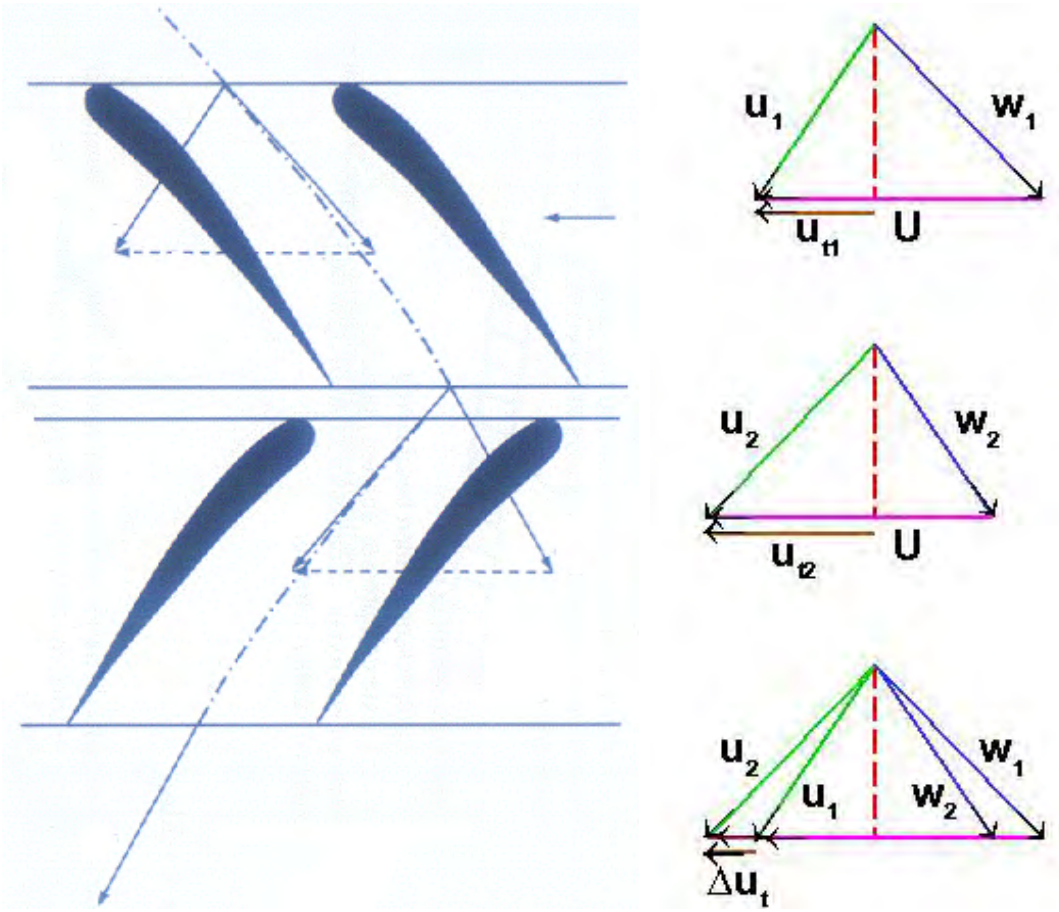



Figure 13.7: Stadio di un compressore assiale; (sinistra) intersezioni delle palette con la superficie cilindrica, (destra) triangoli di velocità: (alto) rotore, (basso) statore.

velocità assoluta $u_1$ in ingresso, sì da poter porre a valle dello statore un secondo stadio uguale al primo, e così via, fino ad ottenere il rapporto di compressione desiderato. In realtà, come vedremo, gli stadi non sono in genere esattamente tutti uguali fra loro; inoltre, mentre le figg. 13.6 e 13.7 danno l'impressione che in uno stadio il numero di palette rotoriche e statoriche sia lo stesso, in realtà nelle turbomacchine moderne il numero di palette rotoriche di uno stadio è sempre superiore al numero delle palette statoriche, più del doppio nel caso di un compressore (un poco meno nel caso di una turbina), per ragioni legate al contenimento del rumore emesso dalla macchina. La fig. 13.8 evidenzia che, come già accennato, l'area trasversale del condotto tra due pale, cioè *normale alla velocità del fluido*, (la cui traccia è rappresentata dai segmenti con due frecce all'estremità) va aumentando nella direzione del moto, tanto nel rotore che nello statore, in modo da dar luogo ad una compressione.

Come già osservato, il primo stadio del compressore è preceduto da una preruota (IGV in fig. 13.2),

ossia una palettatura fissa che serve ad indirizzare il flusso nella direzione richiesta dal rotore del primo stadio, ossia la $u_1$ in fig. 13.7, come esemplificato in fig. 13.9. Attraverso i passaggi tra le palette della preruota l'area normale al flusso va diminuendo (vedi anche successiva fig. 13.11), per cui si ha un'espansione (anziché una compressione, come nei successivi stadi).

### 13.5.2 Triangoli di velocità della turbina

La fig. 13.10, relativa ad una turbina assiale, riporta le intersezioni delle palette di una stadio con la superficie cilindrica, ed i relativi triangoli di velocità. Notiamo che nella turbina lo statore precede il rotore, a differenza del compressore. Si noti anche la nettamente maggiore curvatura delle palette, dovuta al fatto che, come accennato nel par. 13.3, il gradiente di pressione in questo caso è favorevole, per cui è possibile elaborare grandi salti di pressione per stadio senza timore di un distacco del flusso dalle palette (cioè ricircolazione). Nel caso indicato in figura il flusso entra nello statore con una velocità $u_1$ (parallela al bordo d'attacco della paletta) prossima a quella assiale; per effetto della forte curvatura della paletta, il flusso viene deviato nella direzione $u_2$ (parallela al bordo di uscita) indicata nel triangolo di velocità. La velocità *relativa* al rotore è pertanto la $w_2$, per la (13.6), per cui il bordo d'attacco del successivo rotore dovrà avere tale direzione. Supponendo ancora di avere stadi tutti uguali, la velocità *assoluta* in uscita dal rotore dovrà avere la stessa direzione di $u_1$, per cui la velocità relativa in uscita dal rotore sarà ancora la $w_1$.

In maniera simile, ancorché opposta, a quanto visto per il compressore, la fig. 13.11 evidenzia che, come già accennato, l'area trasversale, cioè normale alla velocità, (con traccia rappresentata dai

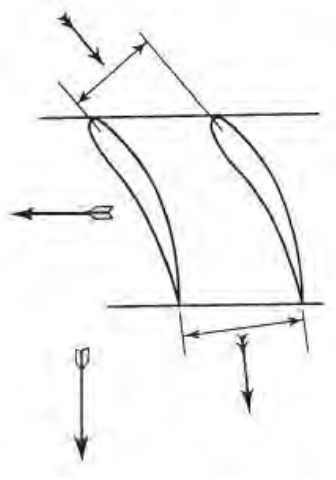


Figure 13.8: Aumento della sezione di passaggio del fluido nel flusso tra due pale di un compressore assiale.

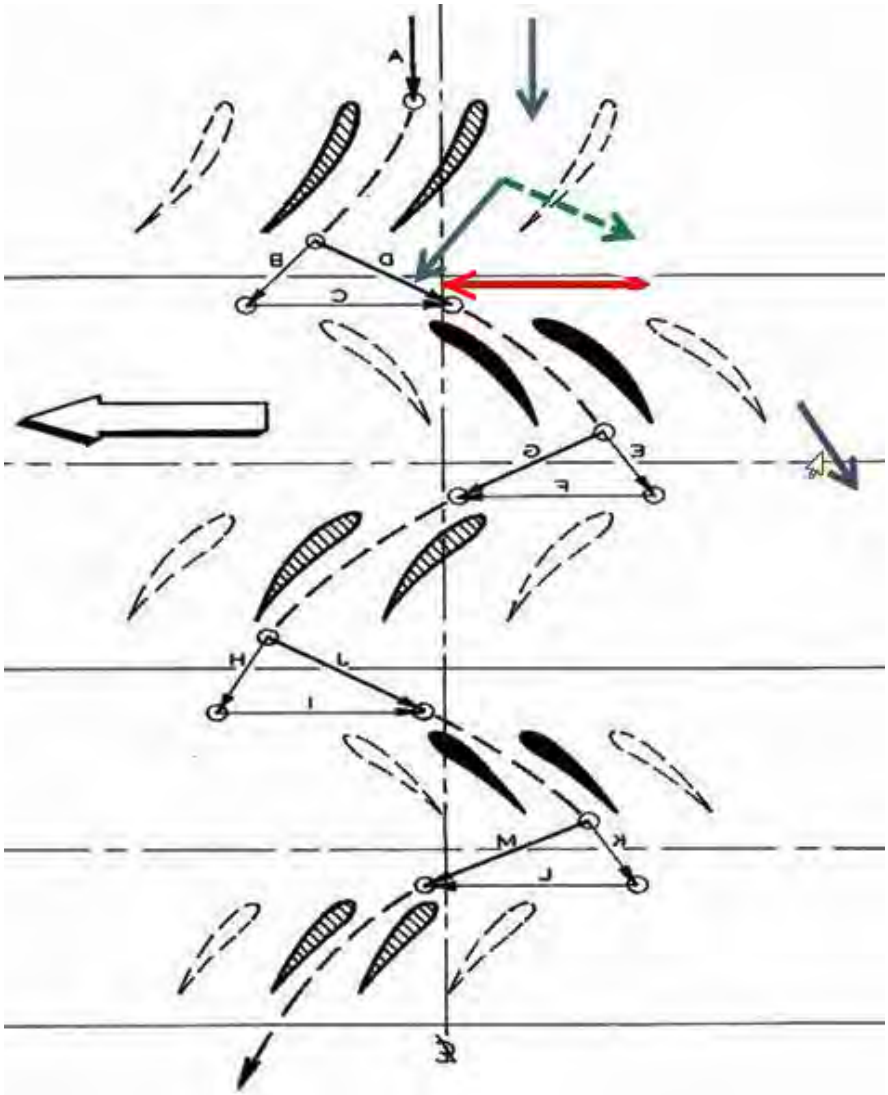



Figure 13.9: Preruota (in alto) e successivi primo e secondo stadio di un compressore assiale, e relativi triangoli di velocità (con velocità assolute in grigio, relative in verde, di trascinamento in rosso).

segmenti con due frecce all'estremità) va diminuendo nella direzione del moto, tanto nello statore che nel rotore, in modo da dar luogo ad un'espansione.

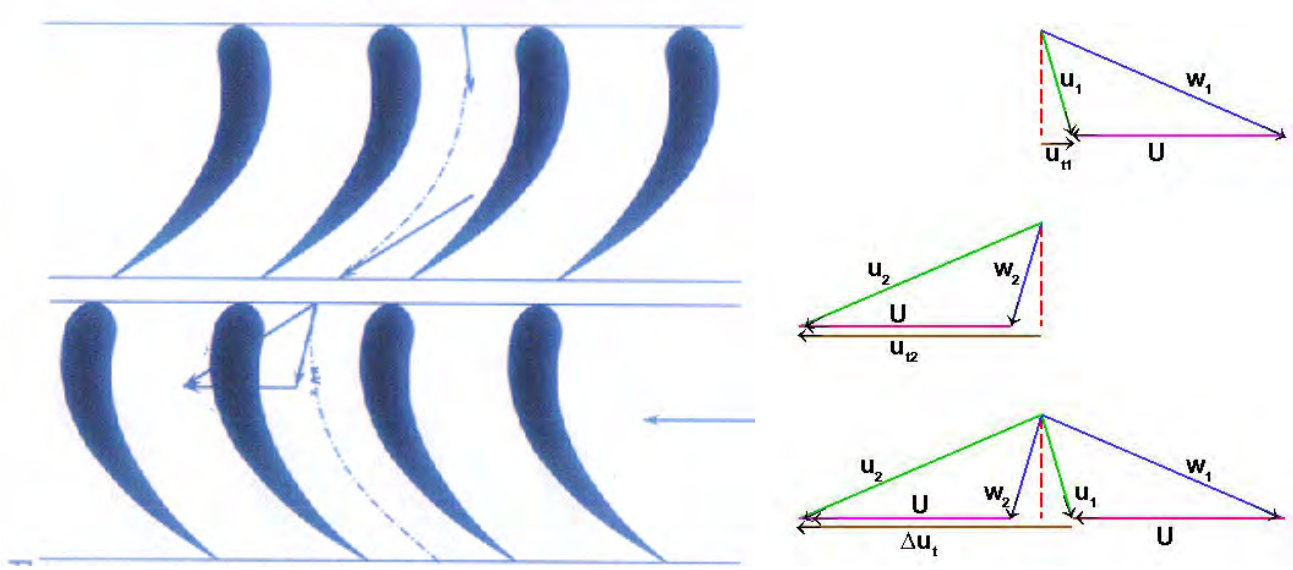



Figure 13.10: Stadio di una turbina assiale; (sinistra) intersezioni delle palette con la superficie cilindrica, (destra) triangoli di velocità: (alto) statore, (basso) rotore.

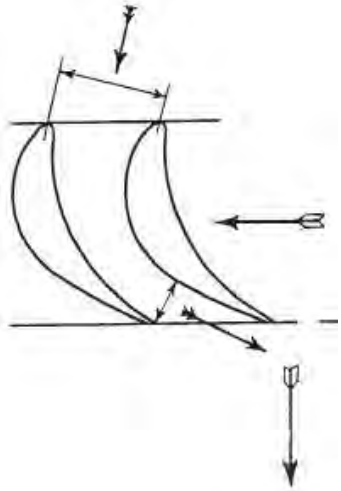


Figure 13.11: Diminuzione della sezione di passaggio del fluido nel flusso tra due pale di una turbina assiale.

### 13.5.3 Svergolamento delle pale

Per la (13.5), la velocità $U$ della paletta cresce, in una macchina assiale, procedendo dalla radice verso l'estremità della pala; questo comporta una modifica dei triangoli di velocità, come illustrato[5]

[5]Nella fig. 13.12a la velocità della paletta $U$ è diretta verso destra, a differenza della fig. 13.7, ossia il rotore ruota in senso opposto. Inoltre, nella fig. 13.12a la velocità assoluta all'ingresso dello stadio è diretta assialmente (situazione

nella fig. 13.12a, e conseguentemente una variazione del profilo della pala lungo la sua altezza, ossia la pala è *svergolata*.

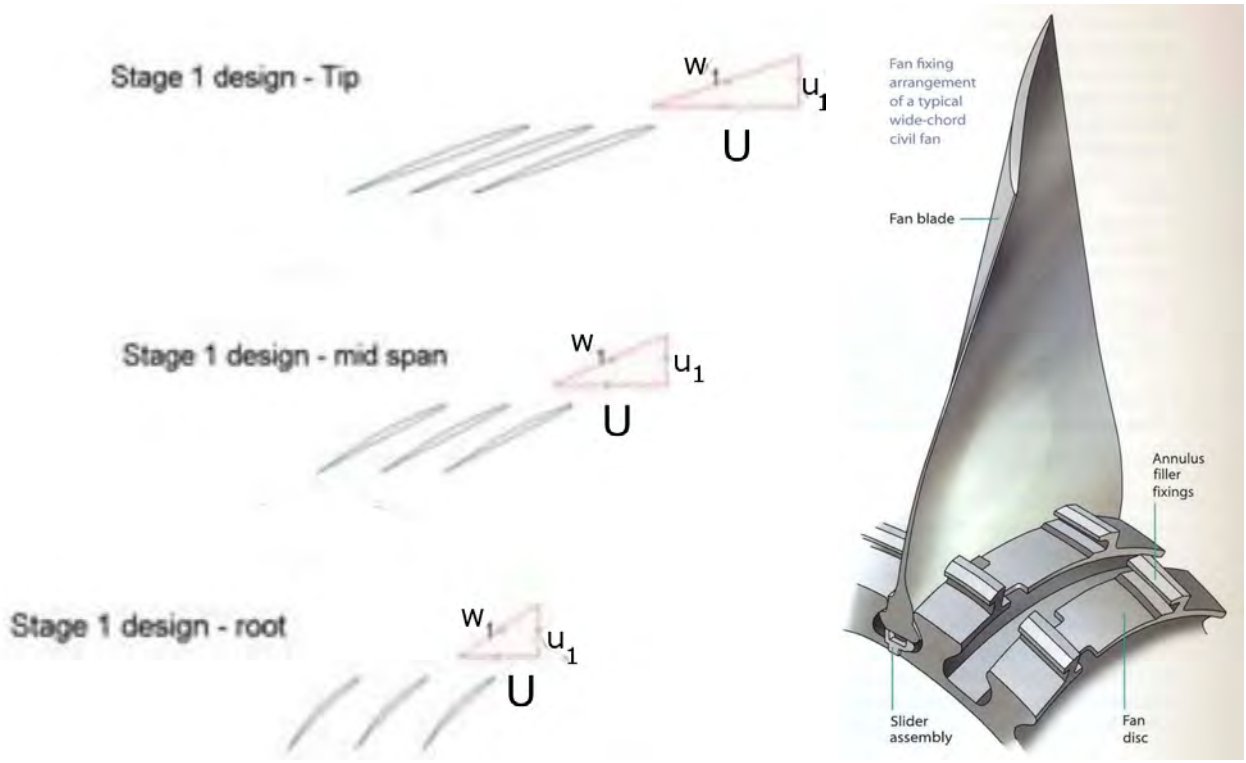



Figure 13.12: (sinistra) Triangoli di velocità a diverse altezze della pala; (destra) svergolamento della pala di un fan, adattata da [74, 75].

La fig. 13.12b mostra lo svergolamento della pala di un fan; analoghe considerazioni si applicano comunque a compressori e turbine.

## 13.6 Macchine pluristadio

Abbiamo definito il rendimento (complessivo) di un compressore (composto da un numero $N$ di stadi), secondo la (4.38), come

$$\eta_{c,tot} = \frac{\Delta h'_{tot}}{\Delta h_{tot}} \tag{13.14}$$

tipica dei fan, che non adottano una preruota o IGV).

essendo $\Delta h'_{tot}$ e $\Delta h_{tot}$ i corrispondenti salti entalpici complessivi, ideale e reale. Analogamente, possiamo definire il rendimento di un singolo stadio $i$ come

$$\eta_{st,i} = \frac{\Delta h'_i}{\Delta h_i} \tag{13.15}$$

Vogliamo ora vedere come il rendimento (13.15) del singolo stadio è legato a quello dell'intera macchina (13.14). Supponiamo per esempio di avere un compressore composto da $N = 4$ stadi, tutti con lo stesso rendimento $\eta_{st}$, vedi fig. 13.13.

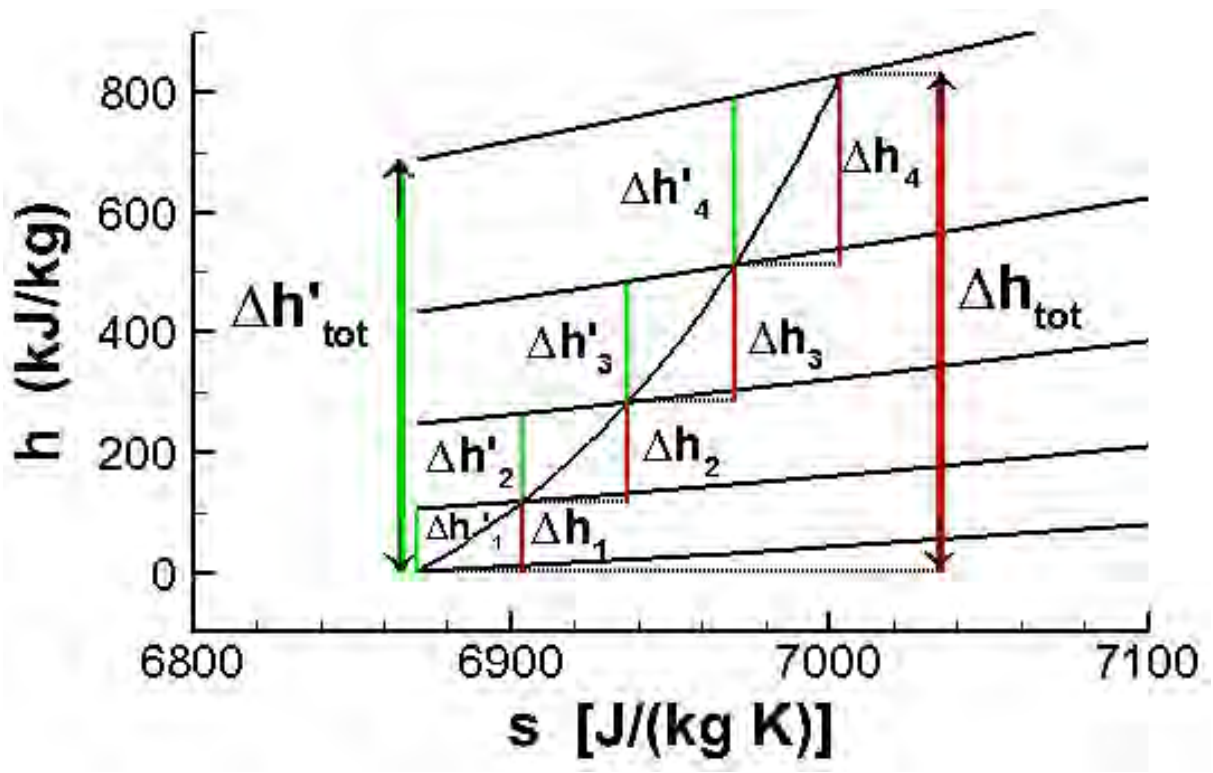



Figure 13.13: Rappresentazione nel piano $h$–$s$ del processo di compressione in un compressore a quattro stadi (segmenti verdi: salti entalpici ideali; segmenti rossi: salti entalpici reali).

Dalla figura si può desumere che il salto entalpico *reale* complessivo del compressore è la somma dei salti entalpici reali dei singoli stadi

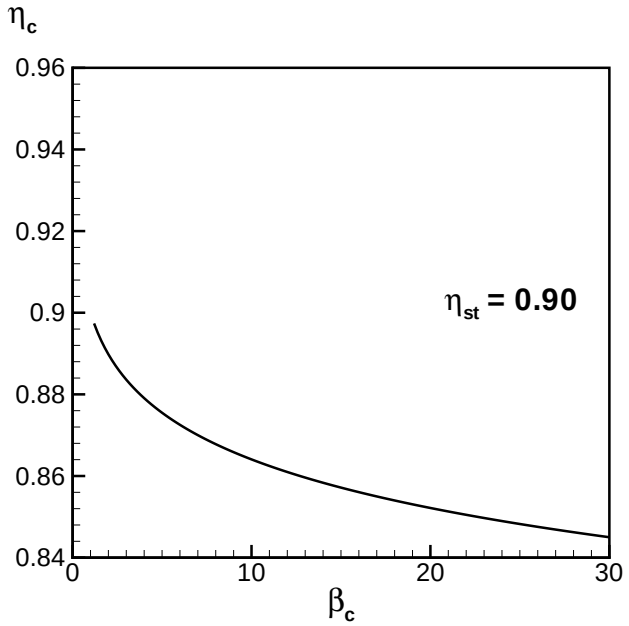



Figure 13.14: Andamento del rendimento isentropico del compressore al variare del rapporto di compressione, fissato il rendimento del singolo stadio.

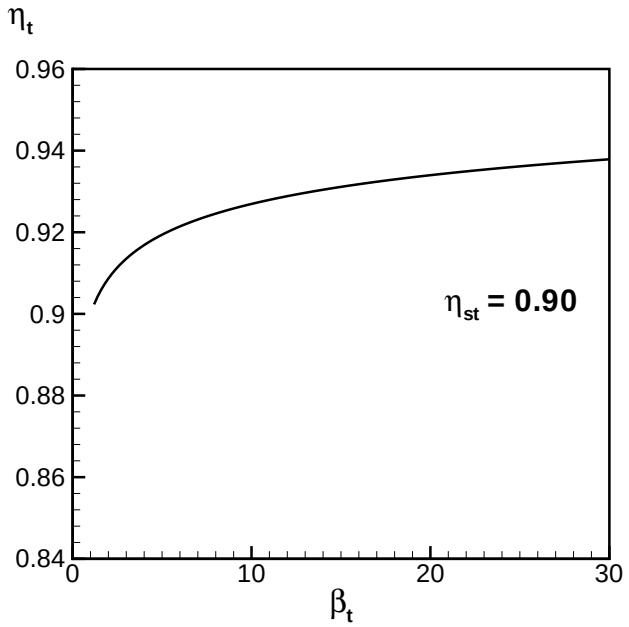



Figure 13.15: Andamento del rendimento isentropico della turbina al variare del rapporto di espansione, fissato il rendimento del singolo stadio.

$$\Delta h_{tot} \;=\; \sum_{i=1}^{N} \Delta h_i \tag{13.16}$$

ma, per la divergenza delle isobare, il salto entalpico *ideale* complessivo è inferiore alla somma dei salti entalpici ideali dei singoli stadi

$$\Delta h'_{tot} \;<\; \sum_{i=1}^{N} \Delta h'_i \tag{13.17}$$

Questo comporta, per la (13.14), che il rendimento complessivo del compressore è *inferiore* al rendimento dei singoli stadi. Più in generale, possiamo dire che il rendimento isentropico di un compressore *diminuisce* all'aumentare del rapporto di compressione, fissato il rendimento di stadio, come illustrato in fig. 13.14.

Per una turbina invece si verifica la situazione opposta, ossia il rendimento isentropico complessivo della turbina è *superiore* al rendimento dei singoli stadi, come illustrato in fig. 13.15. Questo perché la definizione (4.39) di rendimento di una turbina è inversa rispetto a quella di un compressore

$$\eta_{t,tot} \;=\; \frac{\Delta h_{tot}}{\Delta h'_{tot}} \tag{13.18}$$

e valgono ancora le relazioni (13.16,13.17). Quindi in generale risulta $\eta_t \;>\; \eta_c$.

## 13.7 Compressori

In un motore aeronautico, il compressore può essere, in linea di principio, sia radiale (centrifugo) che assiale, anche se vedremo che i secondi sono di gran lunga più adottati.

### 13.7.1 Compressori centrifughi

La fig. 13.16 mostra due tipi di rotori di un compressore centrifugo; in quello in alto l'aria entra da sinistra, mentre in quello in basso l'aria entra sia da sinistra che da destra, permettendo quindi di elaborare una maggiore portata a parità di diametro del rotore (però i condotti che portano l'aria al compressore dovranno essere opportunamente conformati).

Figure 13.16: Rotori di compressori centrifughi, da [44].

La fig. 13.17 mostra invece l'insieme del rotore (detto anche, con terminologia inglese, *impeller*) e dello statore (*diffuser*).

I compressori centrifughi presentano alcuni vantaggi rispetto ai compressori assiali. Come già osservato nel par. 13.4, essi sono in grado di scambiare un elevato lavoro per stadio, potendo arrivare fino ad un valore del rapporto di compressione di 10 (contro un valore di circa 2 massimo ottenibile per stadio di compressore assiale). Sono per questo anche meno costosi, comportando un molto minore numero di stadi. Tuttavia, essi presentano lo svantaggio fondamentale di una grande area frontale, che comporterebbe per un aereo una elevata resistenza aerodinamica. Sono adottati solo in motori di spinta o potenza limitate.

Figure 13.17: Rotore (interno) e statore (esterno) di un compressore centrifugo, da [76].

### 13.7.2 Compressori assiali

I compressori assiali, a causa del basso valore del rapporto di compressione del singolo stadio, presentano come detto un numero elevato di stadi. Come già osservato, poiché la densità dell'aria va aumentando attraverso il compressore, e la componente *assiale* della velocità viene mantenuta costante ad un valore ottimale [6], la sezione trasversale di passaggio deve progressivamente diminuire, come si può constatare in particolare dalla fig. 13.18 in alto. Questo comporta che le palette dei primi stadi sono molto più lunghe di quelle degli ultimi stadi[7]. Poiché gli sforzi centrifughi cui sono sottoposte le palette dipendono in particolare dalla loro lunghezza, la massima velocità di rotazione della macchina è vincolata dalla resistenza delle palette del primo stadio. Una bassa velocità di rotazione della macchina significa però una velocità tangenziale delle palette $U$ bassa, quindi un basso lavoro per stadio in base all'equazione di Eulero (13.11). Risulta allora conveniente dividere il compressore in più sezioni, ognuna dalle quali ruota a velocità diverse; esse sono perciò azionate da turbine distinte attraverso alberi coassiali, per quanto in alcuni casi si adottino riduttori del numero di giri per ottenere lo stesso risultato. Nel caso in cui si abbiano due sezioni, una di bassa pressione

[6]Tale valore deriva da un compromesso tra l'esigenza di elaborare un alto lavoro per stadio, che porterebbe ad un'alta velocità assiale, e quella di limitare le perdite per attrito tra il fluido e le palette, proporzionali al quadrato della velocità. Tipicamente si adottano valori di $u_a$ tra i 100 ed i 150 m/s.

[7]Le palette dei primi stadi risultano pertanto pesanti. Per contenere il numero di stadi con pale pesanti, i primi stadi sono disegnati per dare un rapporto di compressione per stadio più alto ($\beta_{c,i}$ anche lievemente maggiore di 2) di quello degli ultimi stadi, pur a scapito del rendimento (i triangoli di velocità dei diversi stadi quindi *non* sono tutti uguali, a differenza di quanto inizialmente supposto per chiarezza espositiva nel commento alla fig. 13.7).

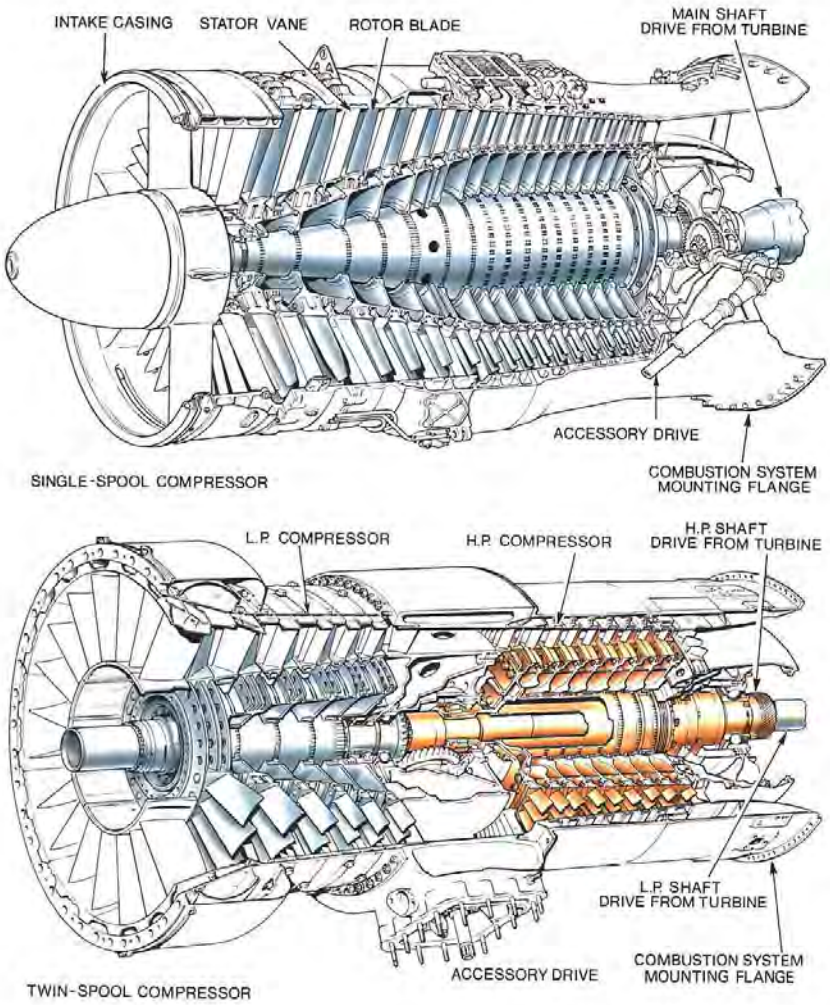



Figure 13.18: Compressori assiali *single spool* e *twin spool*, da [44].

(o LP, *low pressure*, ruotante a velocità più bassa), ed una di alta pressione (o HP – *high pressure*, ruotante a velocità più alta), la configurazione viene chiamata *twin–spool* (configurazione preferita da General Electric e Pratt & Whitney), vedi ancora la fig. 13.18 in basso.

La Rolls–Royce invece preferisce una configurazione *triple–spool*, vedi fig. 13.19, in cui il compressore è diviso in tre sezioni, LP (che per Rolls–Royce indica il fan), poi IP (*intermediate pressure*), e HP, azionate dunque da tre differenti turbine ruotanti a velocità diverse; per esempio nel motore Trent XWB (destinato all'Airbus 350), il gruppo turbina–fan (LP) ruota a 2700 rpm (*revolutions per minute*, giri al minuto), il gruppo IP a 8200 rpm, il gruppo HP a 12600 rpm. Tuttavia negli ultimi anni si va diffondendo, grazie a miglioramenti nel campo dei materiali, l'uso di riduttori, che

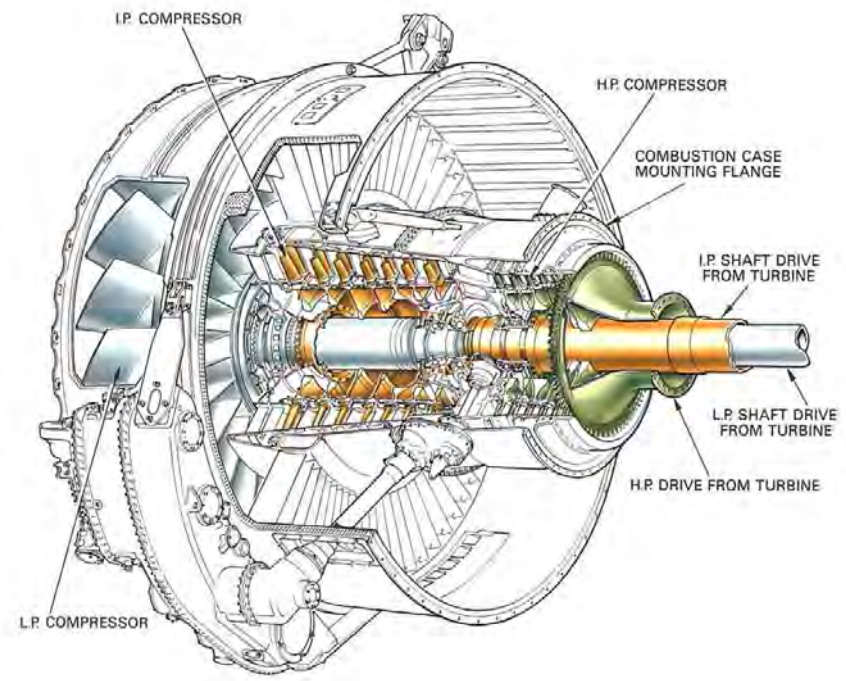



Figure 13.19: Compressore assiale *triple spool*, da [44].

consentono di azionare più sezioni del compressore a velocità di rotazione diverse mediante una sola turbina. La scelta del numero degli *spools* dipende comunque dalla particolare applicazione: per motori destinati ad aerei a lungo raggio può essere preferibile una configurazione *triple spool* per contenere i consumi, in questo caso molto importanti. Per aerei a raggio breve o medio può essere invece più importante l'esigenza di ridurre i pesi ed i costi della macchina, il che porta a preferire configurazioni *twin spool*, vedi fig. 13.20.

Abbiamo osservato che le palette degli ultimi stadi sono molto corte; poiché il valore del *gap* tra estremità delle palette e cassa del compressore non può andare al disotto di un certo valore minimo, questo comporta che una parte non del tutto trascurabile del flusso di aria che passa attraverso gli ultimi stadi sfugge attraverso tale *gap*. Per contenere tale problema, le estremità delle pale sono sagomate a guisa di una sottile unghia, vedi fig. 13.21, la quale pur toccando accidentalmente la cassa non danneggierebbe la pala, ma subirebbe una lieve deformazione assicurando in tal modo il minimo possibile valore del *gap*.

Alcuni motori adottano statori in cui l'angolo di calettamento delle pale può essere variato attraverso un apposito meccanismo, vedi fig. 13.22, in modo da consentire alla macchina di operare nelle condizoni più appropriate alle diverse fasi del volo.

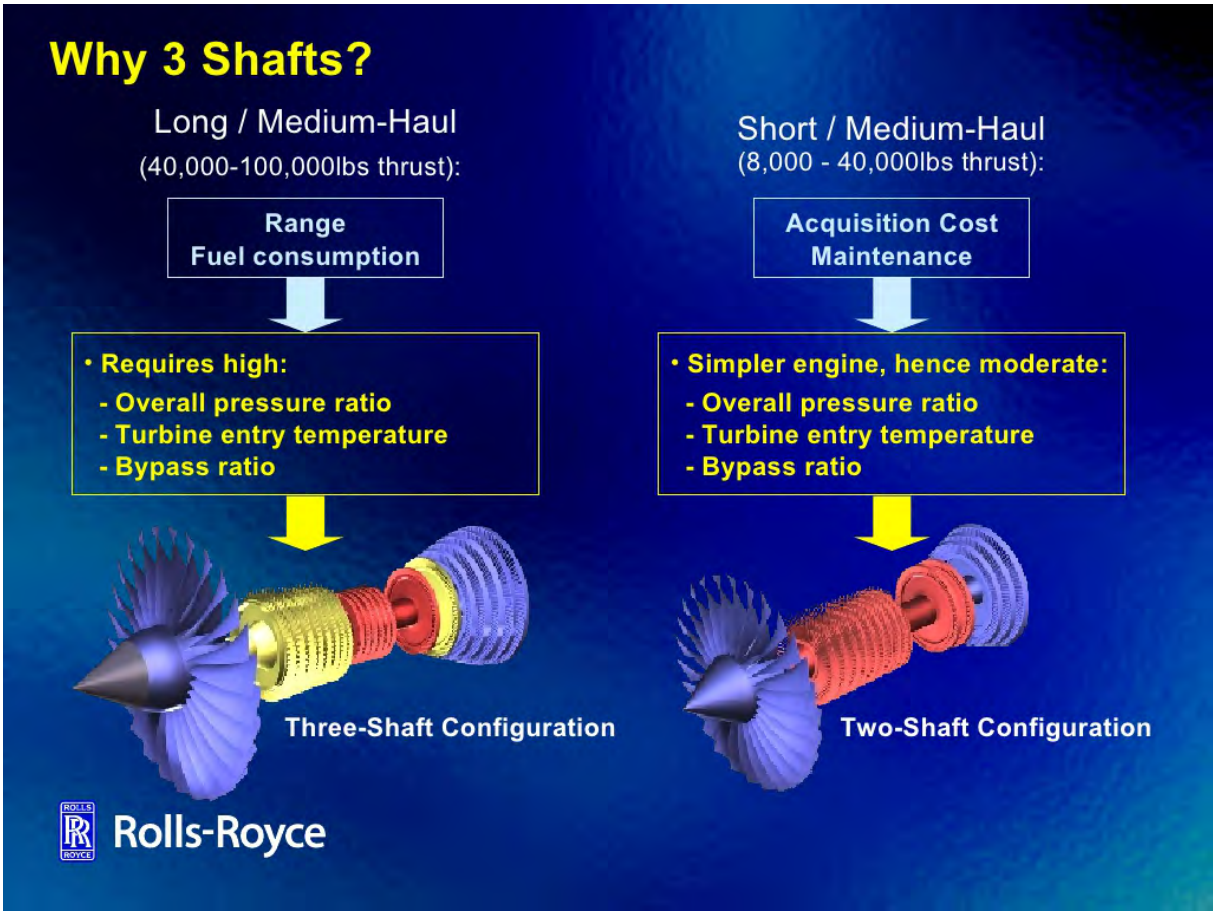



Figure 13.20: Criteri preferenziali per motori *triple spool* (a sinistra) e *twin spool* (a destra), da [77].

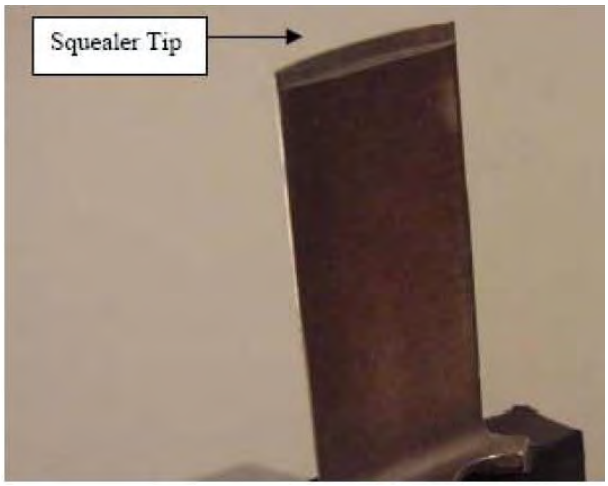



Figure 13.21: Tenuta all'estremità di una pala di compressore assiale, da [73].

Le pale del rotore di uno stadio sono calettate su un disco; nella configurazione convenzionale, vedi fig. 13.23 a sinistra, le pale sono inserite sul disco mediante innesti a coda di rondine. Dalla metà inizi degli anni '80 è stata introdotta la configurazione *blisk* (contrazione di *blade* e *disk*) in cui il disco e le palette del rotore costituiscono un unico pezzo, ottenuto per fusione, vedi fig. 13.23

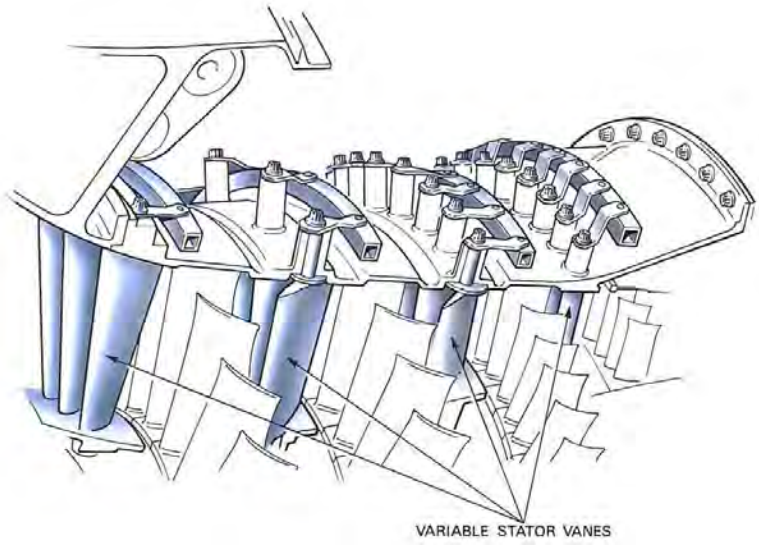



Figure 13.22: Meccanismo per variare l'angolo di calettamento delle pale dello statore di un compressore assiale, da [44].

Figure 13.23: Rotore convenzionale (a sinistra), *blisk* (al centro), e *bling* (a destra, da [77].

al centro; questo permette di ottenere pezzi più leggeri, con una maggiore efficienza aerodinamica (perché non sono presenti viti e bulloni che deteriorano il flusso), e più resistenti. Tuttavia in caso di ingestione di oggetti estranei (FOI, *Foreign Object Ingestion*, tipicamente un uccello, *bird strike*) e conseguente danneggiamento di alcune palette, si deve sostituire tutto il *blisk* anziché le sole palette interessate. Per danneggiamenti di minore rilevanza, si cerca in officina di smussare la parte danneggiata, il che porta ad una piccola riduzione del rendimento. Per contenere ulteriormente il peso delle turbomacchine, i motori più moderni adottano una configurazione *bling* (*bladed ring*), vedi fig. 13.23 a destra.

### 13.7.3 Fan

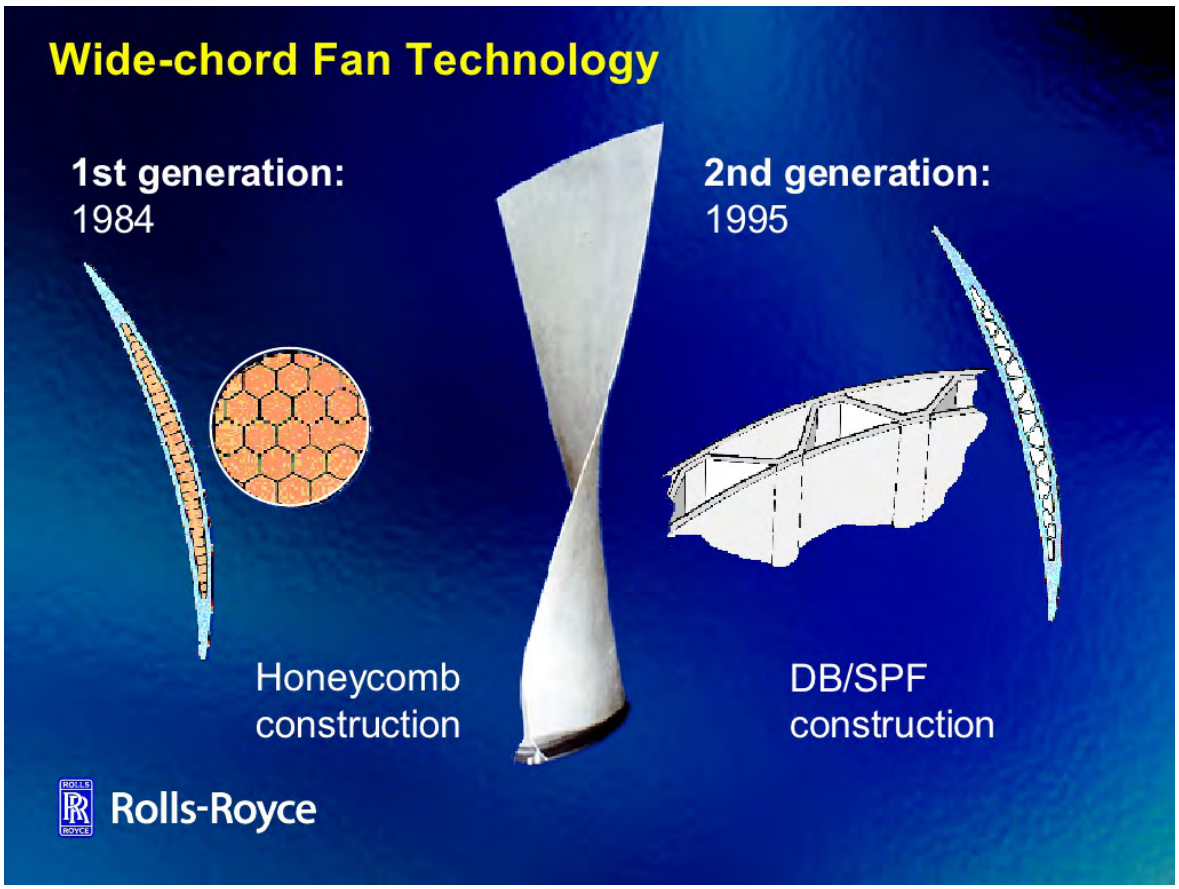



Figure 13.24: Struttura interna delle pale del fan, da [77].

Il fan è un compressore, solitamente ad uno od al massimo due stadi, che fornisce quindi un piccolo incremento di pressione all'intera portata che scorre entro il motore, primaria $\dot{m}_{a,1}$ più secondaria $\dot{m}_{a,2}$ (mentre le varie sezioni del compressore elaborano la sola portata primaria). L'area trasversale

di passaggio $A$ che compare nella (13.13) risulta quindi molto maggiore di quella del compressore (anche perché la densità all'ingresso è più bassa), e pertanto le pale del fan sono molto lunghe e contribuiscono in maniera determinante al peso del motore. Per contenerne il peso, le pale sono cave, e per evitarne la deformazione esse sono riempite con una struttura leggera a nido d'ape, vedi fig. 13.24 a sinistra, oppure con strutture di rinforzo, vedi pannello a destra. Per esempio, una pala del fan del motore GE90, realizzata in materiale composito, lunga oltre 120 cm, pesa meno di 22 kg.

## 13.8 Turbine

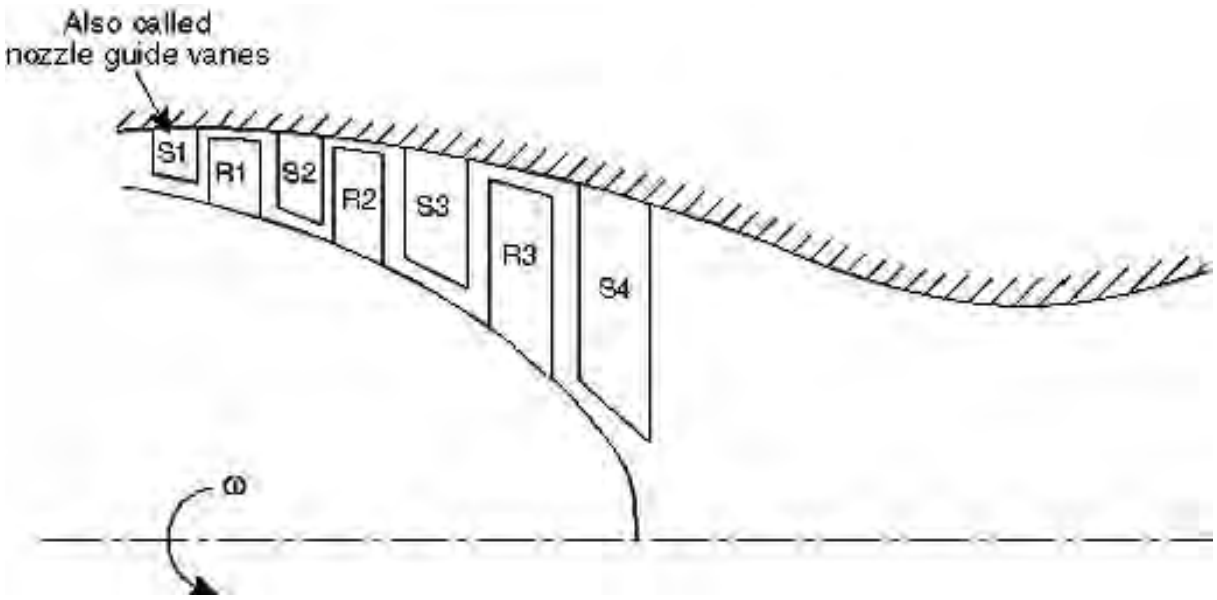



Figure 13.25: Schema di una turbina assiale a quattro stadi.

La fig. 13.25 mostra schematicamente la successione degli stadi in una turbina assiale a 4 stadi. Notiamo che ogni stadio è composto da uno statore ed uno rotore, ed in questo caso lo statore precede il rotore. Si noti che per una turbina le pale diventano progressivamente più lunghe per stadi successivi, a causa della diminuzione della densità del gas, che richiede quindi maggiori aree trasversali di passaggio.

La fig. 13.26a mostra una turbina assiale *single spool*, mentre la fig. 13.26b mostra una turbina *twin spool*; si notino, a sinistra, le estremità dei due alberi coassiali. Infine, la fig. 13.26c mostra una turbina *triple spool*; anche in questo caso si possono notare, a sinistra, le estremità degli alberi coassiali, in questa configurazione appunto in numero di tre, ciascuno collegato ad una diversa sezione della turbina.

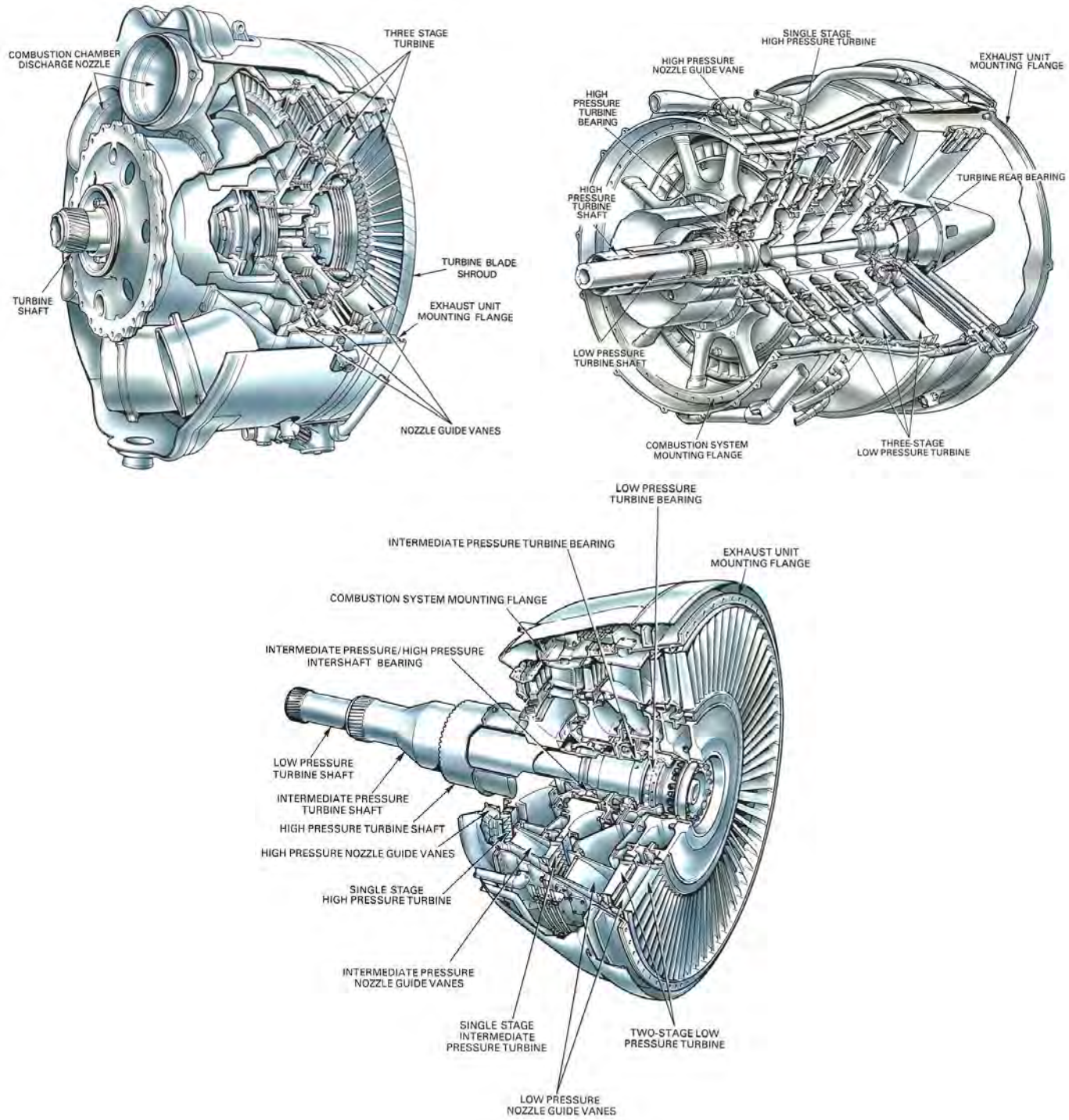



Figure 13.26: Turbine assiali *single spool* (in alto a sinistra), *twin spool* (in alto a destra), e *triple spool* (in basso), da [44].

## 13.9 Materiali

La fig. 13.27 mostra l'andamento tipico di pressione e temperatura lungo un motore aeronautico (turbofan). Le diverse condizioni di temperatura e pressione entro la macchina, e l'esigenza di ridurre al minimo i pesi, impongono l'uso di materiali appropriati per ogni sezione; la fig. 13.28 riporta indicazioni in tal senso. Le parti soggette a più alta temperature devono essere realizzate in superlega, ossia una lega basata principalmente su nickel, per via della sua alta resistenza specifica[8] ad elevate temperature[9], vedi fig. 13.29; altre parti meno sollecitate termicamente sono realizzate in materiali più leggeri.

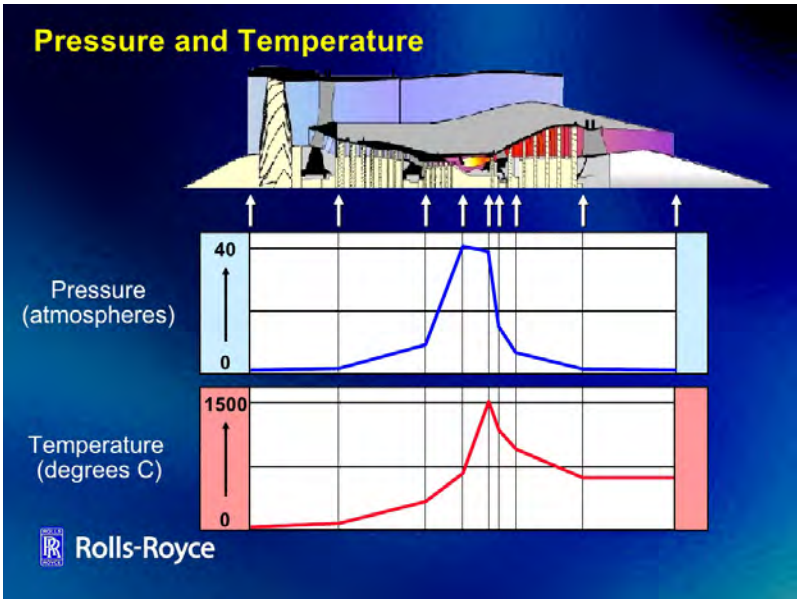



Figure 13.27: Andamento tipico di pressione e temperatura entro un motore turbofan, da [77].

Per via delle alte temperature dei prodotti di combustione che le investono (sempre molte centinaia di gradi al disopra del punto di fusione dei materiali), le pale della turbina devono essere raffreddate mediante aria relativamente fredda proveniente dal compressore (in realtà anch'essa piuttosto calda per via della compressione). La fig. 13.30 mostra come si sono evolute negli anni le tecniche di raffreddamento. Inizialmente l'aria 'fredda' veniva fatta scorrere in un singolo passaggio scavato all'interno della pala, poi sono stati adottati più passaggi e si è ricorso inoltre al *film cooling*, ossia l'aria di raffreddamento viene fatta traspirare attraverso orifici sulla superficie della pale per formare un film relativamente freddo a protezione della pala stessa. Nei motori più moderni si adottano fino

[8] Rapporto carico ammissibile/densità, ossia un indice della resistenza del materiale per unità di massa.

[9] Fino ad oltre 1200 K, comunque diverse centinaia di gradi al disotto della temperatura dei prodotti di combustione, per cui le palette devono essere adeguatamente raffreddate.

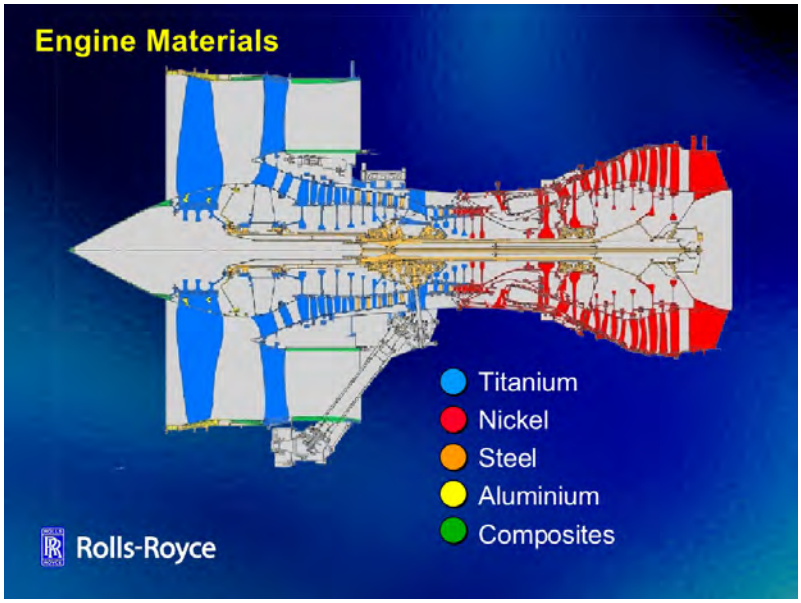



Figure 13.28: Materiali utilizzati per le turbomacchine, da [77].

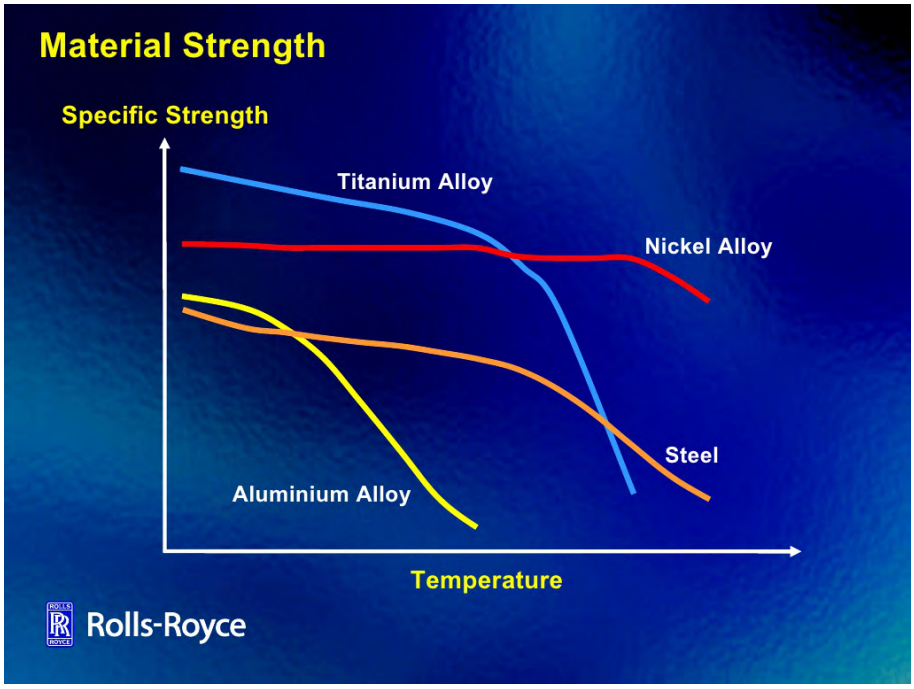



Figure 13.29: Resistenza specifica dei materiali in funzione della temperatura, da [77].

a cinque passaggi entro la pala, più il *film cooling*. Queste tecniche hanno permesso di adottare temperature $T_4$ di ingresso in turbina sempre più elevate, con un importante effetto sulle prestazioni, in particolare la spinta specifica.

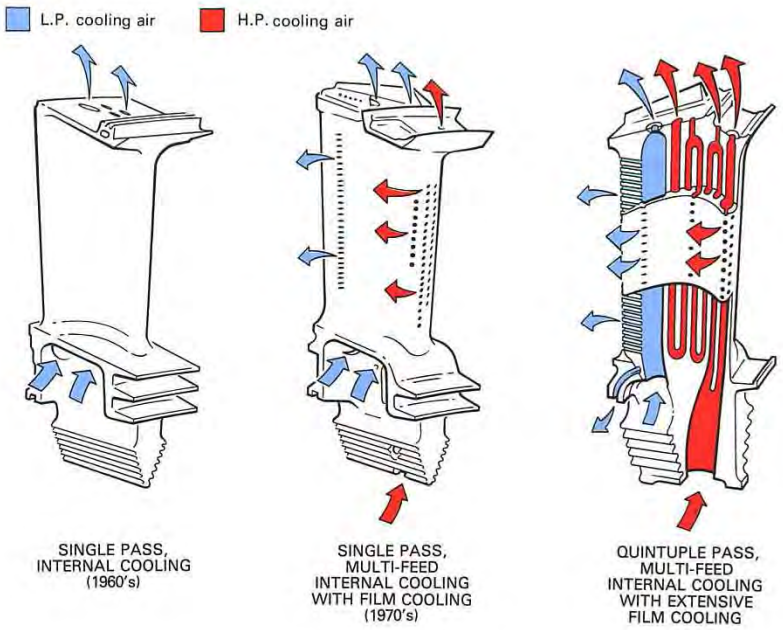



Figure 13.30: Evoluzione delle tecniche di rafffreddamento delle pale della turbina, da [44].

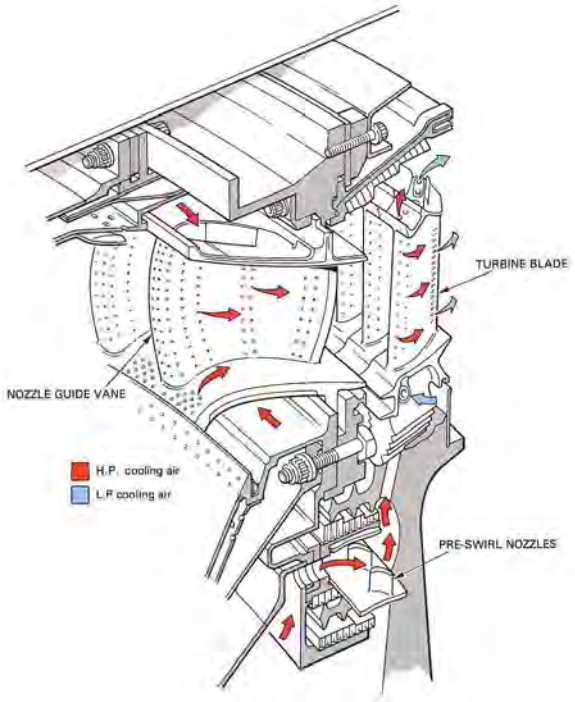



Figure 13.31: Raffreddamento dello statore del primo stadio e del successivo rotore, da [44].

La fig. 13.31 mostra come viene raffreddato anche lo statore del primo stadio (detto anche piastra ad ugelli, o *nozzle guide vanes*), che porta tipicamente il flusso a velocità sonica. Per poter traspirare attraverso le perforazioni sulla superficie della pala, l'aria di raffreddamento dovrà avere una pressione maggiore di quella dei gas caldi (si tenga conto che $p_4$ è lievemente inferiore alla pressione in uscita dal compressore di alta pressione HP $p_3$ per effetto del rendimento pneumatico del combustore $\varepsilon_b$); per il successivo rotore e per gli stadi successivi, ove la pressione dei gas combusti è inferiore, si può utilizzare per il raffreddamento l'aria all'uscita della sezione di bassa pressione LP del compressore, relativamente più fredda, e che quindi permette un miglior raffreddamento con una minor portata d'aria.

## 13.10 Grado di reazione

Il grado di reazione di uno stadio di una turbomacchina è un importante parametro adimensionale, che esprime il rapporto tra il salto entalpico elaborato dal rotore, e quello complessivo dell'intero stadio (ossia rotore e statore)

$$\mathcal{R} = \frac{\Delta h_{rotore}}{\Delta h_{stadio}} \tag{13.19}$$

Per macchine che elaborano fluidi *incompressibili* ($\rho$=cost, come pompe e turbine idrauliche) il salto di entalpia può essere direttamente posto in relazione con il salto di pressione, grazie alla relazione di Gibbs (2.63) scritta per flusso isentropico (cioè adiabatico, ed inoltre, idealmente, senza attrito)

$$dh = \frac{dp}{\rho} \tag{13.20}$$

la quale integrata dà, essendo appunto $\rho$ costante

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho} \tag{13.21}$$

che permette di riscrivere la 13.19 come

$$\mathcal{R} \;=\; \frac{\Delta p_{rotore}}{\Delta p_{stadio}} \tag{13.22}$$

Quindi, per fluidi incompressibili il grado di reazione ha anche il significato di frazione del salto di pressione elaborato dal rotore, rispetto a quello complessivo dello stadio.

Per fluidi *compressibili* il parallelo è meno immediato; in questo caso conviene scrivere

$$dh \;=\; c_p\, dT \;=\; \frac{\gamma}{\gamma\,-\,1}\, R\, dT \tag{13.23}$$

dalla quale, per un gas ideale ($\gamma$ ed $R$ costanti) si ricava

$$\Delta h \;=\; \frac{\gamma}{\gamma\,-\,1}\, R\,(T_2\,-\,T_1) \;=\; \frac{\gamma}{\gamma\,-\,1}\left(\frac{p_2}{\rho_2}\,-\,\frac{p_1}{\rho_1}\right) \tag{13.24}$$

Si possono avere le seguenti possibilità:

$\mathcal{R} = 0$ $\rightarrow$ Macchina ad azione: nel rotore non vi è variazione di pressione statica;

$0 < \mathcal{R} < 1$ $\rightarrow$ Macchina a reazione: la variazione di pressione statica avviene in parte nel rotore, in parte nello statore;

$\mathcal{R} = 1$ $\rightarrow$ Macchina a reazione pura: nello statore non vi è variazione di pressione statica, ma solo una variazione della direzione del flusso.

Si potrebbe dimostrare che il massimo del rendimento di una turbomacchina si ha per $\mathcal{R} = 0.5$ (macchina a reazione), e questa è in effetti la condizione alla quali si avvicinano i compressori. Tuttavia, nelle turbine molto spesso si adottano, specie per i primi stadi, macchine ad azione[10] ($\mathcal{R} = 0$), e questo per due motivi:

[10] In realtà, per effetto dell'attrito che genera uno strato limite che ispessisce procedendo dal bordo d'attacco al bordo d'uscita della pala – per cui è come se i gas scorressero in un canale debolmente convergente, non si avranno mai macchine ad azione pura ($\mathcal{R} = 0$), ma bensì macchine a grado di reazione molto basso.

1. abbiamo visto che la temperatura massima accettabile in turbina è determinata dalla resistenza delle palette del *rotore* del primo stadio, sottoposte ad un'alta temperatura e ad un elevato sforzo centrifugo per via dell'alta velocità di rotazione. La temperatura all'ingresso del rotore tuttavia è inferiore alla temperatura all'ingresso dello stadio (che coincide con la temperatura $T_4$ all'uscita del combustore) perché una parte del salto entalpico viene elaborato nello statore del primo stadio (ricordiamo che in una turbina lo statore precede il rotore). La frazione di salto entalpico elaborata nello statore è $(1 - \mathcal{R})$, quindi tanto più basso è il grado di reazione, tanto maggiore sarà il salto di entalpia, quindi di temperatura, attraverso lo statore, quindi sarà anche tanto più bassa la temperatura in ingresso al rotore del primo stadio, il componente critico. Adottando pertanto macchine ad azione ($\mathcal{R} = 0$) si ha una temperatura più bassa, a parità di $T_4$, all'ingresso del rotore del primo stadio, quindi palette meno sollecitate; oppure, a parità di temperatura massima accettabile dalle palette del rotore, si possono adottare valori della temperatura $T_4$ in uscita dal combustore più alti;

2. uno stadio ad azione permette di estrarre un lavoro più elevato rispetto ad uno stadio a reazione, permettendo in tal modo di ridurre il numero degli stadi della turbina e quindi il suo peso (nonché il costo, specie in considerazione del fatto che gli stadi della turbina adottano materiali speciali per resistere alle alte temperature, e complessi sistemi di raffreddamento delle palette).

La fig. 13.32 riporta la configurazione delle palette del primo stadio di una turbina assiale ad azione (in alto) e di una a reazione (in basso), i cui triangoli di velocità sono indicati in fig. 13.33, a parità di componente assiale della velocità. Nella macchina a reazione il salto entalpico è ripartito (equamente, avendo assunto $\mathcal{R} = 0.5$) tra statore e rotore, quindi l'area trasversale al flusso dovrà diminuire (per dar luogo ad un'espansione in subsonico) tanto nello statore che nel rotore, per cui le palette dovranno avere la configurazione indicata nel pannello di sinistra della fig. 13.33; i profili delle palette di rotore e statore sono simmetrici tra loro. Il triangolo di velocità all'ingresso dello statore (sezione 1) indica una velocità assoluta $u_1$ diretta in direzione assiale; all'uscita dello statore (sezione 2, coincidente con l'ingresso del rotore) la velocità assoluta, se vogliamo che la direzione della velocità *relativa* $w_2$ in ingresso al successivo rotore sia ancora diretta assialmente, dovrà essere diretta secondo la direzione $u_2$ indicata, con componente tangenziale pari alla velocità di trascinamento dovuta al moto delle palette ($u_{t,2} = U$). Notiamo che la condizione che la $w_2$ sia assiale è richiesta dall'assunzione $\mathcal{R} = 0.5$, per cui rotore e statore, dovendo elaborare lo stesso salto entalpico, devono avere profili simmetrici. La velocità *assoluta* all'uscita del rotore (sezione 3), che coincide con la velocità d'ingresso $u_1$ dello statore del successivo stadio, dovrà ancora avere direzione assiale (avendo supposto che gli stadi siano tutti uguali fa loro), per cui la sua componente tangenziale sarà nulla, $u_{t,1} = 0$. Il lavoro estratto dallo stadio sarà dato pertanto dalla forma dell'equazione di Eulero (13.12) applicabile a macchine assiali

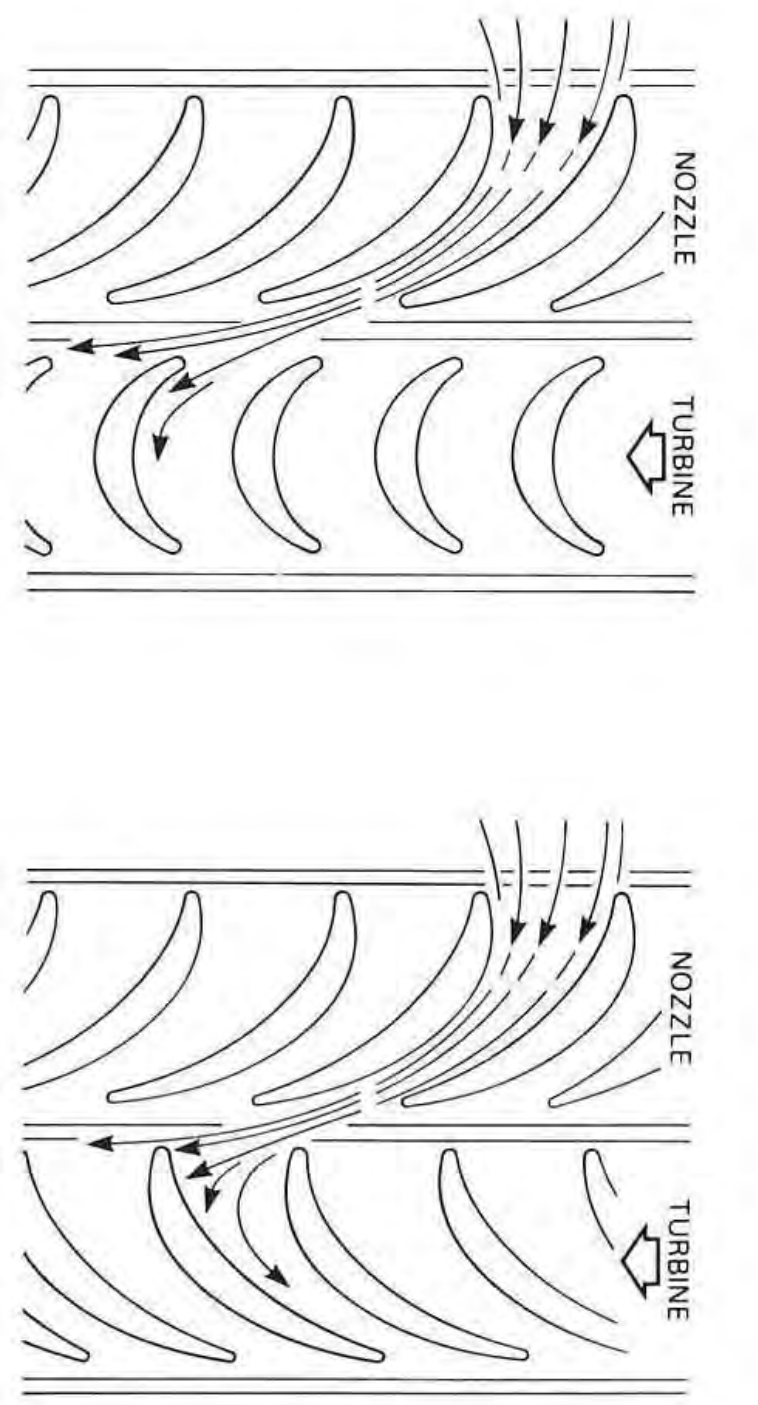



Figure 13.32: Palette di uno stadio di una turbina ad azione (in alto) e di una a reazione (in basso).

$$L = U \cdot \Delta u_t = U \cdot (u_{t,2} - u_{t,1}) = U \cdot (U - 0) = U^2 \tag{13.25}$$

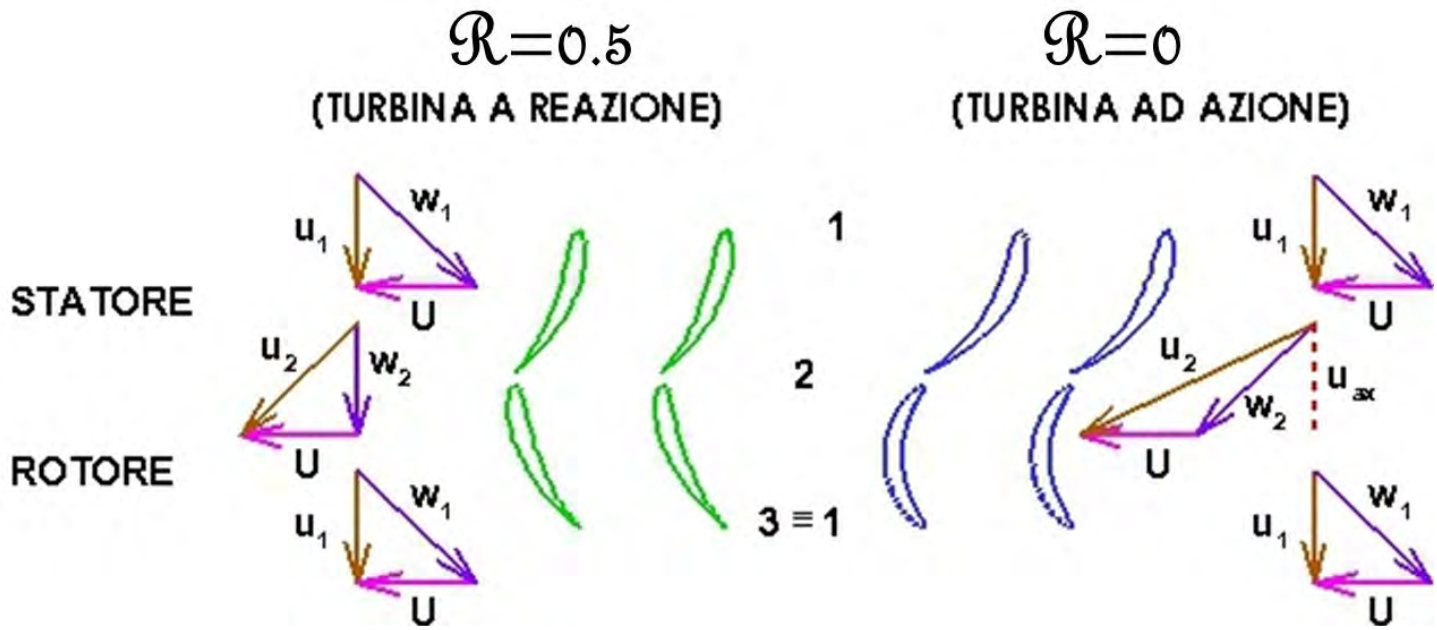



Figure 13.33: Triangoli di velocità di uno stadio di una turbina ad reazione (a sinistra) e di una ad azione (a destra).

Il pannello di destra della fig. 13.33 riporta invece i profili delle palette di uno stadio ad azione, ed i relativi triangoli di velocità. In questo caso il salto entalpico viene elaborato tutto nello statore, per cui nel rotore non si ha variazione di entalpia, né, per la (13.24), di pressione; le sezioni di passaggio del fluido attraverso le palette del rotore dovranno pertanto risultare costanti. Le palette del rotore quindi si limitano a modificare la direzione del flusso, senza alterare il modulo della velocità *relativa* ad esse, per cui in modulo si deve avere $w_1 = w_2$. Se vogliamo che la direzione della velocità *assoluta* all'uscita dello stadio (sezione 3) sia ancora assiale, in modo da poter collocare a valle del primo stadio un secondo stadio identico al primo (quindi i triangoli di velocità nelle sezioni 3 ed 1 coincidono, come peraltro si verifica anche nelle macchine a reazione), allora la velocità *relativa* $w_1$ in uscita dal rotore dovrà avere la direzione indicata dal triangolo di velocità nella sezione 3 (e la sua componente tangenziale è $U$). La velocità relativa $w_2$ in ingresso al rotore (vedi triangolo di velocità nella sezione 2), dovendo avere lo stesso modulo di $w_1$, sarà pertanto simmetrica di $w_2$ rispetto alla direzione assiale, quindi la sua componente tangenziale è ancora $U$. La velocità *assoluta* $u_2$ all'ingresso del

rotore, cioè all'uscita dello statore avrà pertanto una componente tangenziale, per la composizione delle velocità riportata nel triangolo di velocità relativo alla sezione 2, pari a $u_{t,2} = 2\,U$. Il lavoro estratto per stadio risulta pertanto, sempre per la (13.12), pari a

$$L \;=\; U \cdot \Delta u_t \;=\; U \cdot (u_{t,2} \,-\, u_{t,1}) \;=\; U \cdot (2\,U \,-\, 0) \;=\; 2\,U^2 \tag{13.26}$$

quindi pari al *doppio* di quello ottenibile da uno stadio a reazione con $\mathcal{R} = 0.5$.

La fig. 13.33 permette anche di comprendere perché il rendimento di una macchina a reazione sia superiore a quello di una macchina a reazione, come già accennato. Si nota infatti che la velocità assoluta del flusso in uscita dallo statore della turbina ad azione è più elevata di quella nella macchina a reazione, per cui si hanno attriti tra fluido e palette (che danno perdite di pressione proporzionali al quadrato della velocità) più elevati. Anche la sviluppo della superficie della paletta statorica è maggiore, per cui si ha una più ampia area ove si esercita l'attrito.

# Domande di verifica

1. Cosa è una turbomacchina?
2. Cosa si intende per macchina motrice? Cosa per macchina operatrice?
3. Qual è la differenza tra pompa e compressore?
4. Si mettano in evidenza le principali differenze tra turbomacchine radiali e turbomacchine assiali.
5. Scrivere l'equazione di Eulero per le turbomacchine.
6. Quali sono gli elementi principali che costituiscono uno stadio di una turbomacchina?
7. Un compressore è una macchina motrice o operatrice?
8. Una turbina è una macchina motrice o operatrice?
9. Quali sono i compressori più comunemente impiegati nel campo aeronautico?
10. Si mettano a confronto le principali proprietà di compressori centrifughi e assiali. Qual è il campo di applicazione dei primi e qual è quello dei secondi?
11. Cos'è il grado di reazione di una turbomacchina?
12. Quando lo stadio di una turbomacchina è detto ad azione?

13. Perché i primi stadi delle turbine più spinte hanno grado di reazione più basso?

14. Quali sono le turbine più comunemente impiegate nel campo aeronautico?

15. Quali sono i valori tipici dei rapporti di compressione ottenibili in uno stadio di compressore centrifugo? E in uno stadio di compressore assiale?

16. Si consideri uno stadio di compressore e uno stadio di turbina. La posizione relativa tra rotore e statore è la stessa nei due casi? Quale delle due parti precede l'altra? Perché?

17. Il ruolo dello statore è simile a quello di altri componenti statici presenti in un turbogetto. Con quale componente può essere confrontato lo statore di una turbina? E quello di un compressore?

18. Perché un compressore assiale ha molti stadi, mentre una turbina assiale ne ha pochi?

# Capitolo 14

# Requisiti propulsivi di un aeroplano

## 14.1 Introduzione

In questo capitolo diamo qualche indicazione sulla determinazione della spinta necessaria per un dato velivolo di peso assegnato $W$ (anche se questo varierà nel corso del volo causa il consumo di combustibile), ed analizziamo pertanto la spinta richiesta nelle fasi di crociera, salita e decollo.

Sottolineiamo che la spinta indicata nei dati di targa del motore è la *spinta statica* $F_{00}$, cioè valutata a terra, a velocità nulla, a piena potenza. La spinta $F$ sviluppata effettivamente dal motore in date condizioni operative, che possiamo per semplicità esprimere attraverso l'espressione valida per turbogetto semplice e per turbofan a flussi associati (per evitare di introdurre la relativa complicazione formale dovuta alla presenza di due getti a velocità diverse nei turbofan a flussi separati), che qui riportiamo

$$\boxed{F \simeq \dot{m}_a \left(u_e - V_0\right)} \tag{14.1}$$

sarà in generale minore, a causa del contributo sottrattivo del termine $-V_0$ dovuto alla velocità di volo, e della diminuzione della densità dell'aria con la quota, che riduce la portata in massa $\dot{m}_a$ di aria ingerita dal motore. Inoltre, la posizione della manetta, che controlla la portata di combustibile che fluisce nel motore[1], la quale a sua volta determina la temperatura $T_4$ in uscita dal combustore, influenza anch'essa ovviamente la spinta. Indicativamente, durante le varie fasi operative la manetta assume i seguenti valori:

1. decollo: manetta al 100% (cioè massima portata di combustibile), per un tempo di circa 0.7

[1] La manetta è definita come la percentuale della portata di combustibile corrente rispetto al valore che produrrebbe la temperatura $T_4$ massima accettabile dalla turbina.

min (ossia 42 s);

2. fase iniziale di salita: manetta all'85%, fino ad una quota di circa 900 m, per un intervallo di tempo di circa 2.2 min;

3. successiva fase di salita: la manetta viene progressivamente ridotta, fino ad arrivare alle condizioni di

4. crociera: manetta al 65%.

La necessità di ridurre progressivamente la manetta deriva dall'esigenza di contenere la temperatura alla quale sono esposte le palette della turbina, la quale ne determina la durata di vita operativa.

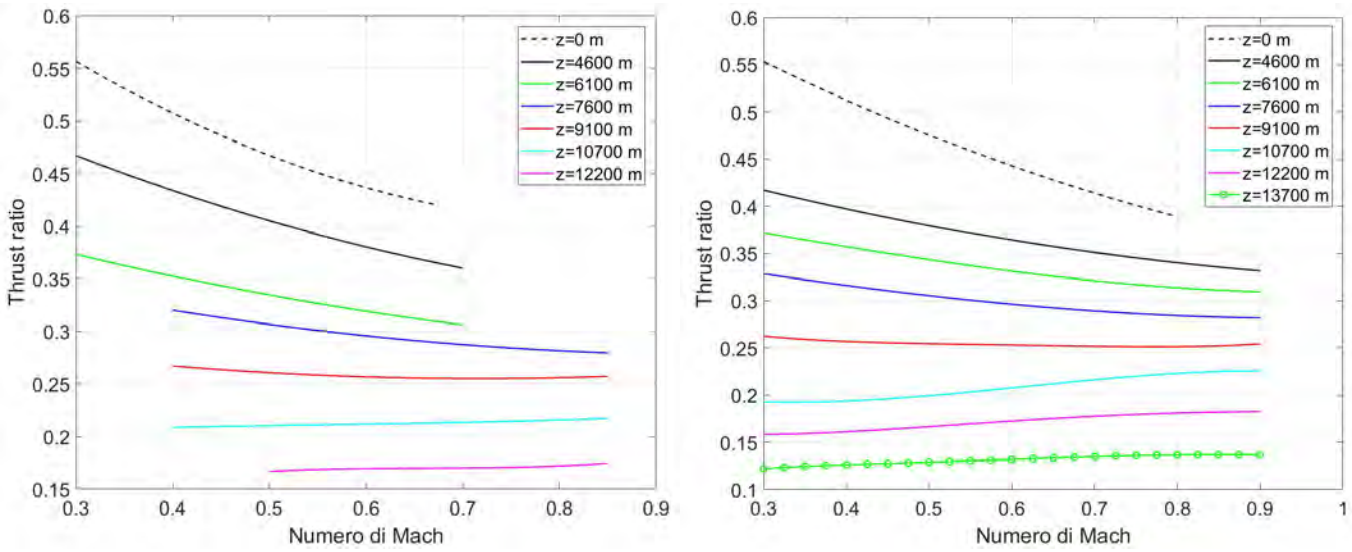



Figure 14.1: Variazione del rapporto di spinta con il numero di Mach e la quota di volo, per due diversi turbofan con rapporto di by–pass: $BPR = 4.5$ (a sinistra), e $BPR = 6$ (a destra), adattato da [78, 79].

La fig. 14.1 (che fa riferimento a turbofan a flussi separati) indica come varia il rapporto tra spinta corrente e spinta statica (indicato come *thrust ratio*, rapporto di spinta)

$$TR = \frac{F}{F_{00}} \tag{14.2}$$

in funzione del numero di Mach di volo, con la quota di volo come parametro, per due turbofan con differenti valori del *BPR*. Si può constatare come la spinta diminuisca costantemente all'aumentare della quota, ed in generale anche con il numero di Mach, anche se per quote molto elevate si può notare un lieve incremento con $M_0$, specie per alti *BPR*, perché il rapporto di compressione $\beta_f$ del fan di questi motori è molto basso, vedi fig. 7.8, inferiore al valore che assicura flusso critico nell'ugello (secondario), vedi tab. 2.1. In turbofan ad alto *BPR* l'ugello secondario fornisce la maggior parte della spinta, ma diventa critico solo quando si verifica un'apprezzabile compressione nella presa d'aria, ossia a numeri di Mach abbastanza elevati. Una volta raggiunta questa condizione, la portata attraverso l'ugello secondario ha raggiunto il valore massimo, cui corrisponde un massimo della spinta per la data quota.

## 14.2 Componenti della resistenza aerodinamica e *Specific Air Range*.

Per quantificare l'effetto della velocità e quota di volo sul consumo dell'aereo, possiamo introdurre il concetto di *Specific Air Range* o $SAR$, definito come distanza percorsa dall'aereo (che nell'unità di tempo coincide con la velocità di volo $V_0$) per unità di massa di combustibile consumato (ancora nell'unità di tempo, l'aereo consuma una massa di combustibile esprimibile come il prodotto del consumo specifico di spinta per la spinta complessiva $F$ dei motori dell'aereo). Il $SAR$ risulta pertanto esprimibile come

$$SAR = \frac{V_0}{TSFC \cdot F} = \frac{V_0}{TSFC} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{W} = \frac{a \cdot M_0}{TSFC} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{W} \tag{14.3}$$

avendo nel secondo passaggio espresso la spinta come uguale alla resistenza aerodinamica $D$, e legando questa alla portanza $L$ (uguale al peso $W$ dell'aereo in condizioni volo livellato) attraverso l'efficienza aerodinamica $L/D$ del velivolo completo; nell'ultimo passaggio la velocità di volo è stata espressa in termini di velocità del suono e numero di Mach di volo. Una volta specificato il particolare aereo considerato, il $SAR$ dipenderà dalla velocità $V_0$ (o dal numero di Mach $M_0$) di volo e dalla quota $z$. Queste due grandezze infatti influenzano il $TSFC$ (per effetto delle prestazioni della presa dinamica al variare di $V_0$ o $M_0$, e della temperatura dell'aria al variare della quota). Inoltre, la resistenza $D$ consta di tre componenti: viscosa, indotta (per effetto dei vortici all'estremità dell'ala[2]), e d'onda (in

[2]Per effetto della forma dell'ala e della sua incidenza, sulla faccia inferiore dell'ala si genera una sovrapressione, sulla faccia superiore una depressione: tale differenza di pressione tra le due facce genera la portanza. Tuttavia, la sovrapressione sulla faccia inferiore spinge anche l'aria a scorrere verso l'estremità dell'ala, mentre sulla faccia

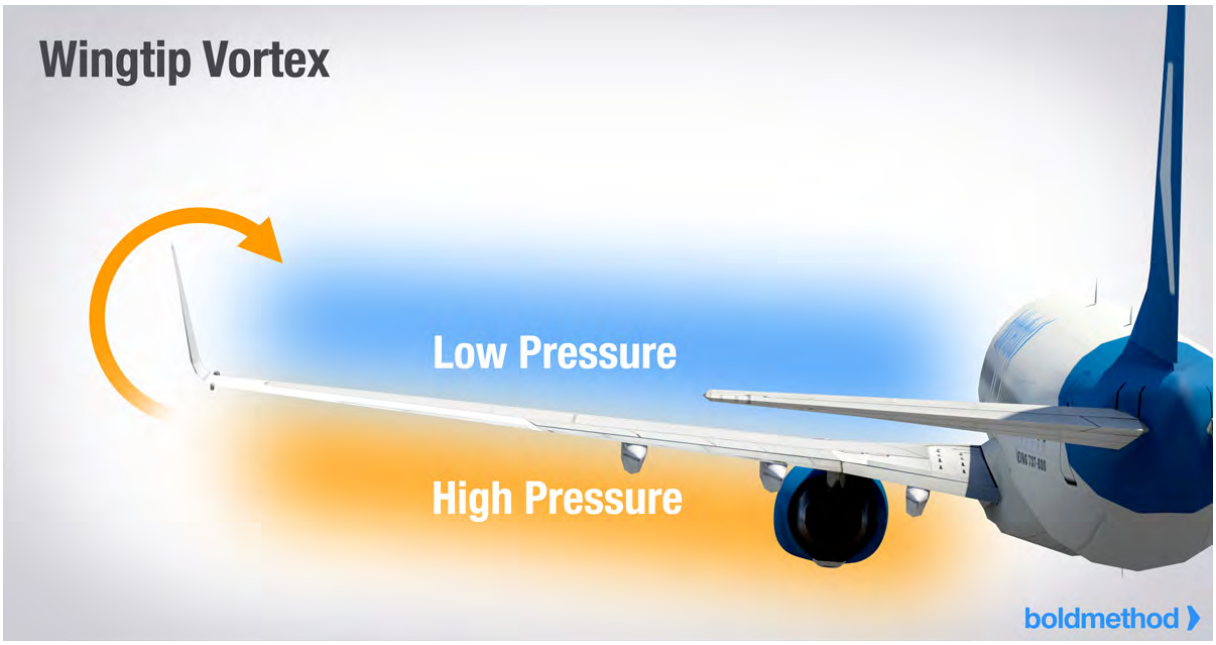



Figure 14.2: Formazione di vortici all'estremità delle ali, da [80].

regime transonico, se sulla faccia superiore dell'ala si raggiungono condizioni locali di flusso sonico[3]), vedi fig. 14.3.

Possiamo esprimere il coefficiente di resistenza risultante come

$$C_D \;=\; C_{D0} \;+\; \frac{C_L^2}{\pi\, AR\, e} \;+\; 20\,(M_0 - M_c)^4\, H(M_0 - M_c) \tag{14.4}$$

dove i tre termini al secondo membro sono relativi alle tre componenti sopra citate, nell'ordine. $C_{D0}$ è il coefficiente di resistenza aerodinamica per portanza nulla (tipicamente intorno a 0.015 per aviogetti commerciali), $AR$ è l'allungamento dell'ala (definito come rapporto tra il quadrato dell'apertura alare e la superficie alare), $e$ l'efficienza di Oswald [82], $M_c$ il numero di Mach di volo critico[4] (al quale cioè si cominciano a raggiungere valori locali del Mach intorno all'ala pari ad uno – per gli aerei commerciali il numero di Mach di volo di crociera è appena superiore al valore critico); $H$ indica la funzione a gradino di Heaviside (nulla per argomenti negativi, unitaria per argomenti positivi). Possiamo porre per concisione

superiore, per effetto della depressione, l'aria si muove in senso inverso, con il risultato che all'estremità dell'ala si formano vortici, vedi fig. 14.2.

[3]La depressione sulla faccia superiore dell'ala è associata, per l'equazione della quantità di moto, ad un aumento della velocità del flusso.

[4]Generalmente compreso, per aerei di linea, tra i valori 0.76 e 0.86.

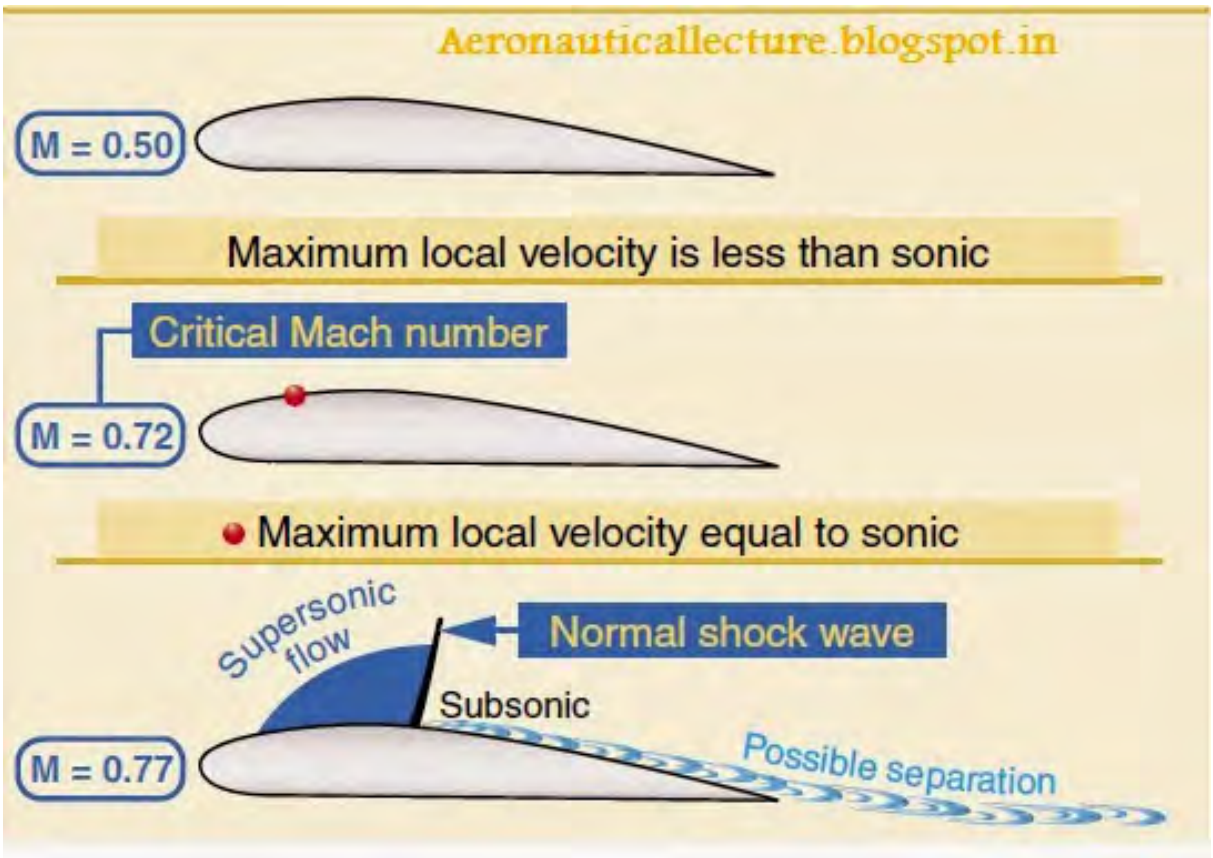



Figure 14.3: Regimi di flusso intorno ad un profilo alare al variare del numero di Mach, da [81].

$$K \;=\; \frac{1}{\pi\, AR\, e} \tag{14.5}$$

La portanza, indicata con $S_{wing}$ la superficie alare, è esprimibile come

$$L \;=\; W \;=\; C_L \frac{\rho V_0^2}{2} \cdot S_{wing} \tag{14.6}$$

e un'espressione analoga (con $C_D$ al posto di $C_L$) vale per la resistenza $D$. L'efficienza aerodinamica che compare nella (14.3) risulta pertanto esprimibile come

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{1}{\dfrac{C_{D0}}{C_L} + KC_L + \dfrac{20\,(M_0 - M_c)^4\; H(M_0 - M_c)}{C_L}} \tag{14.7}$$

e ancora, esprimendo $C_L$ per mezzo della (14.6)

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{[C_{D0} + 20\,(V_0/a_0 - M_c)^4\, H(M_0 - M_c)] \cdot \dfrac{\rho V_0^2}{2} \cdot \dfrac{S_{wing}}{W} + K \cdot \dfrac{2}{\rho V_0^2} \cdot \dfrac{W}{S_{wing}}} \tag{14.8}$$

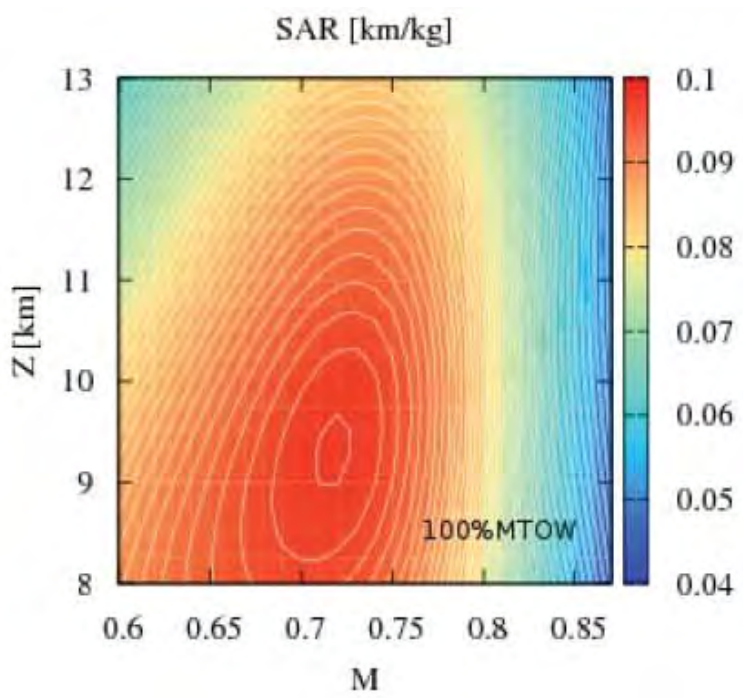



Figure 14.4: Esempio di effetto del numero di Mach di volo e della quota sul $SAR$, da [83].

A velocità $V_0$ fissata, il primo termine a denominatore del secondo membro decresce con la quota (per effetto di $\rho$), mentre il secondo aumenta.

Ne segue che esisterà, per ogni velocità di volo, una quota di volo ottimale $z_{opt}$ per il massimo $SAR$. Poiché poi $TSFC$ come detto dipende anche da $M_0$ (oppure $V_0$), il $SAR$ risulta esprimibile nella forma funzionale

$$SAR \;=\; SAR(z,\, M_0) \tag{14.9}$$

La forma di tale relazione è riportata indicativamente (per un caso particolare) in fig. 14.4, la quale evidenzia che esiste una coppia (numero di Mach di volo – quota) ottimale dal punto di vista del consumo.

Le compagnie aeree tendono tuttavia a volare ad una velocità lievemente superiore a quella che dà il massimo $SAR$, per aumentare la produttività dell'aereo (numero di voli effettuabili al giorno, o in una settimana), anche a prezzo di una lieve riduzione del $SAR$. Tipicamente si opta per un valore del $SAR$ pari al 99% del massimo, cui corrisponde un aumento del 4 – 5% della velocità di volo.

## 14.3 Considerazioni sul carico alare

Dalla (14.8) possiamo vedere che il denominatore contiene due termini in cui figura il *carico alare*

$$\frac{W}{S_{wing}} \tag{14.10}$$

ossia la forza (peso) che l'ala deve sostenere per unità di superficie. Per basse velocità di volo $V_0$ (quindi al decollo) il primo termine a denominatore è relativamente piccolo, mentre il secondo è dominante. In queste condizioni, si constata immediatamente dalla (14.8) che per avere un alto valore del rapporto $L/D$ converrebbe avere un *basso* carico alare. Invece, in condizioni di volo ad alta velocità (crociera) il termine dominante a denominatore è il primo, e per massimizzare $L/D$ conviene puntare ad un *alto* carico alare. La scelta del valore di progetto del carico alare deriverà ovviamente da un compromesso, che tenga anche conto del fatto che un basso carico alare comporta un'accresciuta superficie alare, con associato aumento del peso (e del costo) delle ali. Si vede quindi che le caratteristiche aerodinamiche del velivolo influenzano marcatamente i requisiti propulsivi.

## 14.4 Requisiti di spinta in fase di crociera

In fase di volo di crociera a quota e velocità (o numero di Mach) costanti la spinta complessiva $F$ dei motori deve eguagliare la resistenza aerodinamica $D$, per cui, noto il rapporto portanza/resistenza $L/D$ in condizioni di crociera, si può scrivere

$$F = D = \frac{L}{L/D} = \frac{W}{L/D} \tag{14.11}$$

Bisogna però tener conto del *thrust ratio*, per cui la spinta *statica* necessaria è

$$F_{00} = \frac{F}{TR(M_0, z)} \tag{14.12}$$

dove il thrust ratio, desumibile da curve del tipo di quelle riportate in fig. 14.1, va ovviamente riferito al numero di Mach ed alla quota di volo di crociera.

## 14.5 Requisiti di spinta in fase di salita

La fase di salita comporta una componenente verticale di velocità, che prende il nome di *velocità ascensionale*, oppure *rateo di salita*. I requisiti di aeronavigabilità potrebbero imporre all'aereo di operare con un valore minimo prestabilito del rateo di salita [84]. La spinta necessaria durante la fase di salita, detto $\gamma$ l'*angolo di rampa*, cioè l'angolo che la traiettoria di salita forma con l'orizzontale, è esprimibile come

$$F = \frac{W}{L/D} + W \sin\gamma \tag{14.13}$$

La spinta statica necessaria è ancora data da un'espressione del tipo (14.12). Si può facilmente osservare che nella fase finale di salita, quando l'aereo è ormai prossimo ai valori di crociera di velocità e quota, per cui il *thrust ratio* è piuttosto basso, la spinta risulta senz'altro apprezzabilmente superiore a quella richiesta in fase di crociera

## 14.6 Requisiti di spinta in fase di decollo

Oltre alla crociera, il decollo è un altra fase operativa importante da analizzare. È durante questa fase infatti che viene richiesta la massima spinta da parte dei motori, in quanto si vuole che l'aereo riesca

a decollare con lunghezze di pista non eccessive. Il decollo è definito come la fase di accelerazione iniziale del velivolo; essa viene considerata ultimata quando l'aereo raggiunge la quota di 35 ft = 10.7 m [84].

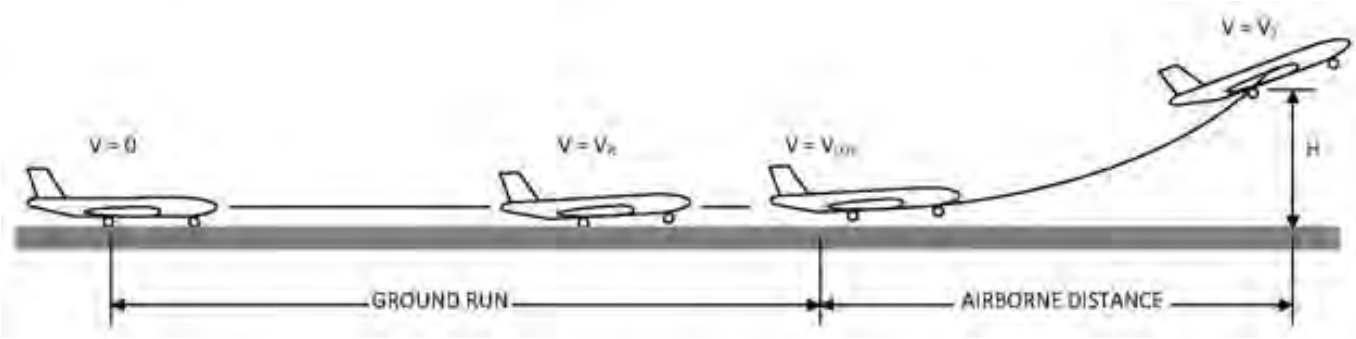



Figure 14.5: Definizione di *ground run* e di distanza *airborne*, da [85].

Come illustrato in fig. 14.5, esso comprende un *ground run*, da $V = 0$ fino al *lift–off* (momento in cui tutte le ruote sono sollevate da terra), e una *transition* o *airborne* fino alla specifica quota $h$= 35 ft = 10.7 m [86]. Durante la *ground run*, l'aereo accelera sulla pista partendo da fermo fino al momento in cui il pilota esegue la *rotazione* ad una velocità indicata come $V_R$, ovvero agendo sulla cloche a cabrare egli deflette il vettore velocità verso l'alto. Segue il lift–off con distacco dalla pista; esso avviene ad una velocità[5]

$$V_{LOF} \;=\; 1.1 \;\cdot\; V_{stall} \tag{14.14}$$

dove $V_{stall}$ è la velocità di stallo, derivabile dall'eguaglianza

$$W \;=\; C_{L,max}\,\frac{\rho\,V_{stall}^2}{2}\,S_{wing} \tag{14.15}$$

quindi

$$V_{stall} \;=\; \sqrt{\frac{2\,W}{C_{L,max}\;\rho\,S_{wing}}} \tag{14.16}$$

[5]Più esattamente le norme impongono $V_{LOF} \;=\; 1.1 \;\cdot\; V_{mu}$, dove $V_{mu}$ è la *minimum unstick speed*, la velocità minima che consente il decollo tenendo conto dell'effetto di prossimità al suolo, ma la differenza non è significativa nel presente contesto.

dove $C_{L,max}$ rappresenta il massimo valore ottenibile del coefficiente di portanza, oltre il quale si verifica lo stallo dell'ala. L'aereo sarebbe già in grado di sostentarsi autonomamente per effetto della portanza alla velocità $V = V_{stall}$, tuttavia al fine di operare in condizioni di sicurezza si effettua il *lift–off* ad una velocità che sia almeno il 10% maggiore, in modo tale da assicurare $L > W$. La fase successiva prende il nome di *airborne*, al cui termine l'aereo deve essere in grado di superare un ostacolo dell'altezza di 10.7 m.

Non deriviamo qui l'espressione della spinta richiesta in fase di decollo, osserviamo solo che, come d'altronde intuitivo, all'aumentare della spinta $F$ si riduce la lunghezza di pista necessaria per il *ground run*, vedi [86].

## 14.7 Decollo con un motore non operativo

Nel progettazione di un aereo è indispensabile tener conto del rischio di avarie dei componenti. Per quanto riguarda l'apparato propulsivo, il decollo è sicuramente il momento più critico durante il quale può presentarsi un guasto ad un motore. L'aereo deve essere concepito in modo che una simile evenienza non comporti conseguenze catastrofiche. Naturalmente, l'avaria di un motore potrebbe avvenire in qualsiasi momento della fase di accelerazione. Maggiore è la distanza già percorsa dall'aereo al momento dell'avaria, maggiore sarà la sua velocità e minore la porzione di pista rimanente per intervenire. Di fronte all'inoperatività di un motore il pilota può agire, a seconda delle circostanze, in due modi [86]: abortire il decollo, portando la manetta al minimo e servendosi di tutta la capacità frenante dell'aereo; oppure proseguire il decollo con un motore non operativo per portarsi ad una quota di sicurezza e successivamente eseguire un atterraggio di emergenza.

In fig. 14.6 è mostrata la lunghezza di pista necessaria per eseguire le due manovre di emergenza citate, in funzione della velocità al momento dell'avaria al motore ($V_{failure}$). Si nota che la prima opzione richiede una lunghezza di pista via via maggiore al crescere della velocità alla quale si manifesta il guasto, in quanto è maggiore sia lo spazio necessario per frenare, sia la lunghezza di pista ormai già percorsa. Nel secondo caso invece la distanza decresce con la $V_{failure}$; infatti, maggiore è la velocità alla quale il motore si guasta, minore sarà la porzione di corsa che l'aereo dovrà effettuare con deficit di spinta per raggiungere la velocità di *lift–off* $V_{LOF}$ . Le due curve presentano un punto di intersezione in corrispondenza alla cosidetta *velocità di decisione*, indicata come $V_1$ [86]. Questa velocità indica infatti al pilota come comportarsi nel caso di avaria: se essa avviene a $V < V_1$ il decollo viene abortito, in caso contrario si prosegue la corsa. Si suppone che il pilota sia in grado di prendere la decisione se abortire o decollare in 2 secondi. In generale risulta $V_1 < V_R$. In caso di guasto, la variazione percentuale della spinta disponibile varia a seconda del numero di motori installati. Un bimotore infatti subisce in tal caso una riduzione di spinta pari al 50%, un trimotore del 33%, mentre

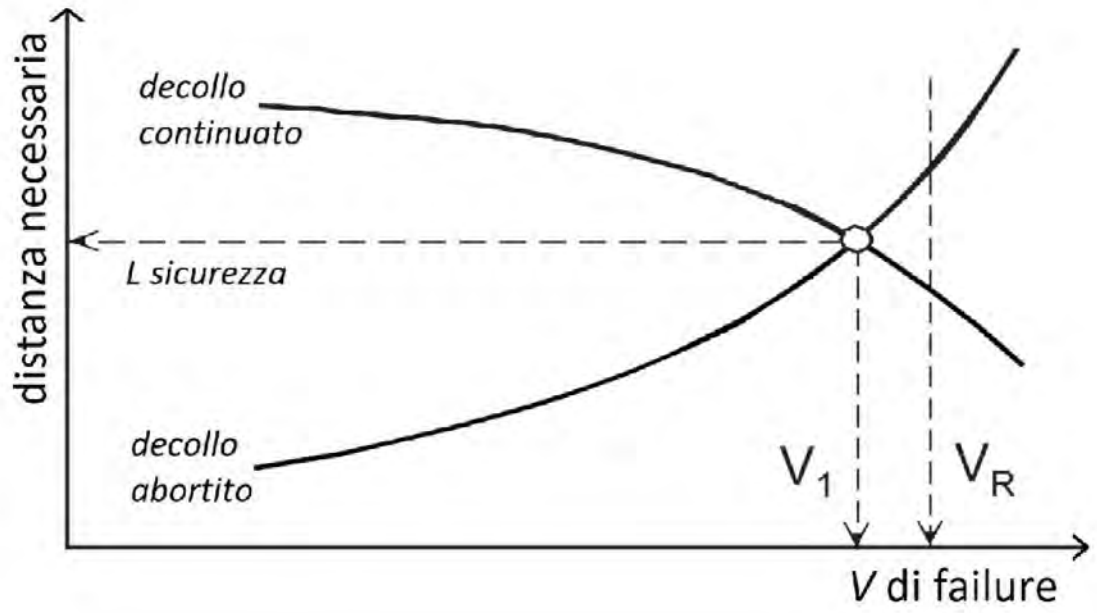



Figure 14.6: Lunghezza di pista necessaria per abortire o procedere al decollo, adattato da [86, 79].

un aereo con quattro motori subisce una diminuzione del 25%. L'eventualità più critica alla quale può verificarsi il guasto è proprio alla velocità $V_1$, in quanto in questa condizione la lunghezza di pista necessaria per restare in sicurezza presenta il valore massimo. Occorre progettare quindi il sistema propulsivo in modo tale che esso fornisca sufficiente spinta anche in condizioni di un motore non operativo al decollo (OEI, *One Engine Inoperative*). Bisogna anche considerare che, con un motore non operativo, il pilota dovrà agire sulle superfici di controllo (timone, alettoni) per evitare che l'aereo devii dalla traiettoria rettilinea, generando però in tal modo ulteriore resistenza aerodinamica, vedi fig. 14.7a (per quanto relativa ad un turboelica). L'aumento della resistenza aerodinamica risulta evidente dalla fig. 14.7b, che mostra l'assetto che l'aereo deve assumere per contrastare il momento intorno all'asse verticale dovuto all'asimmetria della spinta dei motori; l'angolo d'imbardata comporta un marcato aumento della resistenza.

## 14.8 Motore non operativo in fase di crociera

Un'avaria al motore può ovviamente presentarsi durante tutte le fasi del volo, in particolare durante la crociera. Nel dopoguerra, le norme emesse nel 1945 imponevano che un aereo con meno di quattro motori dovesse rimanere entro un raggio di 45 minuti di volo (nella condizione OEI) dall'aeroporto più vicino ove fosse possibile effettuare un atterraggio d'emergenza; va ovviamente considerato che il

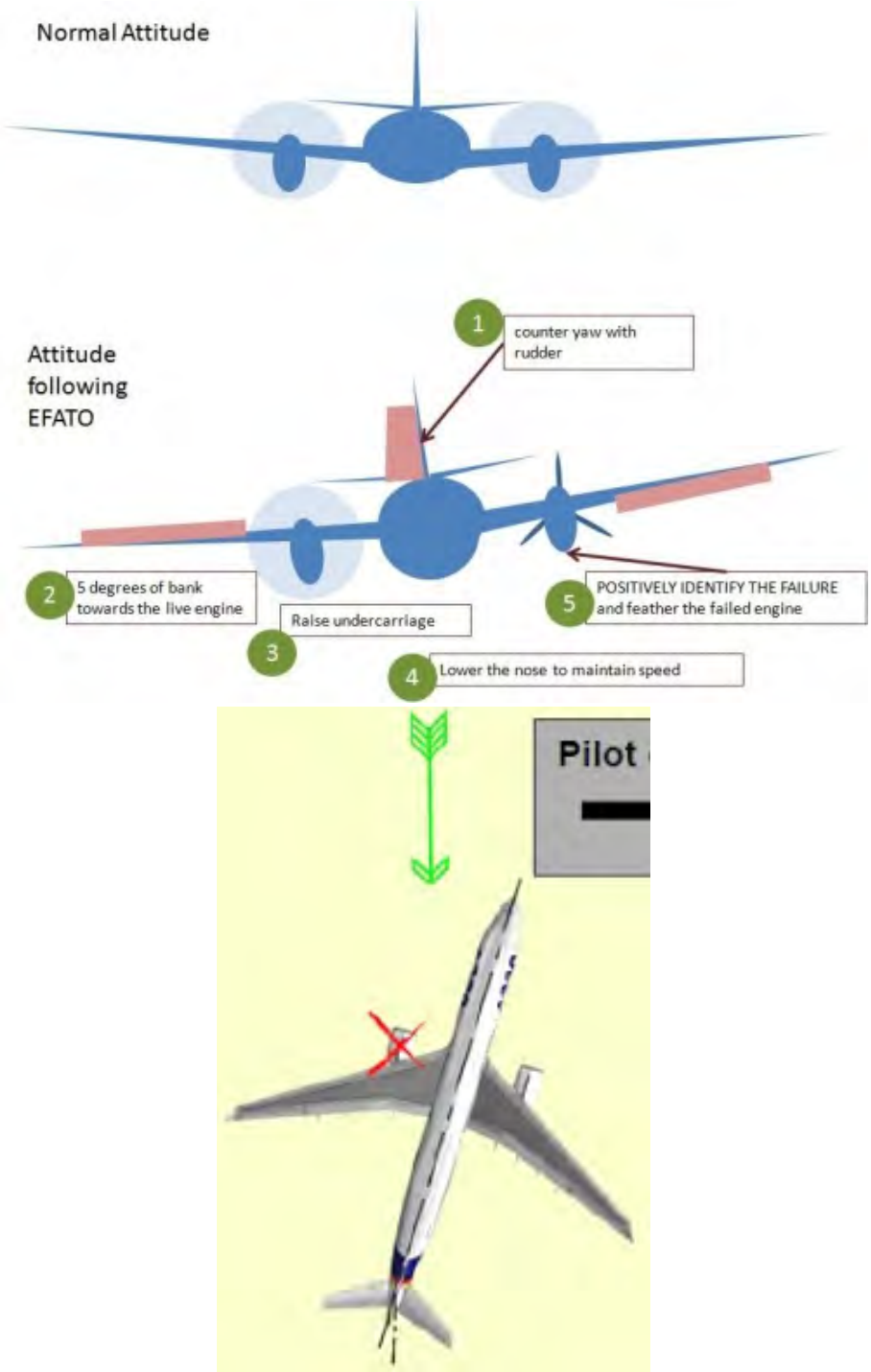



Figure 14.7: (sopra) Azioni da intraprendere in caso di EFATO (*Engine Failure After Take–Off*), da [87]; (sotto) assetto dell'aereo in volo con un motore non operativo, da [88].

volo con un motore non operativo comporta un aumento del coefficiente di resistenza aerodinamica. Nel 1953 il tempo di diversione per bi– e trimotori fu portato a 60 min. Con l'introduzione dei motori a getto, nel 1963 il limite fu aumentato, per trimotori, a 90 min. Successivamente, nel 1985 furono emesse dall'ICAO le norme ETOPS[6] che portavano il limite per bimotori a 120 min, poi esteso a 180 min nel 1988. Questo praticamente apriva ai bimotori la possibilità di operare su qualsiasi rotta, vedi fig. 14.8.

La possibilità di operare un aereo bimotore su lunghe tratte, in particolare transoceaniche, deriva dal progressivo miglioramento dell'affidabilità dei motori. Tra l'altro, la transizione da motori alternativi a motori turbogas alle fine degli anni '50 – inizio '60 ha comportato un positivo salto nell'affidabilità dei motori, essendo i turbogas molto più semplici dei primi e soggetti ad un moto rotatorio continuo anziché alternativo, quindi molto meno soggetti ad avarie.

Figure 14.8: Rotte da Londra a New York sotto le condizioni di tempo di diversione 60 min (linea spezzata), e 120 min (linea retta), da [89].

## 14.9 Considerazioni sul numero di motori

I costi per la manutenzione crescono ovviamente all'aumentare del numero dei motori, circostanza che spinge le compagnie aeree a preferire gli aerei bimotore per la maggior parte delle rotte, anche

[6]Originariamente inteso come *Extended Range Operation with Two–Engine Airplanes*; successivamente la denominazione è stata modificata in *Extended Operations*, sotto la stessa sigla.

| n. motori | spinta complessiva in condizioni normali | spinta da installare per tener conto di OEI | spinta del singolo motore |
|---|---|---|---|
| 4 | 100 | $(4/3) \cdot 100 \simeq 133$ | $133/4 \simeq 33$ |
| 3 | 100 | $(3/2) \cdot 100 = 150$ | $150/3 = 50$ |
| 2 | 100 | $(2/1) \cdot 100 = 200$ | $200/2 = 100$ |

Table 14.1: Spinte complessive e spinta del singolo motore in funzione del numero di motori.

se, come già osservato, un bimotore necessita di un maggiore eccesso di spinta per far fronte a situazioni OEI, vedi tab. 14.1, quindi di una spinta complessiva dei motori più alta, ossia costo (e peso) complessivo dei motori più alto (ma il prezzo dei motori non varia linearmente con la spinta; sulla base di dati storici, risulta che il prezzo sia proporzionale ad una potenza 0.88 della spinta [98]).

Per gli aerei di più grande taglia, come il Boeing 747 e l'Airbus 380, si preferisce invece la soluzione a quattro motori; questo perché adottando invece due soli motori, questi dovrebbe fornire ciascuno una spinta tripla rispetto a quella del singolo motore del quadrimotore. Infatti, posta uguale a 100 la spinta richiesta dal velivolo in condizioni operative normali, la spinta complessiva necessaria per tener conto di condizioni OEI, e la conseguente spinta del singolo motore, sono riportate in tab. 14.1.

Facendo riferimento all'Airbus 380, i cui motori hanno un diametro di 2.90 m, optando per una soluzione bimotore occorrerebbe dimensionare ciascun motore in modo che ingerisca una portata d'aria tripla, quindi con un diametro $\sqrt{3}$ volte tanto, ossia oltre 5 m. Ciò comporterebbe l'adozione di un carrello molto lungo (e pesante) e un'altezza da terra di imbarco dei passeggeri al difuori della portata delle attuali atttezzature di imbarco passeggeri (scale e fingers – *jet bridges*).

Negli anni '60 – '70, per superare i limiti della regola dei 60 min per aerei bimotori, vennero sviluppati diversi aerei trimotori, anche perché allora apparivano come il miglior compromesso ai fini della sicurezza (tra riduzione della spinta in OEI, ed aumento della probabilità che si verichi un OEI all'aumentare del numero dei motori).

## 14.10 Posizione dei motori

I motori possono essere installati sull'ala o in coda. I vantaggi e svantaggi di un posizionamento sull'ala sono riportati in tab. 14.2. Analogamente, la tab. 14.3 riporta analoghi vantaggi e svantaggi per il posizionamento in coda.

Montare i motori in coda anziché sulle ali comporta un incremento di peso delle ali stesse, poiché in volo (che è la condizione alla quale corrispondono i massimi sforzi nelle ali, in quanto esse devono

| VANTAGGI | SVANTAGGI |
|---|---|
| Sollievo del momento flessionale sull'ala e sulla fusoliera (minor peso) | Più intenso rumore in cabina |

Table 14.2: Vantaggi e svantaggi del posizionamento dei motori sulle ali.

| VANTAGGI | SVANTAGGI |
|---|---|
| Maggiore altezza dei motori da terra (unica opzione per aerei $<$ 55 pax, vedi fig. 14.10)<br>Migliore aerodinamica delle ali<br>Minore imbardata per OEI<br>$\rightarrow$ timone più piccolo (minor peso/resistenza) | Linee di alimentazione combustibile che scorrono entro fusoliera<br>Baricentro spostato verso la coda<br>$\rightarrow$ minore braccio dei timoni<br>$\rightarrow$ possibile ribaltamento<br>Pericolo caduta frammenti caldi in cabina in caso di *crash landing* |

Table 14.3: Vantaggi e svantaggi del posizionamento dei motori in coda.

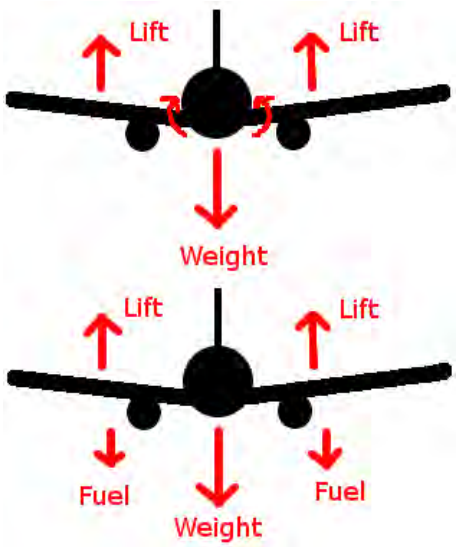



Figure 14.9: Configurazione con motori montati sotto le ali: il momento flettente alla radice delle ali dovuto alla portanza è parzialmente controbilanciato da quello dovuto al peso dei motori (oltre che del combustibile contenuto nei serbatoi alari).

sostenere tutto il peso dell'aereo) la presenza dei motori montati sulle ali contribuisce a diminuire il momento flettente che queste devono sopportare (incidentalmente, è per questo stesso motivo che i serbatoi di combustibile sono di preferenza allocati entro le ali, con l'ulteriore vantaggio di contenere lo spostamento del centro di gravità dell'aereo allo svuotarsi dei serbatoi stessi, essendo le

ali collocate in prossimità di tale punto), vedi fig. 14.9 . Inoltre, la struttura della coda dell'aereo va rinforzata per poter sorreggere i motori; naturalmente c'è anche un miglioramento dell'aerodinamica dell'ala, ma va anche valutata l'interazione aerodinamica tra i motori e la fusoliera. La scelta della posizione dei motori deve comunque tenere in conto anche le implicazioni di un eventuale atterraggio d'emergenza; in questa prospettiva, la configurazione con motori montati sotto le ali risulta più sicura di quella con motori in coda, nella quale questi, o parti di questi (pericolose in particolare le parti ad alta temperatura), potrebbero andare a colpire i passeggeri per effetto di un loro possibile distacco dalla fusoliera in conseguenza dell'urto con il terreno. La configurazione con motori in coda risulta comunque più sicura in caso di atterraggio con un motore fuori uso, in quanto la maggiore vicinanza all'asse del velivolo riduce l'angolo di imbardata da adottare in questa evenienza.

Figure 14.10: Bombardier Global Express (fino a 19 passeggeri) con motori in coda; si noti la limitata altezza delle ali da terra, da [135].

Figure 14.11: Ribaltamento di un DC–10 (trimotore), e di un Boeing 747, dovuto a cattiva gestione del carico, da [90, 91].

Il ribaltamento dell'aereo per effetto di una cattiva gestione del carico si presenta più facilmente per aerei con motori in coda, ma può comunque avvenire anche in aerei con motori montati sotto le ali, vedi fig. 14.11.

Figure 14.12: Aerei con motori in coda e timone a T: (sinistra) Bombardier CRJ900, (destra) Boeing 727, da [92, 93].

Figure 14.13: Aerei con motori in coda, senza timone a T: (sinistra) Sud Aviation Caravelle, (destra) Lockheed L–1011, da [94, 95].

La configurazione con motori in coda richiede talvolta (ma non sempre) l'impiego di un timone a T, vedi figg. 14.12, 14.13. Un potenziale svantaggio della coda a T è il verificarsi di condizioni di stallo profondo, vedi fig. 14.14, se l'ala va in stallo. In questa evenienza la coda a T può trovarsi nella scia turbolenta dell'ala stallata, e perdere quindi la sua efficacia.

## 14.11 Conclusioni

In generale, la condizione più critica, che quindi determina la spinta statica da installare, è quella di decollo con un motore non operativo. In alcuni casi però la condizione vincolante è la fase finale di salita.

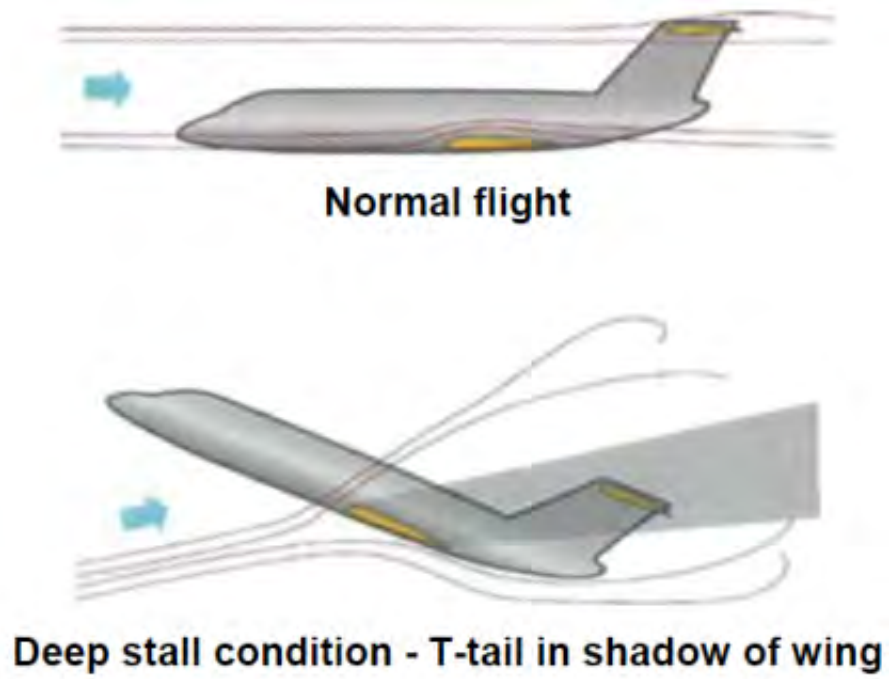



Figure 14.14: Condizione di stallo profondo in aereo con coda a T, da [96].

La scelta del numero dei motori ha risentito dell'evoluzione storica dell'affidabilità dei motori, e di conseguenza delle norme sul tempo di diversione in condizioni OEI. La configurazione con motori sotto le ali è attualmente universalmente adottata per grandi aerei di linea, ma quella con motori in coda risulta mandatoria per aerei di piccola taglia.

## 14.12 Effetto delle nubi di ceneri vulcaniche

A seguito di eruzioni vulcaniche, possono verificarsi rilasci di grandi quantità di ceneri vulcaniche nell'atmosfera. Le nubi che in tal modo si formano provocano diversi effetti sugli aerei in volo. Innanzitutto, le ceneri ingerite dai motori erodono le pale di fan e compressore (potendo generare uno stallo, con conseguente spegnimento del motore). Poi, le ceneri sono costituite da un mix di una componente solida ed una componente vetrosa (cioè amorfa), la quale ultima sopra ad una certa temperatura (detta *temperatura di transizione vetrosa*) assume una consistenza pastosa, potendo portare all'ostruzione dei fori di raffreddamento del *liner* della camera di combustione, nonché degli iniettori del combustibile, ancora con conseguente spegnimento. Le ceneri inoltre esercitano un'azione abrasiva sulla superficie esterna dell'aereo, provocando in particolare un effetto di sabbiatura del

parabrezza, che ostacola fortemente la visuale ai piloti; possono essere danneggiati anche antenne, impennaggi, flaps, finestrini, luci [97].

Per evitare di superare la temperatura di transizione vetrosa, l'aereo, nel caso si trovi inavvertitamente a volare entro una nube di cenere vulcanica, deve ridurre la temperatura operativa dei motori (con conseguente riduzione della spinta).

Attualmente sono stati predisposti nove *Volcanic Ash Advisory Centers* che monitorano la presenza di nubi di ceneri vulcaniche nell'atmosfera, e ne comunicano posizione e dimensioni. Si tenga presente che il problema presenta rilevanti implicazioni economiche: nel 1989 un Boeing 747 in volo sul Canada, dopo aver subito lo spegnimento di tutti i motori a causa di una nube vulcanica non rilevata, pur essendo riuscito a riavviarli prima dell'atterraggio, dovette poi sostituire tutti i motori per un costo di 80 M$. Nell'aprile 2010 l'eruzione del vulcano Eyjajallajökull in Islanda portò alla cancellazione di migliaia di voli, con perdite complessive per le compagnie aeree di quasi 2 G$.

## 14.13 Scarico del combustibile

I carrelli dell'aereo sono dimensionati sulla base del *Maximum Landing Weight* (MLW), che può essere sostanzialmente inferiore al *Maximum Take–Off Weight* (MTOW), specie per aerei a lunghissima autonomia, per via del peso del combustibile consumato. Questo criterio di dimensionamento è adottato al fine di ridurre al minimo la massa dei carrelli, a tutto vantaggio del carico utile. Quando tuttavia l'aereo si trova a dover rientrare all'aeroporto di partenza in seguito ad un'avaria, per esempio una condizione OEI, il suo peso sarà nettamente superiore al MLW, per cui per poter effettuare l'atterraggio in condizioni di sicurezza sarà necessario prima scaricare buona parte del combustibile per riportare il peso dell'aereo entro il MLW. Il combustibile viene quindi scaricato nell'ambiente mediante appositi sistemi, operazione che può arrivare a richiedere 30 – 45 minuti. In situazioni di emergenza il comandante può atterrare con l'aereo che supera il MLW, pur essendo consapevole che i carrelli potrebbero cedere. In tal caso, ammesso che l'atterraggio vada a buon fine, l'aereo deve successivamente essere sottoposto ad una ispezione formale prima di poter essere rimesso in servizio [99].

# Domande di verifica

1. Quali sono i valori tipici della manetta nelle varie fasi operative del volo?

2. Cosa si intende per spinta statica?

3. Cos'è il *thrust ratio*?
4. Disegnare (qualitativamente) come varia il *thrust ratio* in funzione del numero di Mach di volo e della quota.
5. Cosa è il *SAR*? Le compagnie aeree tendono a far volare i loro aerei alla velocità che dà effettivamente il massimo *SAR*? Perché?
6. Quali possibilità ha il pilota se in fase di decollo si verifica l'avaria di un motore?
7. Quale altro problema si verifica in caso di avaria di un motore?
8. Quali sono le condizioni di volo che tipicamente determinano la spinta statica da installare?
9. Quali restrizioni impongono le norme ETOPS sulla rotta di un aereo?
10. Quali sono vantaggi e svantaggi associati a disporre i motori sulle ali oppure in coda all'aereo?
11. Quale azione occorre intraprendere se l'aereo attraversa una nube di cenere vulcanica?
12. Quale azione occorre intraprendere prima che un aereo (a lunga autonomia) possa rientrare all'aeroporto di partenza in seguito ad un'avaria?

# Capitolo 15

# Motori volumetrici a combustione interna

## 15.1 Introduzione

I motori volumetrici a combustione interna, o motori a pistoni, sono stati i primi motori usati in campo aeronautico, i soli fino agli anni '40, quando furono introdotti i motori basati sul ciclo della turbina a gas. Essi sono tuttora preferiti per applicazioni che comportano potenze inferiori ai 300 kW circa, per via del minor costo rispetto ai motori turboelica. A questo minor costo iniziale si contrappongono tuttavia alcuni seri problemi:

- i costi ed i tempi di manutenzione sono più elevati, vedi par. 5.1;
- i motori attualmente in uso sono tutti stati sviluppati negli anni '50 o '60 al più tardi[1];
- di conseguenza, tutti utilizzano benzina avio, molto costosa (circa due volte e mezzo più costosa del Jet–A1 utilizzato dalle turbine a gas);
- tale benzina contiene come antidetonante il piombo tetraetile[2] (ormai bandito per i veicoli terrestri), fortemente tossico.

Essi sono chiamati *volumetrici*, perché operano variando ciclicamente il volume di una massa definita di gas, mentre i motori basati sul ciclo Brayton sono detti *a flusso continuo*. I motori a combustione interna possono essere classificati in base a diversi criteri:

- secondo le modalità di accensione della miscela aria/combustibile, in

[1] Sono stati tuttavia introdotti significativi miglioramenti [100].

[2] Per quanto esista una particolare qualità di benzina, denominata 100 LL (*low lead*) a basso contenuto di piombo; in particolare, negli Stati Uniti si vogliono bandire le benzine aeronautiche al piombo a partire dall'anno 2020.

  - motori ad accensione comandata (tramite la scintilla di una candela), basati sul ciclo Otto (o per esteso Otto–Beau de Rochas[3]), utilizzanti benzina come combustibile, in cui la combustione avviene sostanzialmente a volume costante;
  - motori ad accensione spontanea (grazie alle elevate temperature raggiunte attraverso una forte compressione), utilizzanti (in generale) gasolio come combustibile, basati sul ciclo Diesel, nei quali la combustione avviene sostanzialmente a pressione costante;

- in base al numero di corse effettuate dal pistone per completare un ciclo, in
  - motori a due tempi;
  - motori a quattro tempi;

- in base al metodo di raffreddamento dei cilindri, in
  - motori raffreddati ad aria;
  - motori raffreddati ad acqua.

I requisiti specifici dei motori a combustione interna per impiego aeronautico sono:

- la leggerezza, o meglio un alto valore del rapporto tra potenza e massa del motore, $P/m_{eng}$;
- un basso ingombro frontale, o meglio un alto valore del rapporto potenza/area frontale $P/A_{eng}$;
- l'indipendenza dalla quota di volo, ossia la potenza deve (per quanto possibile) rimanere costante con la quota;
- un'elevata sicurezza, nel senso di una bassissima eventualità di spegnimento in volo (anche per questo i motori aeronautici hanno due candele per cilindro, per assicurare l'operatività anche nel caso in cui una candela vada fuori uso);
- dovendo operare ad alta quota, ove la temperatura di ebollizione del combustibile è bassa, occorre adottare una benzina a bassa pressione di vapore $p_{vap}$, per evitare che essa evapori in quantità significativa, e soprattutto che si determini il fenomeno del *vapor lock*, ossia che il combustibile passi in fase gassosa nelle linee di alimentazione, bloccandole. Questo impone l'uso di una particolare formulazione del combustibile (basata su iso-eptano e iso–ottano), che ne determina l'alto costo.

[3]Bisogna dire che l'invenzione da parte del francese Alphonse Beau de Rochas precedette quella del tedesco Nikolaus August Otto, al quale ultimo infatti tolsero il brevetto. Per contro, va detto che Beau de Rochas non realizzò mai alcun motore basato sulla sua idea.

## 15.2 Definizioni

Il motore è costituito da uno o più *cilindri* (contenitori di forma cilindrica) all'interno di ciascuno dei quali scorre un *pistone* (o stantuffo) con un moto rettilineo alternativo[4]. La parte superiore del cilindro è detta *testa*, vedi fig. 15.1. Un meccanismo biella–manovella, vedi figg. 15.2,15.3 trasforma il moto alternativo del pistone in un moto rotatorio dell'albero motore. Nella testa del cilindro sono alloggiate le valvole che regolano l'immissione e l'espulsione della massa gassosa e, nei motori ad accensione comandata, un dispositivo per l'accensione della miscela (una o più candele in grado di produrre una scarica elettrica). Si riporta di seguito la terminologia comunemente impiegata per indicare dimensioni e parametri caratteristici dei motori a combustione interna alternativi:

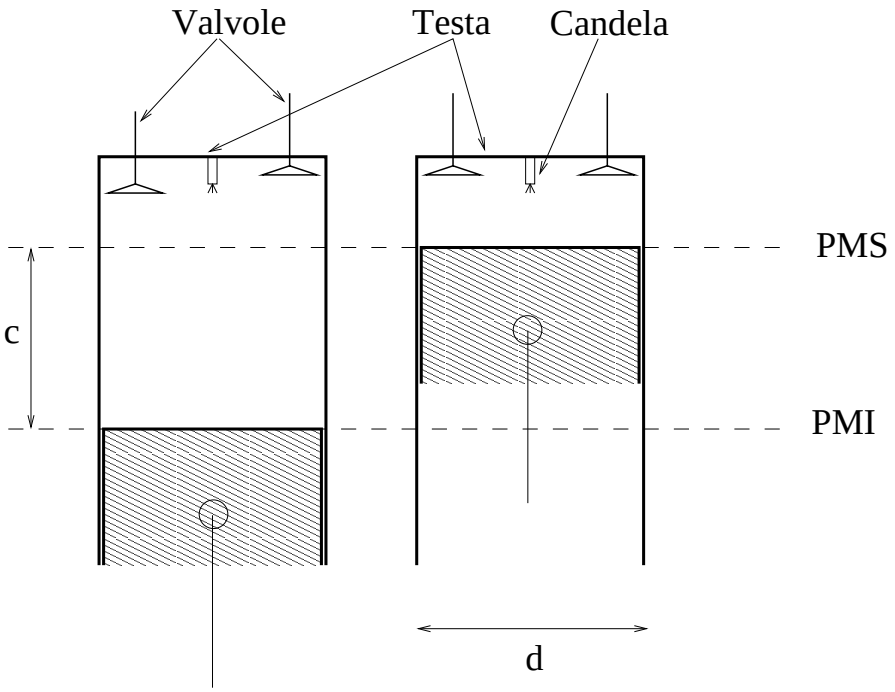



Figure 15.1: Definizioni di corsa, alesaggio, punto morto superiore (PMS) e punto morto inferiore (PMI).

**Punto morto inferiore (PMI), o *bottom dead center* (BDC).** Indica la posizione del pistone al punto più basso della sua corsa, quindi più lontana dalla testa del cilindro. In queste condizioni il volume a disposizione dei gas è massimo, ed è indicato con $\mathcal{V}_1$;

[4]Fa eccezione il motore Wankel, che utilizza un rotore eccentrico [101].

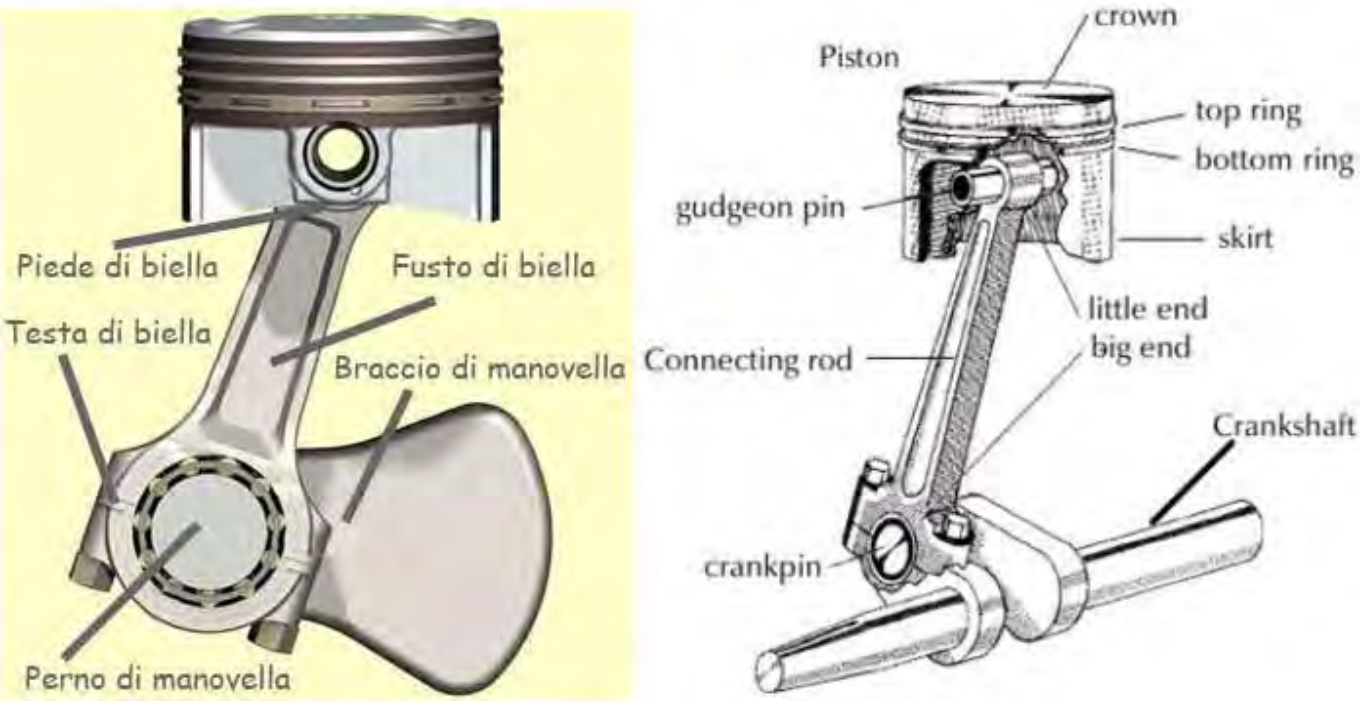



Figure 15.2: Meccanismo biella–manovella, da [102, 103].

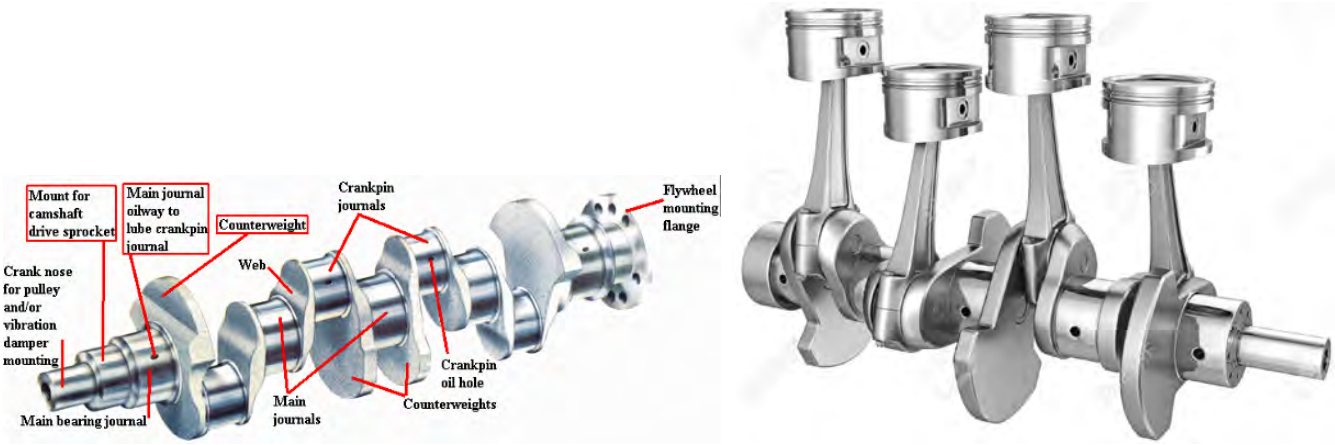



Figure 15.3: Albero a gomiti di un motore a quattro cilindri in linea, da [104, 105].

**Punto morto superiore (PMS), o *top dead center* (TDC).** Indica la posizione del pistone al punto più alto della sua corsa, quindi più prossima alla testa del cilindro. Il volume a disposizione dei gas è minimo, ed è indicato con $\mathcal{V}_2$ (volume della *camera di combustione*);

**Corsa (*stroke*).** È la distanza tra il punto morto superiore ed il punto morto inferiore; è pari a due volte il raggio della manovella, ed è indicata con $c$;

**Diametro o alesaggio (*bore*).** È il diametro interno del cilindro, indicato con $d$;

**Cilindrata.** È il volume spazzato dal pistone $(\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2)$. In un motore a più cilindri, è data dal prodotto del numero $N$ dei cilindri per $(\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2)$; essa può essere espressa in funzione di corsa ed alesaggio come

$$\mathcal{V}_c \;=\; N\,(\mathcal{V}_1 \;-\; \mathcal{V}_2) \;=\; N\,\frac{\pi\,d^2}{4}\,c \tag{15.1}$$

**Rapporto di compressione volumetrico $r$.** È definito come il rapporto tra volume massimo e minimo a disposizione dei gas:

$$r \;=\; \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2} \tag{15.2}$$

Per brevità viene in genere semplicemente indicato *tout court* come rapporto di compressione.

Nella fig. 15.4 sono visibili vicino alla testa del pistone le fasce elastiche (in nero) che assicurano la tenuta tra pistone e cilindro, nonché il meccanismo di azionamento delle valvole medianti alberi a camme (in verde, visibili in basso – sono comunque possibili diverse disposizioni), aste e bilancieri, la camicia di raffreddamento (in questo caso ad acqua, in celeste), nonché il contrappeso del gomito dell'albero (in grigio scuro).

## 15.3 Equazione dell'energia

È importante, come già detto, sottolineare che i motori a combustione interna alternativi sono macchine *volumetriche*, cioè macchine che operano in una camera di volume variabile su una massa finita di fluido, che viene introdotto durante la fase di aspirazione e poi espulso nella fase di scarico. Non si ha quindi, a differenza delle macchine basate sul ciclo Brayton–Joule, un flusso continuo di fluido, per

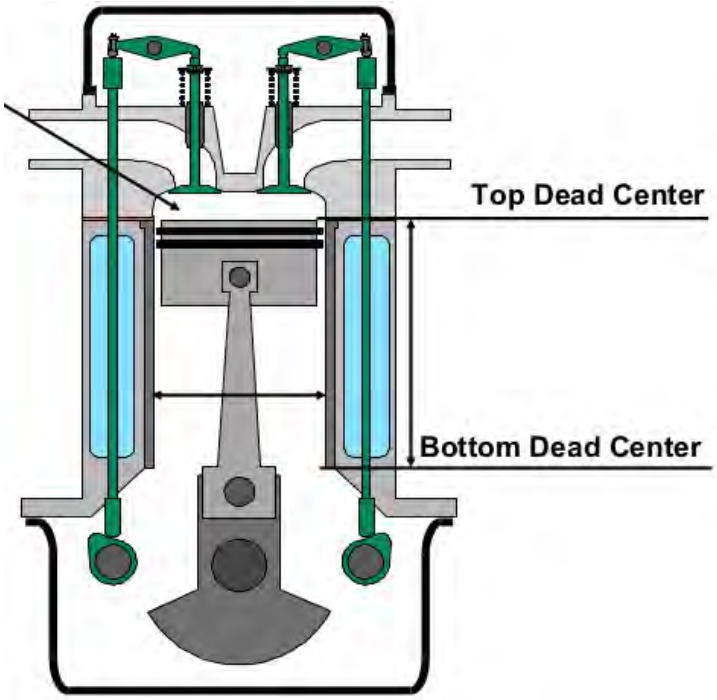



Figure 15.4: Sezione di un cilindro: sono visibili in alto le fasce elastiche (in nero), da [106].

cui nell'equazione dell'energia (scritta in termini di potenza) *non* compaiono i termini del tipo $p\,A\,u$, vedi (2.39). Occorre quindi fare ricorso all'equazione dell'energia nella sua forma più fondamentale, che corrisponde al primo principio della termodinamica

$$\boxed{\Delta e \;=\; Q \;-\; L} \tag{15.3}$$

dove $e$ indica l'energia interna specifica (per unità di massa), $Q$ il calore assorbito dall'unità di massa di fluido, e $L$ il lavoro compiuto sull'unità di massa di fluido. Si noti che tale lavoro è dovuto alle forze di pressione che si esercitano sulla testa del pistone, e che ne determinano lo spostamento; ha quindi un significato radicalmente diverso dal lavoro all'albero $L_s$ considerato nell'analisi del ciclo Brayton–Joule. L'equazione dell'energia nella forma (15.3) prende quindi il posto della (2.45) adottata per i turbogas; si noti anche che nel caso dei motori alternativi le velocità del fluido in gioco sono molto basse per cui il termine di energia cinetica risulta assolutamente trascurabile.

Il lavoro $L$ qui considerato è del tipo pressione–volume, in quanto dato dal prodotto forza (di pressione) per spostamento. Per un pistone di area trasversale $A = \pi\, d^2/4$, che esercita una pressione $p$ sul gas, la forza è $p\,A$; per uno spostamento infinitesimo $dx$ del pistone il lavoro compiuto dal pistone (in una trasformazione reversibile) sull'intera massa di gas contenuta nel cilindro risulta

$$d\mathcal{L} \;=\; p\,A\,dx \;=\; p\,d\mathcal{V} \tag{15.4}$$

essendo $d\mathcal{V}$ il volume infinitesimo spazzato dal cilindro nello spostamento $dx$. Riferendoci al lavoro *per unità di massa* $dL$ dobbiamo considerare il volume per unità di massa, cioè il volume specifico $v$

$$dL \;=\; p\,dv \tag{15.5}$$

Il lavoro compiuto in uno spostamento del pistone di ampiezza finita sarà pertanto (indicando con $a$ e $b$ gli estremi della trasformazione)

$$L \;=\; \int_a^b p\,dv \tag{15.6}$$

Da questo emerge che conviene studiare il ciclo dei motori a combustione interna alternativi sul piano pressione–volume specifico ($p$, $v$). Il volume specifico è tuttavia di non immediata rilevazione; si preferisce pertanto utilizzare il piano ($p$, $\mathcal{V}$), dove $\mathcal{V}$ è il volume a disposizione dei gas nel cilindro, detto *volume indicato*, di immediata identificazione. Nei tempi del ciclo in cui il motore lavora a valvole chiuse, vedi par. 15.4, la massa di gas $m_m$ contenuta nel cilindro è costante, per cui sussiste una proporzionalità tra volume indicato e volume specifico

$$\mathcal{V} \;=\; m_m\,v \tag{15.7}$$

Tale proporzionalità tuttavia non vale nei tempi in cui il motore lavora con una valvola (di aspirazione o scarico) aperta.

Avendo quindi optato per adottare il piano pressione–volume, occorre ricavare l'equazione di una isentropica (che consentirà di descrivere le trasformazioni adiabatiche ideali) in termini di $p$ e $v$; dalla (2.70) si ricava immediatamente, essendo il volume specifico l'inverso della densità, la forma

$$p\,v^\gamma \;=\; \text{const} \tag{15.8}$$

Ricaviamo anche la forma in $T$ e $v$, che utilizzeremo in successivi sviluppi. Dall'equazione di stato nella forma (2.5) ricaviamo

$$p = \frac{RT}{v} \tag{15.9}$$

che sostituita nella (15.8) dà (conglobando le costanti)

$$T\,v^{\gamma-1} = \text{const} \tag{15.10}$$

## 15.4 Ciclo Otto ideale

Per una trattazione generale dei motori a combustione interna si rimanda ai testi [107, 108]. D'ora in poi in queste note ci si riferirà soltanto all'applicazione più comune per i motori a combustione interna alternativi aeronautici, ossia il motore ad accensione comandata a 4 tempi basato sul ciclo Otto–Beau de Rochas, per quanto siano stati anche utilizzati motori a due tempi e/o ad accensione per compressione (basati sul ciclo Diesel, vedi par. 15.11). Con motore a quattro tempi si intende che il ciclo viene effettuato in quattro corse del pistone (ad ogni ciclo corrispondono pertanto due giri della manovella, e quindi dell'albero motore). Ad ogni corsa del pistone ('tempo') corrisponde una fase diversa del ciclo compiuto dal motore.

I quattro tempi sono i seguenti, vedi figg. 15.5, 15.6:

1. *Corsa di aspirazione* (0 – 1). In questa fase la massa di miscela aria/combustibile (generata dal carburatore o dagli iniettori) entra all'interno del cilindro grazie all'apertura della valvola di aspirazione. Il pistone va quindi dal PMS al PMI. Durante questa fase la massa di gas all'interno del cilindro aumenta progressivamente, mantenendo le proprietà $(p, T)$ essenzialmente inalterate (almeno nel caso ideale) per tutta la sua durata. Tale corsa è quindi rappresentata dal segmento 0–1 nel piano $p$–$\mathcal{V}$, vedi fig. 15.6. Per quanto detto sono costanti infatti i valori di $p$ e $T$ (e quindi di $\rho$ e del suo inverso, il volume specifico $v$), mentre va aumentando durante questo primo tempo la massa di miscela contenuta nel cilindro, esprimibile come

$$\mathcal{V}/v \tag{15.11}$$

   in quanto $\mathcal{V}$ varia dal valore minimo $\mathcal{V}_2$ a quello massimo $\mathcal{V}_1$;

2. *Corsa di compressione* (1 – 2). Questa fase avviene a valvole chiuse. Dopo la chiusura delle valvole la massa di miscela contenuta nel cilindro $m_m$ rimane costante, quindi $v$ è proporzionale

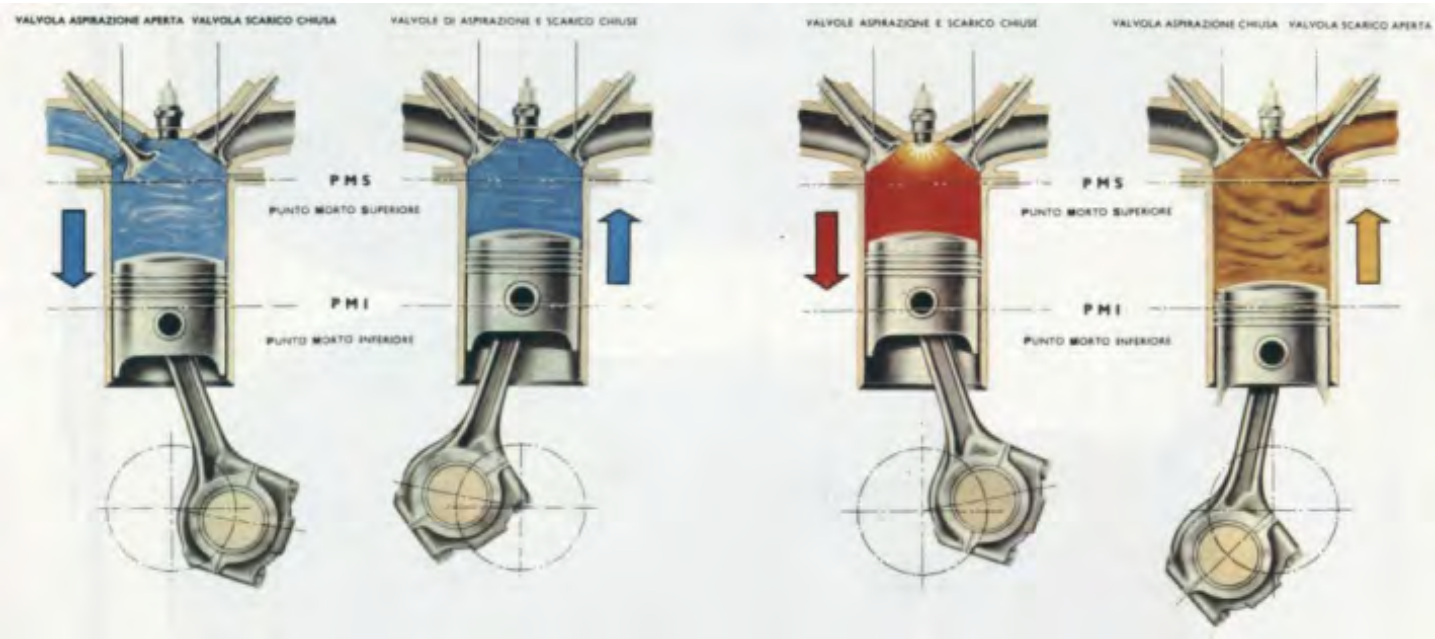



Figure 15.5: Fasi di un motore a combustione interna alternativo a 4 tempi, da [109].

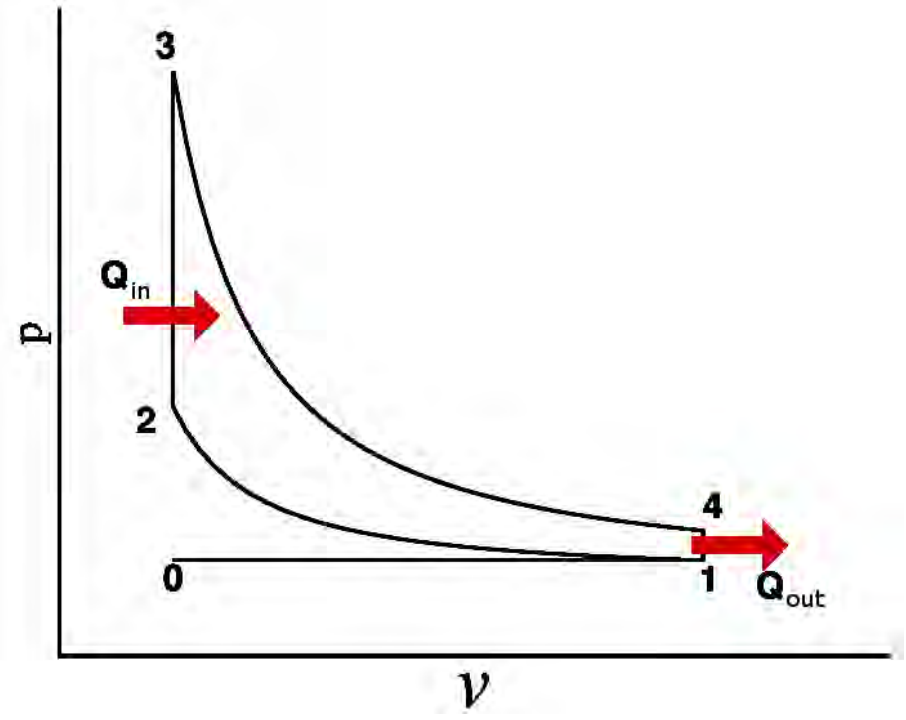



Figure 15.6: Ciclo Otto ideale sul piano pressione–volume indicato.

a $\mathcal{V}$ per la (15.7); tanto $v$ che $\mathcal{V}$ sono pertanto indicativi della posizione del pistone. In questa fase la miscela contenuta nel cilindro viene compressa dal pistone, che compie lavoro sul fluido spostandosi dal PMI al PMS. Alla fine della corsa scocca la scintilla, e la conseguente combustione idealmente avviene istantaneamente, quindi a volume costante. Il forte aumento di temperatura dà luogo, per la (2.5), ad un corrispondente forte incremento della pressione (trasformazione 2 – 3);

3. *Corsa di espansione* (3 – 4). Anche questa fase avviene a valvole chiuse. Il pistone viene spinto verso il basso dal gas che si espande (per effetto della sua elevata pressione), compiendo quindi lavoro sul pistone stesso. Al termine della corsa dal PMS al PMI viene aperta la valvola di scarico, e si ha quindi lo scarico (idealmente istantaneo, anche detto scarico spontaneo), e quindi la pressione scende istantaneamente (trasformazione 4 – 1);

4. *Corsa di espulsione* (1 – 0) (o di scarico forzato). Questa fase avviene a valvola di scarico aperta. I gas combusti sono spinti fuori dal pistone che va verso il PMS, in condizioni di $T$ e $p$ costanti.

Notiamo che le fasi di combustione (2 – 3) e scarico (4 – 1) avvengono idealmente a volume indicato costante, quindi non corrispondono ad una corsa, o tempo, del pistone.

Il ciclo *ideale* consta quindi delle seguenti trasformazioni (ricordiamo ancora che nelle corse di aspirazione 0 – 1, e di espulsione 1 – 0, le proprietà intensive, $p$, $T$ e $v$, del gas non variano)

**1–2** Compressione isentropica: il lavoro di compressione compiuto dal pistone è

$$L_c \;=\; -\int_1^2 p\,dv \tag{15.12}$$

(il segno negativo deriva dal fatto che si vuole $L_c$ positivo, mentre $dv$ è negativo in quanto il gas si comprime);

**2–3** Combustione a volume costante: viene idealmente rilasciata istantaneamente la quantità di calore

$$Q_{in} \;=\; \int_2^3 c_v\,dT \tag{15.13}$$

Compare quindi il calore specifico a *volume* costante;

**3–4** Espansione isentropica: il lavoro di espansione compiuto dal fluido è

$$L_e = \int_3^4 p\,dv \tag{15.14}$$

**4–1** Scarico a volume costante: la fuoriscita di gas ancora caldi al termine dell'espansione determina la sottrazione, idealmente istantanea, dalla massa gassosa della quantità di calore

$$Q_{out} = -\int_4^1 c_v\,dT \tag{15.15}$$

(il segno meno è dovuto al fatto che si vuole $Q_{out}$ positivo, mentre $dT$ è negativo).

Sottolineiamo che in un ciclo Otto l'unica fase che fornisce potenza è quella di espansione, mentre nelle altre tre fasi è invece richiesta potenza (per comprimere il gas, e nel caso reale, per aspirare ed espellere la miscela). Ciò determinerebbe, in assenza di provvedimenti adeguati, un moto irregolare dell'albero motore, con fasi successive di accelerazione e decelerazione angolare. Per contenere questo problema viene introdotto sull'asse del motore un *volano* (*flywheel*), ossia un organo, solitamente un disco, caratterizzato da un alto momento d'inerzia, che quindi può assorbire energia cinetica rotazionale durante la fase attiva (espansione) e restituirla in quelle passive, uniformando pertanto la velocità di rotazione dell'albero motore. Nei motori aeronautici la funzione di volano è tuttavia svolta dall'elica, con importante risparmio di peso.

Per determinare le prestazioni di un motore basato sul ciclo Otto ideale, assumiamo ancora per semplicità che le proprietà della miscela siano le stesse dell'aria (trascurando quindi gli effetti dovuti alla quantità, relativamente piccola, di combustibile contenuta nella miscela), che essa si comporti come un gas ideale, e che le sue proprietà ($\gamma$, $c_p$, $c_v$) si mantengano costanti[5]. Dall'equazione dell'energia (15.3) applicata ad un ciclo completo si ha ovviamente

[5] Va osservato che queste ipotesi sono meno giustificate rispetto al caso dei turbogas, che operano con un grande eccesso di aria per cui la massa di combustibile è molto piccola rispetto a quella di aria (tipicamente, può essere 1/50 o meno), mentre nei motori alternativi la combustione è praticamente stechiometrica, per cui il rapporto combustibile/aria vale circa 1/15, e di conseguenza altera in qualche misura le proprietà del fluido. Trascureremo però in queste note tale (relativamente modesto) effetto. Si opera in condizioni stechiometriche in quanto non vi è il problema di resistenza di un organo in moto, come era il caso della palette della turbina nei turbogas, sottoposte a fortissimo sforzo centrifugo.

$$\Delta e \;=\; 0 \tag{15.16}$$

in quanto al termine del ciclo il fluido ritorna alle condizioni iniziali, e quindi ancora per la (15.3) si ha

$$Q \;-\; L \;=\; 0 \tag{15.17}$$

dove il lavoro netto $L$ (che con la convenzione adottata ha segno positivo quando è prodotto dal ciclo) è la differenza tra il lavoro $L_e$ prodotto nella fase di espansione ed il lavoro $L_c$ compiuto sul fluido durante la fase di compressione

$$L \;=\; L_e \;-\; L_c \tag{15.18}$$

ed analogamente $Q$ è la differenza tra il calore $Q_{in}$ in entrata nel ciclo durante la fase di combustione ed il calore $Q_{out}$ in uscita durante la fase di scarico. Si ha quindi per il lavoro utile (positivo se effettivamente prodotto dal motore)

$$L_u \;=\; L \;=\; L_e \;-\; L_c \;=\; Q \;=\; Q_{in} \;-\; Q_{out} \tag{15.19}$$

Definiamo il rendimento termodinamico del ciclo come rapporto tra lavoro utile e calore in entrata (entrambi per unità di massa),

$$\eta_{th,id} \;=\; \frac{L_u}{Q_{in}} \tag{15.20}$$

dalla quale, per le (15.19,15.13,15.15), si ha

$$\eta_{th,id} \;=\; \frac{Q_{in} \;-\; Q_{out}}{Q_{in}} \;=\; 1 \;-\; \frac{Q_{out}}{Q_{in}} \;=\; 1 \;-\; \frac{c_v\,(T_4 \;-\; T_1)}{c_v\,(T_3 \;-\; T_2)} \;=\; 1 \;-\; \frac{T_1\,(T_4/T_1 - 1)}{T_2\,(T_3/T_2 - 1)} \tag{15.21}$$

Essendo le trasformazioni 1–2 e 3–4 isentropiche, per la (15.10) si ha

$$\begin{cases} \text{trasformaz. } 1-2: & T_2\, v_2^{\gamma-1} \;=\; T_1\, v_1^{\gamma-1} \\ \text{trasformaz. } 3-4: & T_3\, v_2^{\gamma-1} \;=\; T_4\, v_1^{\gamma-1} \end{cases} \tag{15.22}$$

dalle quali segue

$$\frac{T_3}{T_2} \;=\; \frac{T_4}{T_1} \tag{15.23}$$

e quindi

$$\eta_{th,id} \;=\; 1 \;-\; \frac{T_1}{T_2} \tag{15.24}$$

Di conseguenza, per la (15.22a), il rendimento assume un'espressione simile a quella del ciclo Brayton, ma mentre in quel caso veniva espresso in termini del rapporto di compressione $\beta_c$, nel caso del ciclo Otto si esprime, tramite la (15.10), in funzione del rapporto di compressione volumetrico $r$, che è il parametro costruttivo di rilievo per questi motori

$$\boxed{\eta_{th,id} \;=\; 1 \;-\; \frac{1}{r^{\gamma-1}}} \tag{15.25}$$

Il comportamento del rendimento termodinamico ideale in funzione di $r$ è mostrato in 15.7; come si può vedere esse cresce all'aumentare di $r$, tendendo asintoticamente all'unità.

La massa $m_m$ di miscela contenuta nel cilindro consta della massa di aria $m_a$ e quella di combustibile $m_f$

$$m_m \;=\; m_a \;+\; m_f \tag{15.26}$$

il cui rapporto è stato indicato con $\alpha$ (a differenza dei cicli turbogas, si preferisce adottare il rapporto aria/combustibile (12.14) piuttosto che il rapporto combustibile/aria, $f$)

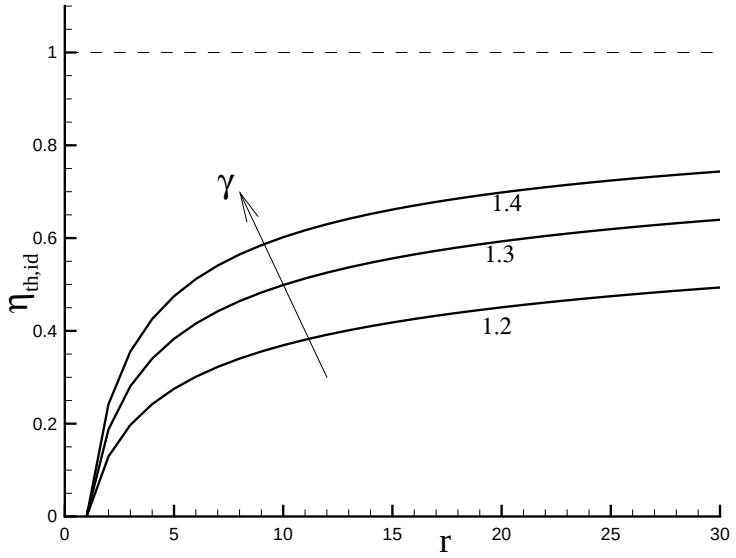



Figure 15.7: Rendimento termodinamico del ciclo Otto ideale.

$$\alpha \;=\; \frac{m_a}{m_f} \tag{15.27}$$

che come detto assume valori prossimi allo stechiometrico

$$\alpha \;\simeq\; \alpha_{st} \;\simeq\; 15 \tag{15.28}$$

Dalle (15.26,15.27) si ricava

$$\frac{m_m}{m_f} \;=\; \alpha \;+\; 1 \tag{15.29}$$

Una volta determinato il rendimento del ciclo ideale, si può esprimere il lavoro fornito dal motore in un ciclo, per unità di massa di miscela, attraverso la (15.20), osservando che nel caso ideale il rendimento di combustione $\eta_b$ è assunto unitario, come

$$L_{u,id} \;=\; \eta_{th,id}\, Q_{in} \tag{15.30}$$

Il calore rilasciato (idealmente, ossia assumendo rendimento di combustione unitario) in un ciclo è dato dal prodotto

$$m_f \, Q_f \tag{15.31}$$

e viene distribuito su una massa $m_m$ di miscela, per cui il calore in ingresso *per unità di massa* risulta, per la (15.29)

$$Q_{in} \;=\; \frac{m_f \, Q_f}{m_m} \;=\; \frac{Q_f}{\alpha \,+\, 1} \tag{15.32}$$

e di conseguenza il lavoro utile (sempre riferito all'unità di massa) è dato da

$$L_{u,id} \;=\; \frac{\eta_{th,id} \, Q_f}{\alpha \,+\, 1} \tag{15.33}$$

## 15.5 Relazioni generali per potenza e consumo specifico

Ricaviamo ora alcune relazioni generali che consentono di esprimere la potenza del motore ed il suo consumo specifico sia nel caso ideale che reale.

La massa di miscela che entra nel cilindro, indicata con $\rho_1$ la densità nel punto iniziale del ciclo stesso, è data da

$$m_m \;=\; \rho_1 \, \mathcal{V}_c \tag{15.34}$$

Il lavoro utile prodotto in un ciclo è il prodotto della massa $m_m$ per il lavoro utile per unità di massa

$$\mathcal{L}_{ciclo} \;=\; m_m \, L_u \tag{15.35}$$

Indicato con $n$ il numero di giri al minuto dell'albero motore, misurato in rpm (*revolutions per minute*), il numero di cicli compiuti in un secondo, tenendo conto che in un motore a 4 tempi un ciclo viene completato in 2 giri dell'albero motore (ossia quattro corse del pistone), risulta dato da

$$\frac{n}{2 \cdot 60} \tag{15.36}$$

per cui la potenza sviluppata è

$$\mathcal{L}_{ciclo} \cdot \frac{n}{2 \cdot 60} \tag{15.37}$$

e per la (15.33)

$$P = \frac{m_m L_u}{2 \cdot 60/n} = \frac{\rho_1 \mathcal{V}_c \eta_{th} Q_f n}{2 \cdot 60 (\alpha + 1)} \tag{15.38}$$

In questa espressione va ovviamente utilizzato il rendimento ideale (15.25) per cicli ideali; per cicli reali occorre introdurre il rendimento reale che sarà definito nel par. 15.8, vedi (15.44).

Il consumo specifico ($SFC$, *Specific Fuel Consumption*) deriva dalla (3.59)

$$SFC = \frac{\dot{m}_f}{P_u} = \frac{m_f}{m_m L_u} = \frac{1}{\eta_{th} Q_f} \tag{15.39}$$

Dall'analisi del ciclo ideale abbiamo dedotto che il rendimento cresce con il rapporto di compressione, vedi (15.25); con esso cresce anche, per la (15.38), la potenza sviluppata, mentre per la (15.39) diminuisce il consumo specifico. Si cerca quindi di realizzare motori per quanto possibile con elevati valori di $r$, tuttavia il valore massimo ammissibile per $r$ è limitato da:

1. pressione massima nel cilindro: essa cresce con $r$, richiedendo pertanto strutture più pesanti (per resistere alle maggiori sollecitazioni);

2. detonazione: per valori elevati di $r$ si innesca un'autoaccensione della miscela nella fase finale della compressione, per effetto delle elevate temperature raggiunte, la quale provoca onde di pressione che si propagano rapidamente nel cilindro provocando campi di pressione irregolari,

surriscaldamento locale ed una diminuzione del rendimento. Le condizioni di innesco della detonazione dipendono anche dalle proprietà del combustibile adottato.

Per via di tali limitazioni, si adottano tipicamente valori di $r$ inferiori a circa 10.

Allo scopo di aumentare la potenza estraibile da un motore di data cilindrata, conviene aumentare il numero di giri $n$ di lavoro, tuttavia $n$ è limitato da:

1. velocità media del pistone: essa può essere espressa come lo spazio percorso in un ciclo (quattro corse del pistone) per numero di cicli nell'unità di tempo

$$\bar{u} = \frac{4\,n\,c}{2 \cdot 60} = \frac{2\,n\,c}{60} \tag{15.40}$$

   dove $c$ è la corsa del pistone. Tale velocità media non deve superare un limite massimo di circa 15 m/s (o poco più), altrimenti si riducono eccessivamente rendimento e durata del motore. Per aumentare $n$ mantenendo $\bar{u}$ costante si può quindi contenere la corsa (a parità di cilindrata, per non ridurre anche la potenza), il che porta ovviamente ad un maggiore alesaggio $d$. Poiché il miglior funzionamento del motore si ottiene quando $c/d \sim 1$ (motore *quadro*), si può aumentare $n$ a parità di cilindrata $\mathcal{V}_c$ aumentando il numero di cilindri (diminuendo quindi il volume del singolo cilindro, e riducendo pertanto $c$);

2. velocità di rotazione dell'elica: se $n$ è troppo alto risulta necessario introdurre un riduttore (organo pesante e delicato) tra motore e asse dell'elica;

3. consumo specifico. Dallo studio dei cicli *reali* si può evincere che per avere un minimo consumo specifico occorre adottare valori di $n$ relativamente bassi ($n \sim 2500\,\mathrm{rpm}$).

Aumentare il numero di giri del motore porta ovviamente ad un aumento della portata di combustibile richiesto (anzi, è l'aumento della portata di combustibile a determinare l'aumento della velocità di rotazione).

In conclusione, in campo aeronautico in genere si adottano valori di $n$ tipicamente nel campo da 2000 a 3000 rpm. Tali valori sono tendenzialmente più bassi di quelli conseguiti in ambito automobilistico, per via delle grandi potenze richieste in aeronautica, che richiedono cilindrate notevoli e quindi corse $c$ elevate. Per limitare la velocità del pistone (15.40) è quindi necessario ridurre il numero di giri. Anche l'accoppiamento con l'elica, che deve ruotare a velocità contenuta (per non indurre onde d'urto alle estremità delle pale), può spingere in questa direzione.

## 15.6 Aspetti cruciali dei motori alternativi

Tra i problemi fondamentali dei motori a combustione interna alternativi figurano il bilanciamento statico, il bilanciamento dinamico, e la sequenza di accensione, ai quali dedichiamo di seguito un cenno.

### 15.6.1 Bilanciamento statico

Un organo rotante (e qui in particolare ci riferiamo all'albero motore) è *staticamente* equilibrato quando, in condizioni statiche, rimane in equilibrio per ogni posizione in cui viene ruotato, ossia il *suo centro di gravità giace sull'asse del rotore.* Se questa condizione non è verificata, vedi fig. 15.8a (dove è simbolicamente indicata una massa aggiuntiva su un lato del rotore, alla radice della freccia), si crea una sbilanciamento statico per cui il rotore, posto in rotazione, viene deflesso per effetto della forza centrifuga agente sulla massa aggiuntiva.

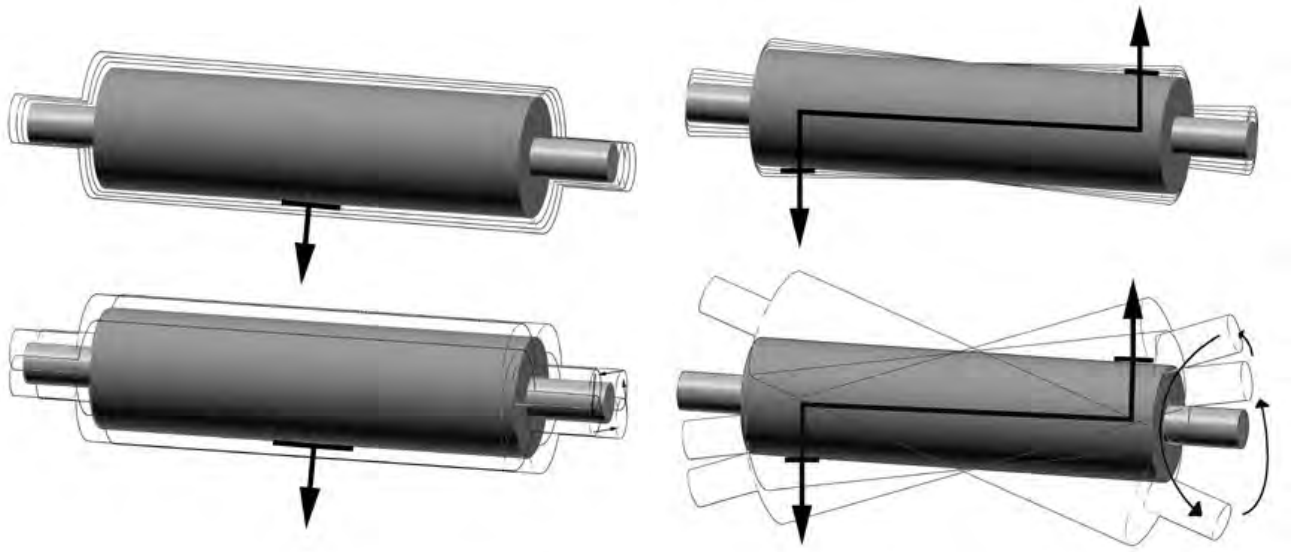


Figure 15.8: Effetto (a sinistra) di uno sbilanciamento statico e (a destra) di uno dinamico, da [110].

### 15.6.2 Bilanciamento dinamico

Un organo rotante (albero motore) è *dinamicamente* equilibrato quando *uno dei suo assi principali di inerzia coincide con l'asse di rotazione.* Se questa condizione non è verificata, vedi fig. 15.8b (in cui sono simbolicamente indicate due masse aggiuntive alle radici delle frecce), si crea una sbilanciamento

dinamico per cui l'asse del rotore è sottoposto ad una coppia la cui direzione varia continuamente con l'angolo di rotazione. Questo produce vibrazione dell'albero e causa una riduzione della vita dei cuscinetti sui quali è poggiato il rotore.

### 15.6.3 Sequenza di accensione

Questo termine indica la sequenza secondo la quale si succede la fase di potenza (cioè di espansione) nei vari cilindri. Essa va determinata in modo appropriato al fine di ridurre le vibrazioni del motore, quindi prolungarne la vita, migliorare il bilanciamento del motore, e fare in modo che la coppia all'albero risulti circa costante nel tempo, ossia con l'angolo di rotazione.

## 15.7 Configurazioni

Mentre i motori alternativi per applicazioni automobilistiche adottano prevalentemente configurazioni con cilindri in linea, o a V, queste sono raramente adottate in aeronautica. Ambedue le configurazioni citate comportano un blocco motore alquanto lungo, quindi pesante. Poi, e in modo particolare la prima, comportano un albero motore alquanto lungo, sottoposto di conseguenza a forti sforzi flessionali; questo deve quindi essere robusto, perciò pesante. Inoltre, se i cilindri sono raffreddati ad aria, il raffreddamento degli ultimi cilindri, 'oscurati' da quelli a prua, si presenta problematico. L'inconveniente è più contenuto nella configurazione a V, che tuttavia comporta un maggior ingombro frontale.

Le configurazioni più adottate sono quelle a stella (o radiale, vedi fig. 15.9) e quella a cilindri contrapposti, detta anche *boxer*, vedi fig. 15.10. La prima presenta i vantaggi di un blocco motore ed un albero corto, quindi leggeri, e consente un efficace raffreddamento dei cilindri. È stata adottata in particolare per motori di grande potenza, nel qual caso sono adottate anche più stelle (fino a quattro) in fila, opportunamente sfalsate angolarmente per favorire il raffreddamento dei cilindri delle stelle poste più verso poppa. In questi motori un solo pistone è collegato direttamente all'albero motore mediante una biella di grandi dimensioni, detta biella madre, mentre gli altri sono connessi con 'biellette' di dimensioni ridotte alla biella madre, vedi fig. 15.9b. I cilindri di ogni stella sono sempre in numero dispari, e la sequenza di accensione, per esempio in un motore a 9 cilindri numerati come in fig. 15.9c, è 1–3–5–7–9–2–4–6–8.

La configurazione a cilindri contrapposti, vedi fig. 15.10, è attualmente adottata per motori di piccola potenza, per via del suo ridotto ingombro frontale, contenendo così la resistenza aerodinamica; tali motori possono anche in una certa misura essere 'affogati' nell'ala. Per il motore a sei cilindri in

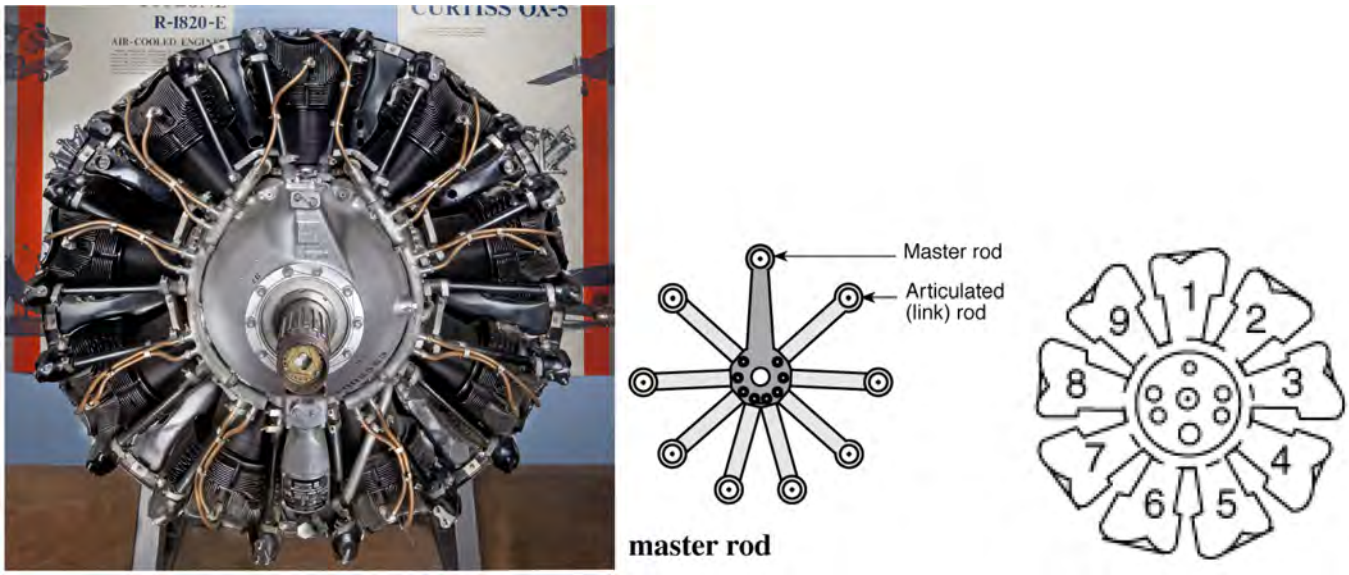



Figure 15.9: Configurazione di motore a stella (a sinistra), (al centro) meccanismo di biella madre e biellette, e (a destra) numerazione dei cilindri, da [111, 112, 113].

Figure 15.10: Configurazione di motore a cilindri contrapposti (a sinistra), alloggiamento dei motori parzialmente affogato nell'alla (al centro), e (a destra) numerazione dei cilindri, da [114, 115, 113].

figura la sequenza d'accensione è 1–6–2–5–3–4.

## 15.8 Ciclo Otto reale

Il ciclo Otto reale indicato si discosta da quello ideale sotto diversi aspetti, vedi fig. 15.11:

- nella corsa 0–1 il gas, scorrendo nel condotto di aspirazione, subisce una perdita di pressione,

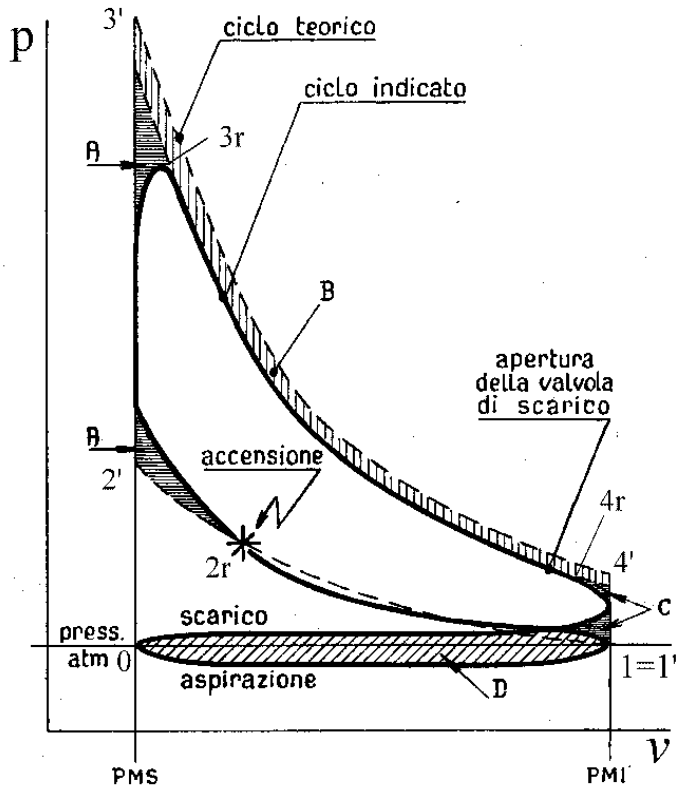



Figure 15.11: Ciclo Otto ideale e reale, sul piano indicato, da [107].

per cui la pressione all'aspirazione sarà minore di quella ambiente. In altre parole, occorre creare una depressione per far affluire la miscela nel cilindro, il che comporta un lavoro da eseguire sul fluido;

- nella corsa 1–2 di compressione la trasformazione non è né adiabatica né isentropica, in quanto i gas scambiano calore con le pareti del cilindro;

- la combustione non è istantanea, per cui occorre far scoccare la scintilla della candela *prima* che il pistone arrivi al punto morto superiore, e la combustione continuerà anche nella parte iniziale della corsa di espansione;

- anche la corsa di espansione 3–4 non è né adiabatica né isentropica;

- nella fase di espulsione la pressione del gas nel cilindro dovrà necessariamente essere maggiore della pressione esterna, per vincere le perdite di pressione dovute all'attrito, il che comporta ancora un lavoro da effettuare sul fluido.

Inoltre, ovviamente le proprietà del gas operativo non sono in realtà costanti, sia per effetto della combustione che del forte incremento di temperatura.

Per queste ragioni, l'area racchiusa dal ciclo e quindi il lavoro fornito dal ciclo reale (indicato) $L_{u,ind}$ risulta inferiore a quello ideale $L_{u,id}$. In particolare, al lavoro utile (differenza, come detto, tra lavoro di espansione $L_e$ e lavoro di compressione $L_c$) va ulteriormente sottratto il cosidetto *lavoro di pompaggio* del fluido (indicato dall'area $D$ in fig. 15.11) dovuto alle differenze tra pressioni di aspirazione e scarico, e pressione ambiente (il pistone deve effettuare lavoro sul fluido per richiamarlo dall'ambiente durante la fase di aspirazione, e per espellerlo durante la fase di espulsione).

Introduciamo i seguenti indici di rendimento:

- *rendimento indicato*, definito come $\eta_{ind} = L_{u,ind}/L_{u,id}$;
- *rendimento di combustione* $\eta_b$, per tener conto delle perdite di calore attraverso le pareti, e della presenza di incombusti;
- *rendimento organico* (o meccanico) $\eta_m$ (che tiene conto della frazione del lavoro utile che viene spesa per azionare gli organi ausiliari – alternatore, pompa olio, eventualmente pompa acqua,... – e per vincere gli attriti);
- *rendimento volumetrico* $\lambda_v$, che tiene conto del fatto che la massa di miscela aspirata è minore di quella che verrebbe aspirata se la miscela giungesse nel cilindro in condizioni ambiente. Per effetto delle perdite di pressione in aspirazione infatti la pressione $p_1$ è minore di $p_a$, mentre la temperatura $T_1$ è maggiore di $T_a$, per via del calore che la miscela in entrata riceve dai condotti caldi. Entrambi i fattori, per la (2.5), determinano una densità $\rho_1$ minore di quella ambiente. Il rendimento volumetrico è quindi definito come:

$$\lambda_v = \frac{m_{m,r}}{m_{m,id}} = \frac{\rho_1 \mathcal{V}_c}{\rho_a \mathcal{V}_c} = \frac{\rho_1}{\rho_a} \tag{15.41}$$

Di conseguenza si può esprimere il lavoro fornito da un ciclo, per unità di massa evolvente nel cilindro, come:

$$L_{u,ind} = \eta_{ind}\, L_{u,id} = \eta_{ind}\, \eta_{th,id}\, Q_{in} = \frac{\eta_{ind}\, \eta_{th,id}\, \eta_b\, Q_f}{\alpha + 1} \tag{15.42}$$

avendo utilizzato l'espressione del lavoro del ciclo ideale (15.33), e introdotto anche il rendimento di combustione $\eta_b$. Parte di questo lavoro viene speso per vincere le resistenze passive, dovute all'attrito tra le parti meccaniche in movimento, ed al lavoro richiesto per l'azionamento dei gruppi ausiliari. Il lavoro disponibile all'albero motore nel caso reale può quindi essere espresso introducendo il rendimento meccanico (o organico)

$$L_{u,r} \;=\; \eta_m \, L_{u,ind} \tag{15.43}$$

Il rendimento termodinamico del ciclo Otto reale può pertanto essere espresso dal prodotto

$$\eta_{th} \;=\; \eta_m \, \eta_b \, \eta_{ind} \, \eta_{th,id} \tag{15.44}$$

La potenza fornita dal motore reale è data, secondo la (15.38) ed utilizzando le (15.42,15.43)

$$P_{u,r} = \frac{\rho_1 \, \mathcal{V}_c \, \eta_m \, \eta_{ind} \, \eta_{th,id} \, \eta_b \, Q_f \, n}{2 \cdot 60 \, (\alpha + 1)} = \frac{\rho_a \, \mathcal{V}_c \, \lambda_v \, \eta_{th} \, Q_f \, n}{2 \cdot 60 \, (\alpha + 1)} \tag{15.45}$$

dove è stato introdotto anche il rendimento volumetrico $\lambda_v$.

Il consumo specifico del motore può essere ottenuto nel caso reale dalle relazioni scritte sopra per la massa della miscela (e quindi di combustibile attraverso $\alpha$) e per la potenza utile:

$$SFC \;=\; \frac{\dot{m}_f}{P_{u,r}} \;=\; \frac{m_f}{m_m \, L_{u,r}} \;=\; \frac{1}{(\alpha \,+\, 1) \, L_{u,r}} \;=\; \frac{1}{\eta_m \, \eta_{ind} \, \eta_{th,id} \, \eta_b \, Q_f} \;=\; \frac{1}{\eta_{th} \, Q_f} \tag{15.46}$$

per le (15.42,15.43,15.44), essendo ancora $m_f$ la massa di combustibile utilizzata per ciascun ciclo.

## 15.9 Comportamento in quota

Un aspetto importante nel campo aeronautico è la diminuzione della potenza all'aumentare della quota. È stato visto infatti dalla (15.45) che la potenza è direttamente proporzionale alla densità ambiente e, come è noto, la densità dell'aria esterna diminuisce all'aumentare della quota. In realtà la riduzione di potenza con la quota è ancora più spinta di quella della $\rho$ (che a sua volta decresce

meno della $p$ grazie alla contemporanea riduzione di $T$ con la quota nella troposfera), in quanto si riduce anche il rendimento volumetrico $\lambda_v$ [116].

Per contrastare tale diminuzione di potenza, i motori aeronautici adottano un compressore (centrifugo) nel circuito di alimentazione dell'aria, al fine di assicurare in quota una pressione di alimentazione $p_0$ (all'ingresso del cilindro) non inferiore a quella che si avrebbe a terra. Per evitare che a bassa quota la compressione porti ad una pressione eccessiva nel cilindro, il carburatore è controllato da un *limitatore*, che controlla l'apertura della valvola a farfalla del carburatore stesso, mantenendo sempre la pressione di alimentazione ad un valore stabilito. Un analogo sistema si adotta nei motori ad iniezione, nel qual caso si controlla la pompa d'iniezione. Per aerei destinati a volare ad alta quota (sopra i 10 000 m) si possono adottare due compressori centrifughi in serie, con un interrefrigeratore intermedio (un radiatore) che riduce la temperatura dell'aria, e quindi il lavoro richiesto dal secondo compressore.

A seconda del sistema usato per azionare il compressore, e della configurazione del motore, si distinguono le seguenti possibilità:

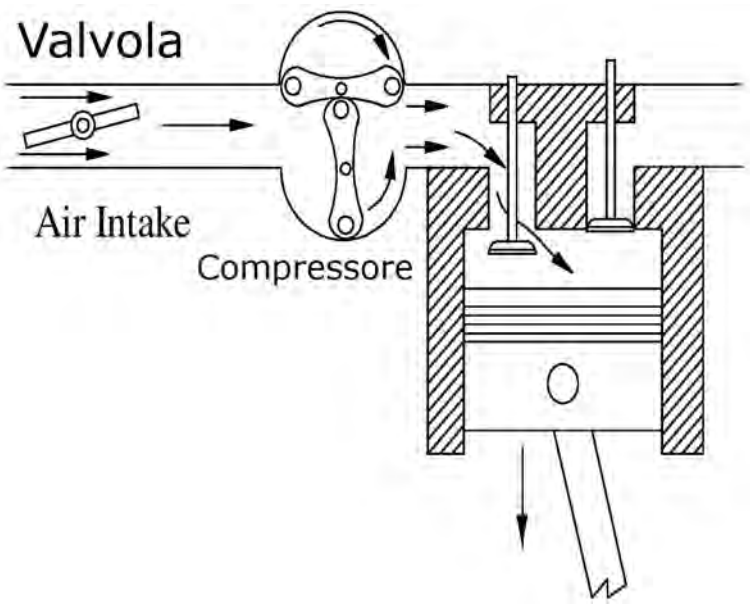



Figure 15.12: Schema di sovralimentazione meccanica, adattato da [117].

- *Sovralimentazione meccanica* (*supercharging*). La miscela che esce dal carburatore non va direttamente nel cilindro ma passa prima attraverso un compressore centrifugo, vedi fig. 15.12; questo è mosso dall'albero motore attraverso un opportuno sistema di riduzione. Il compressore assorbe una significativa frazione della potenza dall'albero motore.

- *Sovralimentazione con turbocompressore* (*turbocharging*)

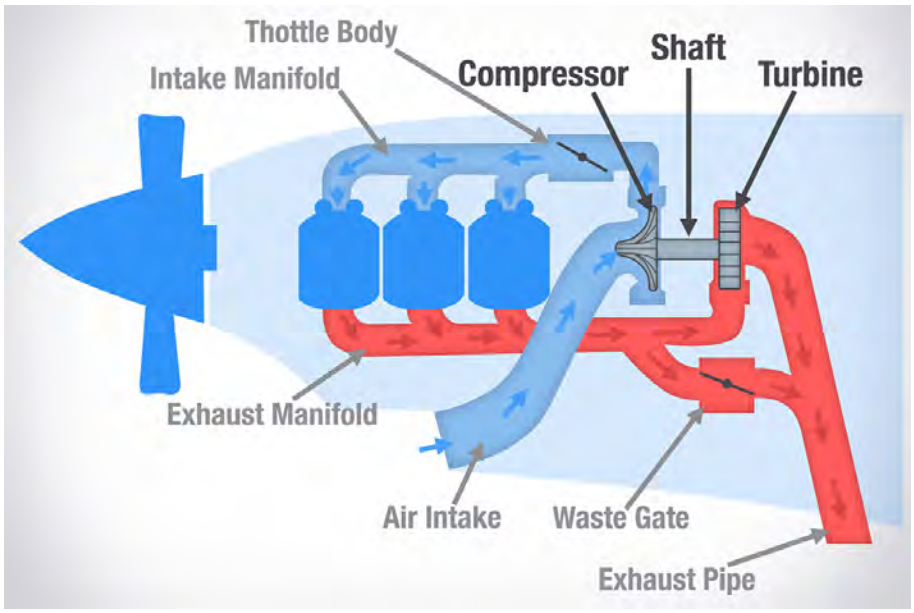



Figure 15.13: Schema di sovralimentazione con turbocompressore, adattato da [46].

Il compressore in questo caso è comandato da una turbina mossa dai gas di scarico del motore (ancora piuttosto caldi, quindi in grado di compiere lavoro), e calettata sullo stesso albero, vedi fig. 15.13. Il gruppo turbina–compressore è quindi separato dall'albero motore.

La compressione dell'aria, oltre ovviamente ad un aumento della pressione, comporta anche un aumento della temperatura, il quale ultimo contrasta (per l'equazione di stato dei gas) l'effetto ricercato di far aumentare la densità. Si può allora suddividere il compressore in due unità, tra le quali viene posto un interrefrigeratore (*intercooler*) per abbassare la temperatura dell'aria all'ingresso del secondo compressore, aumentandone in tal modo la densità all'uscita (e diminuendo il lavoro di compressione richiesto), con conseguente aumento della potenza. L'interrefrigeratore in questi motori prende la forma di uno scambiatore di calore aria–aria.

Questo sistema può essere di grande utilità per i motori a pistoni permettendo potenze elevate anche a quote di 6000 m; può essere usato anche per aumentare la potenza al decollo. Il gruppo turbina–compressore ha in genere compressore centrifugo, mentre la turbina può essere assiale o centripeta. In questa configurazione il compressore non sottrae potenza al motore (ma bisogna tener conto del fatto che la pressione allo scarico deve essere più elevata, per poter elaborare un salto entalpico nella turbina), ed inoltre il gruppo turbina–compressore è in una certa misura autoregolante (all'aumentare della quota aumenta il salto di pressione disponibile

per la turbina, e quindi la potenza generata). Si osserva infine che oltre una certa quota la potenza diminuisce nuovamente con la quota.

Nei motori *turbocompound* l'energia estratta dai gas di scarico viene utilizzata anche per fornire potenza all'elica, attraverso turbine a questo dedicate, accoppiate quindi all'asse motore.

## 15.10 Sistema di raffreddamento

Gli organi del motore a combustione interna devono essere raffreddati in quanto solo una parte, che in ogni caso non arriva al 40%, del calore sviluppato nella combustione viene trasformato in lavoro, quindi la parte restante viene rigettata nell'ambiente. Di quest'ultima circa la metà viene espulsa con i gas di scarico, ma l'altra metà va a riscaldare il motore, i cilindri in particolare, e quindi ad aumentarne la temperatura. Questa situazione è da evitare per i seguenti motivi:

- la miscela aria/combustibile può risultare surriscaldata (per effetto dell'alta temperatura del cilindro), ed accendersi prima del dovuto causando detonazione e deterioramento delle prestazioni;
- le parti esposte ad alta temperatura sono indebolite e ne viene ridotta la durata di vita operativa;
- le proprietà lubrificanti dell'olio nel carter peggiorano con la temperatura (ricordiamo che mentre la viscosità di un gas aumenta con la temperatura, quella di un liquido diminuisce).

Si possono adottare due tipi di sistemi di raffreddamento, ad aria e ad acqua.

### 15.10.1 Raffreddamento ad aria

Il raffreddamento ad aria richiede che i cilindri siano muniti di alette (per aumentare la superficie di scambio termico) le quali sono investite dal flusso d'aria. Il sistema è semplice, leggero, non richiede manutenzione, ma proprio per la presenza delle alette comporta, a parità di potenza, un più elevato ingombro frontale (il che in passato tra l'altro creava un problema di riduzione del campo visivo per i piloti degli aerei da combattimento), ossia un più basso rapporto potenza/area frontale. Il problema è stato in buona parte superato negli anni '40 con lo sviluppo di apposite carenature che convogliano l'aria sulle alette.

### 15.10.2 Raffreddamento ad acqua

L'impiego di un liquido (acqua) permette un raffreddamento più uniforme dei cilindri, quindi un più alto rapporto di compressione (cui infatti per la (15.10) corrispondono temperature più elevate). Per l'assenza di alette inoltre i motori sono più compatti (più alto rapporto potenza/area frontale). Comportano tuttavia la presenza di un complesso circuito di raffreddamento, e relativi organi ausiliari (pompe di circolazione acqua, radiatori), con incremento di peso. Inoltre si pone il problema del congelamento del liquido di raffreddamento alle basse temperature che si hanno ad alte quote.

I motori moderni utilizzano prevalentemente raffreddamento ad aria; i motori Diesel tuttavia sono raffreddati ad acqua, cause le più alte temprature operative (conseguenza della maggiore compressione).

## 15.11 Motori Diesel

Negli ultimi anni si è manifestato un certo interesse per i motori Diesel nel campo dell'aviazione generale. Ciò è dovuto non tanto al loro consumo specifico apprezzabilmente minore di quello di un motore basato sul ciclo Otto, ma al fatto che utilizzano come combustibile gasolio, molto meno costoso, meno inquinante, e soprattutto molto più disponibile in paesi del Terzo Mondo rispetto alla benzina avio. Altri motori Diesel sono stati sviluppati per bruciare Jet–A, anch'esso meno costoso e inquinante della benzina avio.

Una schema di un ciclo Diesel ideale a a quattro tempi è riportato in fig. 15.14; si noti che in questo caso la combustione avviene a pressione costante. Per via dell'alto rapporto di compressione (tipicamente intorno a 20) necessario per assicurare l'ignizione del combustibile, tali motori devono presentare pareti più spesse e sono quindi, a parità di potenza, più pesanti dei motori Otto. La tab. 15.1 riporta un confronto tra le prestazioni tipiche di motori basati sul ciclo Otto e sul ciclo Diesel rispetto a motori turboelica. Si noti che, nonostante il consumo lievemente minore del Diesel rispetto al turboelica, quest'ultimo risulta decisamente preferibile in termini di potenza specifica (per unità di massa e di area frontale), almeno per potenze elevate, vedi par. 15.1.

# Domande di verifica

1. Qual è oggi in aeronautica il campo di applicazione dei motori a pistoni?

2. Si descrivano le diverse fasi di un motore a 4 tempi.

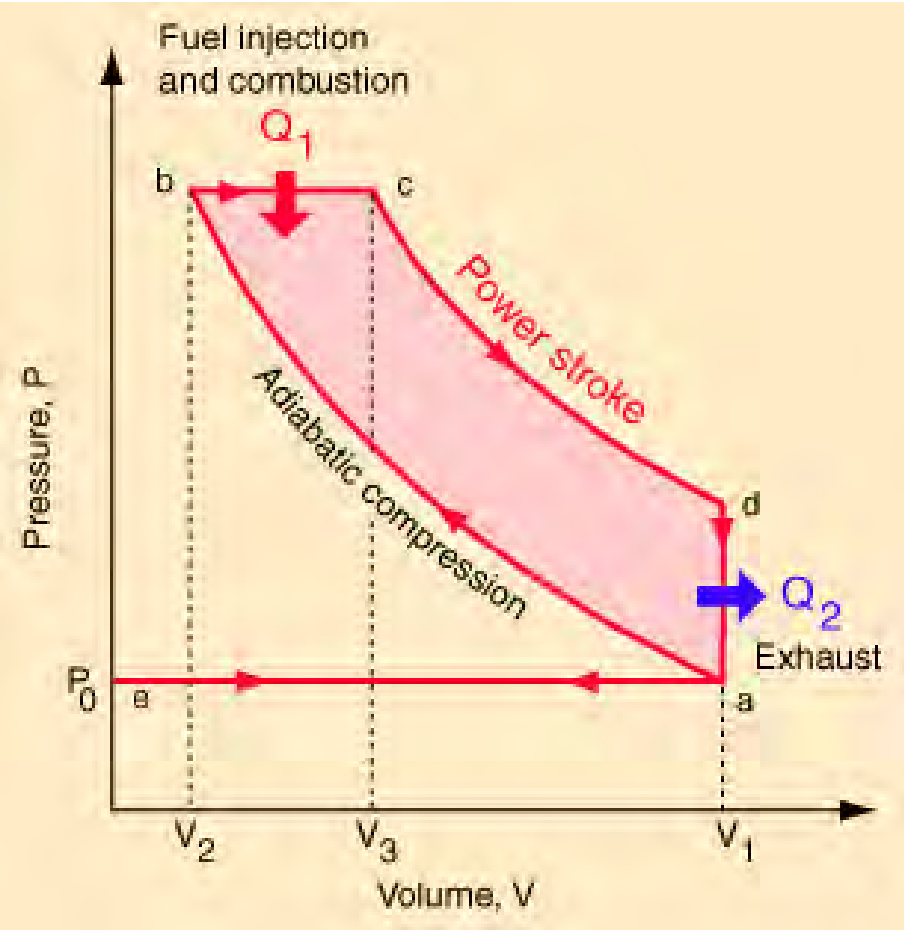



Figure 15.14: Ciclo ideale del motore Diesel, da [118].

| Propulsore | $SFC$, $ESFC$ kg /(kW h) | $P/m_{eng}$ kW/kg | $P/A_{eng}$ kW/m$^2$ |
|---|---|---|---|
| Motoelica (Otto) | 0.23 – 0.26 | 0.8 – 1.8 | 300–2000 |
| Motoelica (Diesel) | 0.21 – 0.235 | 0.75 – 1.8 | 700–900 |
| Turboelica | 0.22 – 0.36 | 2.5 – 3.8 | 5000–12000 |

Table 15.1: Confronto tra le prestazioni di motori basati sul ciclo Otto, ciclo Diesel, e turboelica.

3. Quanti giri dell'albero motore vengono compiuti in un ciclo di un motore a 4 tempi?

4. Come viene espressa la cilindrata in funzione di alesaggio, corsa e numero di cilindri?

5. Cosa si intende per rapporto di compressione volumetrico?

6. Quale forma dell'equazione dell'energia viene adottata per i motori alternativi?

7. Da quale grandezza dipende il rendimento del ciclo Otto ideale?

8. Si esprimano la potenza ed il consumo specifico di un motore a pistoni ideale in funzione del rendimento del ciclo Otto ideale corrispondente, della cilindrata, del numero di giri, del rapporto di miscela, della densità dell'aria ambiente e del potere calorifico del combustibile.

9. A parità di valore della corsa, qual è la grandezza che limita il numero di giri massimo ottenibile da un motore a pistoni?

10. Disegnare il ciclo ideale di un motore a quattro tempi ad accensione comandata (ciclo Otto) nel piano $p$–$v$.

11. Qual è il valore tipico del rapporto di compressione di un motore basato sul ciclo Otto?

12. Cosa si intende per bilanciamento statico? E per bilanciamento dinamico?

13. Qual è l'importanza della sequenza di accensione?

14. Cosa indica il rendimento volumetrico?

15. Perché la potenza di un motore a pistoni diminuisce con la quota?

16. Indicare qualitativamente i principali rimedi alla diminuzione di potenza con la quota.

17. In cosa differiscono un motore a cilindri "a stella" e uno a cilindri "in linea"? Ed uno a cilindri contrapposti?

18. Quali sono i principali vantaggi e svantaggi di un motore raffreddato a liquido rispetto ad uno raffreddato ad aria?

19. Perché il il funzionamento di un ciclo Otto reale si discosta da quello ideale?

20. Qual è il valore tipico del rapporto aria/combustibile di un motore alternativo? Perché differisce da quello adottato nei motori turbogas?

21. Da cosa dipende la potenza di un motore alternativo?

22. Da cosa dipende il lavoro utile di un ciclo Otto ideale?

23. Dal confronto tra le prestazioni del motoelica e del turboelica, quali deduzioni si possono trarre?

# Capitolo 16

# Requisiti delle missioni spaziali

## 16.1 Introduzione

In questo capitolo sono indicati i requisiti di massima di alcune missioni spaziali di interesse, e le conseguenti implicazioni sull'apparato propulsivo necessario. Bisogna considerare che in un lanciatore la massa dei propellenti può arrivare a costituire oltre l'80% della massa iniziale del lanciatore stesso; questo comporta una strettissima integrazione tra il progetto del lanciatore e del suo apparato propulsivo.

Cercheremo inoltre di indicare i criteri che motivano la scelta di una particolare soluzione per l'apparato propulsivo, o di un particolare lanciatore. Va detto che su tali scelte hanno un peso assolutamente preponderante i fattori economici: basti pensare che l'immissione di un satellite in orbita terrestre bassa (LEO – *Low Earth Orbit*) può costare tipicamente intorno ai 10000 $/kg (dollari per kg di carico utile in orbita), ed in orbita geostazionaria (GEO – *Geostationary Equatorial Orbit*) circa cinque – dieci volte tanto, per cui per un grosso satellite si arriva a centinaia di milioni di dollari.

La fig. 16.1 riporta indicativamente il costo in dollari per kg di carico utile in orbita terrestre bassa per diversi lanciatori. Si può riconoscere un andamento decrescente del costo unitario all'aumentare della massa del carico utile. Le scelte basate su criteri economici non sono comunque sempre facilmente quantificabili. Basti per esempio pensare al recente ingresso nel campo dei vettori per lo sfruttamento commerciale dello spazio di paesi in cui non vige un'economia di mercato (p. es. la Cina, la Russia, o l'Ucraina), i quali sono pertanto in grado di offrire lanciatori a costi molto bassi rispetto a quelli statunitensi o europei, vedi fig. 16.2, in cui i diversi lanciatori sono ora classificati per nazionalità. Per contro, possono giocare contro l'utilizzo di tali vettori altri fattori, di carattere politico, o anche l'alto costo delle polizze assicurative (per tutelarsi contro il rischio di fallimento del lancio; esse sono

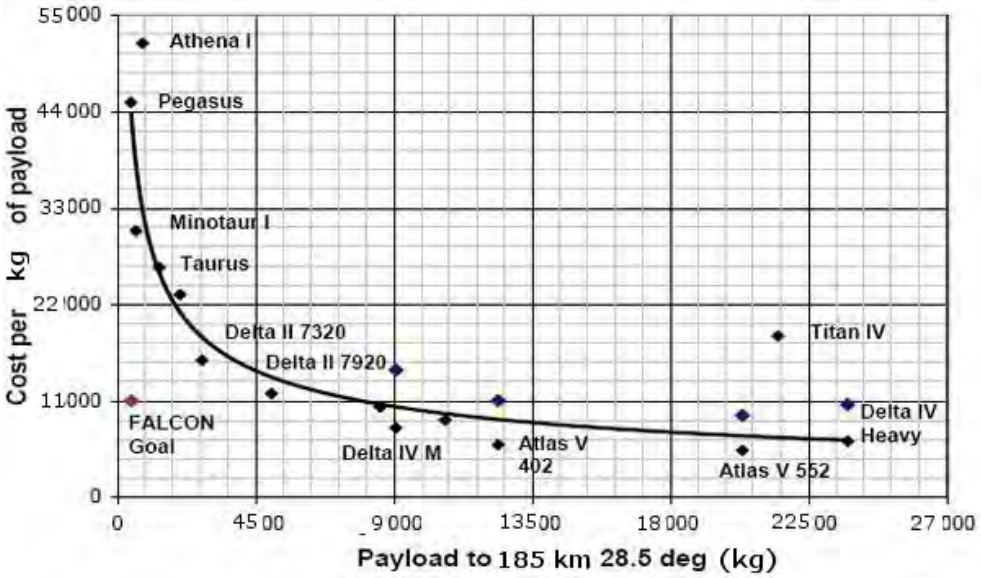



Figure 16.1: Costo di iniezione (in dollari USA) di un carico utile in orbita terrestre bassa (185 km di altezza), per unità di massa, adattata da [119].

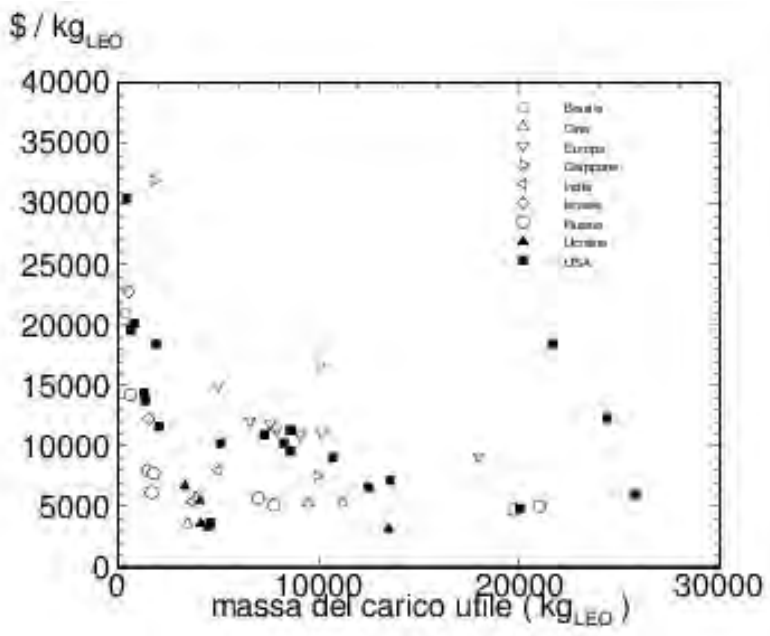



Figure 16.2: Costo di iniezione di un carico utile in orbita terrestre bassa, per unità di massa; lanciatori classificati per nazionalità.

tipicamente intorno al 17% del costo del lancio per lanciatori di paesi 'occidentali', mentre salgono intorno al 21% per lanciatori di altri paesi [1] – ma va notato che tali costi sono ulteriormente cresciuti negli ultimi anni, arrivando circa ad un terzo del costo del lancio): tutti fattori che ovviamente non possono essere presi in considerazione in questo ambito. Nella valutazione dei costi entrano poi una grande quantità di fattori, p. es. operazioni di lancio, *tracking*, etc., non quantificabili facilmente (anche perché dipendono da fattori piuttosto aleatori come le finestre di lancio, gli orari di lavoro, etc.), per cui spesso daremo semplicemente indicazioni, più che regole; ci basterà spesso aver citato il problema.

Deve comunque essere tenuto presente che il costo dell'apparato propulsivo rappresenta la voce più importante del costo di un lanciatore, vedi fig. 1.1 (osserviamo che anche i costi dei serbatoi sono legati al sistema propulsivo).

Cercheremo inoltre di capire quali sono i parametri sui quali si può intervenire per raggiungere gli obiettivi propulsivi che ci si propone, e possibilmente ottimizzare il disegno dell'apparato propulsivo.

## 16.2 Motivazioni dell'uso dell'endoreattore

Il volo spaziale richiede altissime velocità; inoltre le corrispondenti variazioni di velocità $\Delta v$ sono tipicamente applicate solo in parte entro l'atmosfera terrestre, e per buona parte invece negli strati più rarefatti dell'atmosfera, o addirittura nel vuoto.

Per avere una prima idea delle velocità in gioco, consideriamo un satellite artificiale in orbita circolare attorno alla Terra, e ricaviamo la *velocità di orbitazione circolare* $v_c$ imponendo l'equilibrio tra la forza centrifuga agente su di esso (per effetto del moto circolare uniforme) e la forza di attrazione gravitazionale:

$$\frac{m\,v^2}{r} \;=\; G\,\frac{m\,M_T}{r^2} \tag{16.1}$$

dove $m$ indica la massa del satellite, $M_T$ la massa della Terra ($5.977 \cdot 10^{24}$ kg), $r$ il raggio dell'orbita (valutato quindi dal centro della Terra), e $G$ è la costante di attrazione universale [$6.67 \cdot 10^{-11}$ m$^3$/(kg s$^2$)]. Possiamo in particolare definire la *costante di potenziale di sorgente* della Terra come

$$\mu_T \;=\; G\,M_T \;=\; 3.986 \cdot 10^{14}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2} \tag{16.2}$$

| | | |
|---|---|---|
| missili balistici intercontinentali (ICBM – *InterContinental Ballistic Missile*) | 8000 | m/s |
| orbita circolare bassa (LEO – *Low Earth Orbit*) | 9000 | m/s |
| fuga dalla gravità terrestre; impatto sulla Luna | 12500 | m/s |
| orbita equatoriale geostazionaria (GEO – *Geostationary Equatorial Orbit*) | 13000 | m/s |
| atterraggio morbido sulla Luna | 15000 | m/s |
| andata e ritorno dalla Luna | 18000 | m/s |
| andata e ritorno da Venere e Marte | da 18000 | m/s |
| | a 27000 | m/s |

Table 16.1: Requisiti propulsivi di alcune missioni spaziali.

La velocità di orbitazione circolare sarà perciò

$$v_c = \sqrt{\frac{\mu_T}{r}} \tag{16.3}$$

Ovviamente essa dipende dal raggio dell'orbita; il valore minimo che possiamo ipotizzare (anche se puramente ideale) è pari al valore del raggio terrestre $R_T$. Assumendo per esempio per $R_T$ il valore equatoriale (6378 km), si ha

$$v_c = \sqrt{\frac{3.986 \cdot 10^{14}}{6378 \cdot 10^3}} = 7905 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{16.4}$$

Chiaramente un'orbita di questo tipo non può nella realtà essere descritta a causa della resistenza atmosferica e degli ostacoli al suolo; tuttavia è utile come riferimento per il valore di $v_c$. Se invece più realisticamente prendiamo un'orbita ad una certa altezza $h$ dalla superficie terrestre, quindi di raggio $r = R_T + h$, scegliendo per esempio $h = 200$ km (valore praticamente minimo per avere un'orbita di durata significativa) avremo $v_c \simeq 7800$ m/s. Se poi consideriamo le inevitabili perdite da compensare (gravitazionali, per attrito, nonché per altri effetti), si può vedere che l'incremento di velocità che occorre fornire ad un carico utile per inserirlo in orbita attorno alla Terra è di (almeno) 9000 m/s circa (più che le velocità in sé, come si vedrà, sono importanti dal punto di vista propulsivo gli *incrementi* di velocità).

Abbiamo quindi ottenuto una prima idea dei requisiti propulsivi tipici delle missioni spaziali. Riportiamo nella tab. 16.1 i $\Delta v$ tipici di alcune missioni di interesse.

Questi valori sono solo indicativi; per una valutazione più accurata occorre conoscere i dettagli della specifica missione considerata. Per esempio, il $\Delta v$ richiesto da un ICBM dipende ovviamente dalla gittata desiderata, nonché dalle modalità operative. Per le LEO, il $\Delta v$ dipende dall'altezza dell'orbita; per le orbite equatoriali, quindi per la GEO in particolare, il $\Delta v$ dipende dalla latitudine della base di lancio. Per le missioni verso altri corpi celesti, il $\Delta v$ dipende fortemente dal fatto che si ricorra o meno al frenaggio atmosferico in prossimità di tale corpo, ed all'eventuale ritorno sulla Terra. Si possono citare altri requisiti propulsivi, per esempio per le correzioni di traiettoria, che dipendono fortemente dalla missione considerata e sono comunque di entità molto minore; per esempio per una missione verso Marte il $\Delta v$ per le correzioni (suddiviso in più impulsi propulsivi) può arrivare al più a circa 500 m/s. Analogamente, un satellite in orbita geostazionaria richiede, per compensare le perturbazioni orbitali (dovute all'attrazione gravitazionale del Sole e della Luna), un $\Delta v$ di circa 50 m/s per anno, applicato tramite ripetute, brevi accensioni del motore. Ad ogni modo la tabella fornisce valori indicativi di massima.

Vediamo quindi che l'obiettivo dei propulsori è quello di fornire un incremento di velocità $\Delta v$, piuttosto che quello di vincere la resistenza necessaria ad effettuare un volo a velocità costante (come è invece in generale per gli esoreattori, cioè i motori respiranti o *air–breathing*).

In ogni caso, ciò che contraddistingue l'operazione dei propulsori per applicazioni spaziali è che 1) il volo avviene ad altissime velocità, 2) esso avviene in tutto od in parte fuori dell'atmosfera. I propulsori convenzionali a getto, respiranti, non sono in grado di lavorare in queste condizioni, perché la spinta è data (trascurando in prima approssimazione la portata in massa del combustibile rispetto a quella dell'aria, nonché il termine di spinta di pressione) dalla (3.20); essi non possono quindi produrre spinta per velocità di volo $V_0$ maggiori della velocità di uscita del getto $u_e$ (che è limitata). Inoltre, essi richiedono aria atmosferica per alimentare la combustione, per cui ovviamente non possono lavorare al di fuori dell'atmosfera. Quindi gli *esoreattori*, che utilizzano in massima parte fluido prelevato dall'ambiente circostante, non sono adatti per le applicazioni in questione. È necessario allora utilizzare gli *endoreattori*, i quali ricorrono, per produrre la spinta, all'eiezione di materia trasportata a bordo. L'equazione della spinta perciò (in questo caso la spinta di pressione, pur relativamente piccola rispetto a quella impulsiva, non può essere trascurata) va considerata nella forma (3.4), dove in particolare $\dot{m}$ indica la portata dei propellenti. Si vede quindi che la spinta non dipende sostanzialmente dalle condizioni e dall'ambiente di volo (in realtà il termine di pressione introduce una dipendenza, peraltro piuttosto ridotta, dalla pressione ambiente). Risulta quindi possibile, grazie agli endoreattori, raggiungere qualsiasi velocità di volo, ed operare al di fuori dell'atmosfera.

## 16.3 Analisi di missione

L'analisi di missione [120] ha l'obiettivo di identificare, una volta assegnati la missione da compiere ed il sistema propulsivo, *come* eseguire la missione stessa, ossia come applicare gli impulsi propulsivi, ed in particolare, come eseguire la missione *al costo minimo*. Naturalmente anche la scelta del sistema propulsivo ottimale è a sua volta condizionata dal particolare tipo di missione considerata.

## 16.4 Definizione delle masse del lanciatore

Con riferimento alla fig. 1.5, possiamo scomporre la massa di un lanciatore nelle seguenti componenti:

- *massa del carico utile* o *payload*, indicata come $m_{pl}$ (satellite, sonda, eventuale equipaggio, e in un lanciatore multistadio, la massa degli stadi superiori);
- *massa del propellente*, indicata come $m_p$;
- *massa strutturale* o inerte, indicata come $m_s$ (serbatoi, motori, struttura portante del lanciatore, sistemi di controllo, sistemi di alimentazione, ed anche eventuali residui di propellente non bruciato al termine del funzionamento del motore).

Possiamo poi definire la *massa iniziale del lanciatore*, indicata come $m_0$, per la quale risulta evidentemente

$$m_0 = m_{pl} + m_p + m_s \tag{16.5}$$

e la *massa finale* $m_f$, per la quale risulta (supponendo che i propellenti siano stati completamente consumati)

$$m_f = m_{pl} + m_s \tag{16.6}$$

ossia

$$m_f = m_0 - m_p \tag{16.7}$$

Definiamo poi i seguenti rapporti di massa:

- *rapporto tra massa finale ed iniziale* (mass ratio)

$$MR = \frac{m_f}{m_0} \tag{16.8}$$

- *rapporto di carico utile*

$$\lambda = \frac{m_{pl}}{m_0} \tag{16.9}$$

- ed introduciamo inoltre il *coefficiente strutturale*

$$\kappa_s = \frac{m_s}{m_p + m_s} \tag{16.10}$$

il quale permette di legare la massa delle strutture alla massa del propellente come

$$m_s = \frac{\kappa_s}{1 - \kappa_s} m_p \tag{16.11}$$

## 16.5 Equazione di Tsiolkovsky

Ricaviamo ora una relazione tra l'incremento di velocità $\Delta v$ richiesto per una data missione, e la quantità di propellente da caricare a bordo. Questa è data dalla ben nota equazione di Tsiolkovsky, della quale vogliamo ricordare le ipotesi:

1. la spinta $F$ del motore è l'unica forza agente sul razzo; si trascurano quindi le forze aerodinamiche, gravitazionali, etc., ovvero si assume che il razzo si trovi in una regione dello spazio lontana da corpi celesti che possano dar luogo agli effetti appena citati. Si osservi comunque che tale ipotesi è rispettata anche nel caso in cui le varie forze, oltre la spinta, che agiscono sul razzo siano in equilibrio fra loro, come nel caso di un satellite in orbita circolare intorno alla

Terra (quindi forze aerodinamiche nulle se l'orbita è sufficientemente alta, e forza peso compensata dalla forza centrifuga dovuta al moto circolare del satellite, ammesso di poter trascurare l'effetto di altri corpi celesti come la Luna);

2. spinta agente nella direzione della velocità.

3. velocità efficace d'uscita $u_{eq}$ costante;

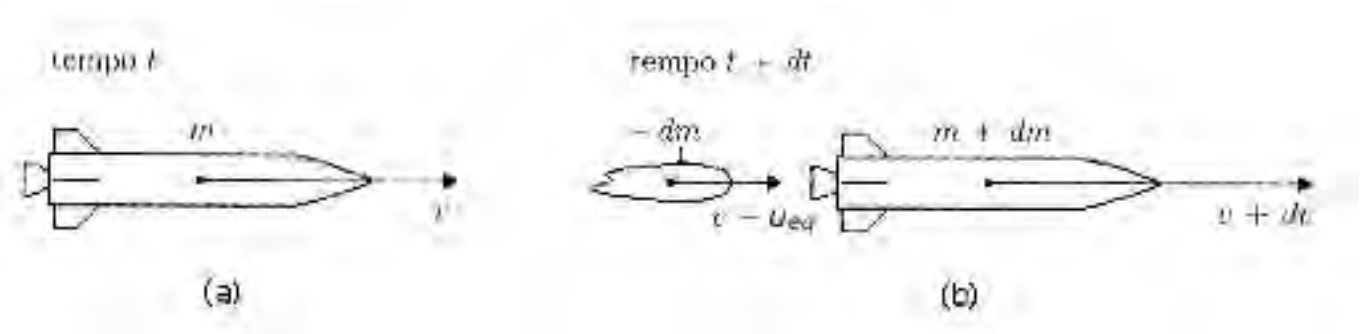



Figure 16.3: Derivazione dell'equazione di Tsiolkovsky: situazione prima (a sinistra) e dopo (a destra) l'espulsione di una massa infinitesima di fluido propulsivo, adattata da [122].

Applichiamo per il momento queste ipotesi ad un razzo monostadio, vedi fig. 16.3, caratterizzato da una velocità efficace d'uscita $u_{eq}$ (misurata in m/s) definita dalla (3.8) dove $\dot{m}$ è la portata in massa di propellenti (o alternativamente da un impulso specifico $I_{sp} = u_{eq}/g_0$).

In fig. 16.3 assumiamo l'asse $x$ diretto secondo la velocità (quindi anche secondo l'asse del razzo, per le ipotesi avanzate), e la velocità $v$ ad esso equiversa. Applichiamo l'equazione di Newton nella forma

$$\sum \vec{F}_e = \frac{d\vec{q}}{dt} \tag{16.12}$$

dove $\vec{F}_e$ e $\vec{q}$ sono rispettivamente la risultante delle forze esterne e la quantità di moto. Proiettando questa relazione sull'asse $x$ del moto si ha un'equazione scalare nella forma

$$\sum F_e = \frac{dq}{dt} \tag{16.13}$$

Applichiamo questa relazione al sistema costituito dal razzo più la massa infinitesima di propellente $-dm$ (si noti che la massa $m$ del razzo diminuisce nel tempo per effetto dell'espulsione dei propellenti, per cui $dm$ è negativo) che viene espulsa tra il tempo $t$ ed il tempo $t + dt$; sotto le ipotesi citate la risultante delle forze esterne è nulla (l'unica forza agente è la spinta, che è una forza interna al sistema considerato), per cui la (16.13) si riduce ad esprimere che la quantità di moto al tempo $t$ ($m$ e $v$ indicano la massa e la velocità del razzo al tempo $t$)

$$m\,v \tag{16.14}$$

eguagli quella al tempo $t+dt$, la quale si scinde in quella relativa al razzo (che ora ha massa $m + dm$, ricordando che $dm$ è negativo, e velocità $v + dv$), e quella relativa alla massa infinitesima $-dm$ espulsa a velocità $-u_{eq}$ rispetto al razzo in moto a velocità $v$ (il segno meno indica che è espulsa in senso opposto alla direzione del moto), per cui la velocità del propellente espulso, nel riferimento $x$, è $v - u_{eq}$, dando quindi una quantità di moto complessiva

$$(m\,+\,dm)\,(v\,+\,dv)\,+\,(-\,dm)\,(v\,-\,u_{eq}) \tag{16.15}$$

Eguagliando (16.14) e (16.15), e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore si ha

$$dv\;=\;-\,u_{eq}\,\frac{dm}{m} \tag{16.16}$$

che avendo supposto $u_{eq}$ = const può essere integrata tra l'istante iniziale (massa iniziale $m_0$) e l'istante finale (massa finale $m_f$) per dare

$$\boxed{\Delta v\;=\;u_{eq}\,\log_{\mathrm{e}}\frac{m_0}{m_f}} \tag{16.17}$$

che è appunto l'equazione di Tsiolkowsky. La massa di propellenti necessaria per conseguire il $\Delta v$ richiesto può quindi essere determinata come differenza tra la massa iniziale e quella finale

$$m_p\;=\;m_0\,-\,m_f \tag{16.18}$$

La massa finale è costituita dalla massa del carico utile $m_{pl}$ e dalla massa delle strutture $m_s$

$$m_f\;=\;m_{pl}\,+\,m_s \tag{16.19}$$

Ricordando la definizione (16.8) di *rapporto di massa* del razzo (numero ovviamente minore di uno), risulta quindi, per l'eq. di Tsiolkowsky (16.17),

$$MR \;=\; \exp\left(-\frac{\Delta v}{u_{eq}}\right) \tag{16.20}$$

la quale consente di identificare il rapporto di massa che bisogna avere per conseguire un dato $\Delta v$, assegnata $u_{eq}$. Analogamente, si può ricavare il $\Delta v$ conseguibile con un dato rapporto di massa, assegnata $u_{eq}$, come

$$\Delta v \;=\; u_{eq}\,\log_{\mathrm{e}}\frac{m_0}{m_f} \;=\; -\,u_{eq}\,\log_{\mathrm{e}} MR \tag{16.21}$$

L'eq. di Tsiolkowsky è una relazione molto utile in quanto consente appunto di legare il rapporto di massa al $\Delta v$ richiesto, però essa è stata ricavata sotto ipotesi molto restrittive, in particolare per quanto riguarda le forze applicate, che si è assunto comprendano la sola spinta $F$ del motore. Essa sembrerebbe quindi a prima vista non applicabile a manovre reali. Tuttavia, è ancora possibile usarla per manovre reali se al $\Delta v$ idealmente richiesto sotto le ipotesi adottate per l'eq. di Tsiolkowsky, che indichiamo come $\Delta v_{ideal}$, viene aggiunto un ulteriore $\Delta v$ per compensare le perdite introdotte dalla presenza di effetti reali (per esempio dovuti a forze aerodinamiche, gravitazionali, ed altri effetti), e che indichiamo con $\Delta v_{losses}$. Per poter applicare l'equazione di Tsiolkowsky a manovre reali, occorre quindi introdurre in essa un $\Delta v$ *efficace* definito come

$$\Delta v \;=\; \Delta v_{ideal} \;+\; \Delta v_{losses} \tag{16.22}$$

Per valutare il $\Delta v_{losses}$ occorre integrare le equazioni del moto del lanciatore, comprensive di tutti gli effetti reali, cosa al difuori degli obiettivi del presente corso. Tuttavia, vedremo che $\Delta v_{losses}$ assume valori che per ciascuna missione sono abbastanza tipici, il che permette di utilizzare l'eq. di Tsiolkovsky per calcoli di prima approssimazione, con risultati senz'altro accettabili. Per esempio, per l'iniezione di un carico utile in orbita terrestre bassa i valori di $\Delta v_{losses}$ tipicamente spaziano nel campo 1600 – 2000 m/s. Bisogna inoltre tener conto che il lanciatore può possedere una componente di velocità *assoluta* iniziale (rispetto ad un sistema inerziale, cioè di orientamento invariabile rispetto alle stelle fisse, a differenza di un riferimento terrestre) non nulla. Se in particolare la base di lancio si trova sull'equatore, e se il satellite viene lanciato in direzione est (cioè in senso concorde con il senso di rotazione della terra), tale velocità iniziale ammonta a

$$\frac{40\,077 \cdot 10^3}{86\,164} \simeq 465\,\frac{m}{s} \tag{16.23}$$

dove a numeratore compare la circonferenza della Terra all'equatore, ed a denominatore la durata di un giorno *siderale*[1].

Compito quindi dell'analisi di missione è individuare il $\Delta v$ efficace per ciascuna missione, ed in particolare individuare la manovra che richiede il $\Delta v$ minimo, cioè il minimo consumo di propellenti ossia, cosa ancora più importante, il massimo carico utile.

Osserviamo tuttavia che nell'integrazione della (16.16), che ha portato appunto all'eq. di Tsiolkovsky (16.17), è stata adottata l'ipotesi di velocità efficace di uscita $u_{eq}$ costante. Questa ipotesi in alcuni casi è molto ben approssimata, ma in altri lo è assai meno. In particolare, nel caso dei motori del primo stadio di un lanciatore, mentre la portata in massa $\dot{m}$ è costante (poiché l'ugello lavora in condizioni di flusso critico), la spinta nella condizioni più generali di ugello non adattato, vedi (3.4), aumenta mentre il razzo sale perché la pressione ambiente $p_a$ diminuisce con la quota; ne segue che la velocità efficace di uscita (3.8) aumenta. La variazione tra la velocità efficace di uscita al livello del suolo e quella nel vuoto può arrivare al 25% circa. Per gli stadi superiori, che operano sostanzialmente nel vuoto, la variazione di $u_{eq}$ è trascurabile. Nei motori dei sistemi propulsivi di satelliti, alimentati a gas in pressione, possono ancora aversi variazioni di $u_{eq}$ nel tempo qualora questa alimentazione sia del tipo a *blowdown*.

### 16.5.1 Rapporto di carico utile

La (16.20) dà il rapporto di massa (16.8) in base al rapporto tra incremento di velocità richiesto e velocità efficace di uscita (quantità designata anche come incremento di velocità *ridotto*)

$$\frac{\Delta v}{u_{eq}} \tag{16.24}$$

L'andamento del rapporto di massa in funzione dell'incremento di velocità ridotto, secondo la (16.20), è graficato nella fig. 16.4. Tuttavia, più ancora che il rapporto di massa, interessa il rapporto di carico

[1] Il giorno siderale è il tempo impiegato dalla Terra a compiere una rotazione completa intorno al proprio asse. In un giorno *solare* (24 h = 86 400 s) la Terra compie infatti circa 1+1/365 rotazioni, poiché si è spostata lungo la sua orbita. La durata di un giorno *siderale* risulta pertanto 86 400/(1+1/365)= 86 164 s = 23 h 56 min 4 s.

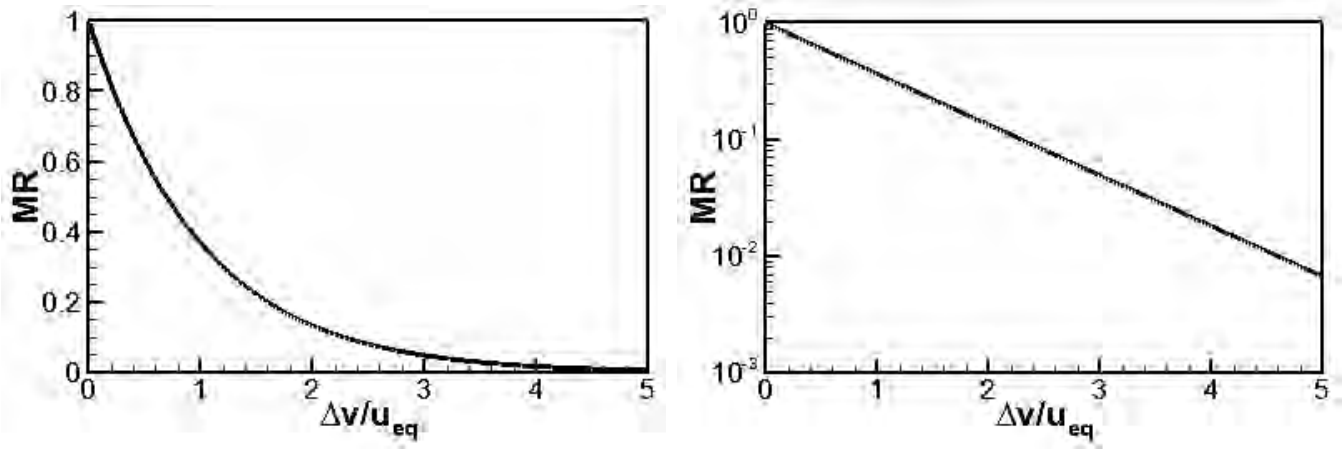



Figure 16.4: Rapporto di massa in funzione del rapporto tra $\Delta v$ e velocità efficace di uscita, su scala lineare (a sinistra) e semilogaritmica (a destra).

utile, definito come rapporto tra la massa del carico utile $m_{pl}$ (che si ottiene sottraendo dalla massa finale la massa $m_s$ delle strutture, secondo la (16.19)) e la massa iniziale

$$\lambda = \frac{m_{pl}}{m_0} = \frac{m_f - m_s}{m_0} = MR - \frac{m_s}{m_0} \tag{16.25}$$

dove il rapporto di massa può essere ricavato dalla (16.20). Quando si richiedono grandi incrementi di velocità, la missione può risultare addirittura impossibile in quanto risulterebbe un carico utile $m_{pl} < 0$, o comunque si avrebbe un carico utile molto esiguo. Questo sottolinea l'importanza di avere alte velocità efficaci di uscita $u_{eq}$ (che danno, a parità di $\Delta v$, incrementi di velocità *ridotta* più bassi, quindi rapporti di massa più alti) e basse masse strutturali $m_s$. Come accennato (16.10,16.11), le masse strutturali possono essere espresse attraverso il coefficiente strutturale $\kappa_s$.

Osserviamo che i due requisiti desiderabili, alta $u_{eq}$ e basso $\kappa_s$, sono antitetici fra loro. Infatti per avere alte $u_{eq}$ si dovrà per esempio ricorrere a combinazioni di propellenti LOX/LH (ossigeno liquido/idrogeno liquido) che tuttavia danno luogo a serbatoi dell'idrogeno liquido molto voluminosi (a causa della bassissima densità dello LH, 71 kg/m$^3$, contro per esempio circa 800 kg/m$^3$ del cherosene, e valori simili per i combustibili *storable* (liquidi a temperatura ambente) come idrazina – circa 1020 kg/m$^3$, e derivati quali la monometilidrazina o MMH – circa 880 kg/m$^3$), quindi pesanti.

I dati storici di velocità efficace di uscita e coefficiente strutturale, per differenti stadi di vari lanciatori, sono riportati l'uno contro l'altro nelle figg. 16.5, 16.6, delle quali la prima si riferisce ai valori di $u_{eq}$ al livello del suolo, indicati con l'indice *s/l*, per *sea level*, e la seconda ai valori di $u_{eq}$ nel vuoto, indicati come *vac*, per *vacuum*, vuoto. In entrambe le figure, gli stadi propulsivi sono classificati

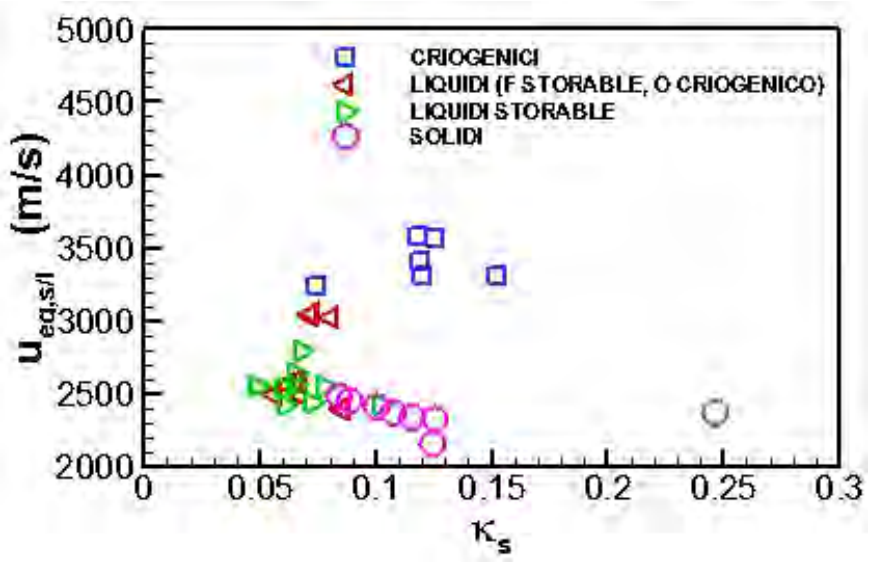



Figure 16.5: Velocità efficace di uscita al livello del suolo (in m/s) contro coefficiente strutturale per vari stadi propulsivi.

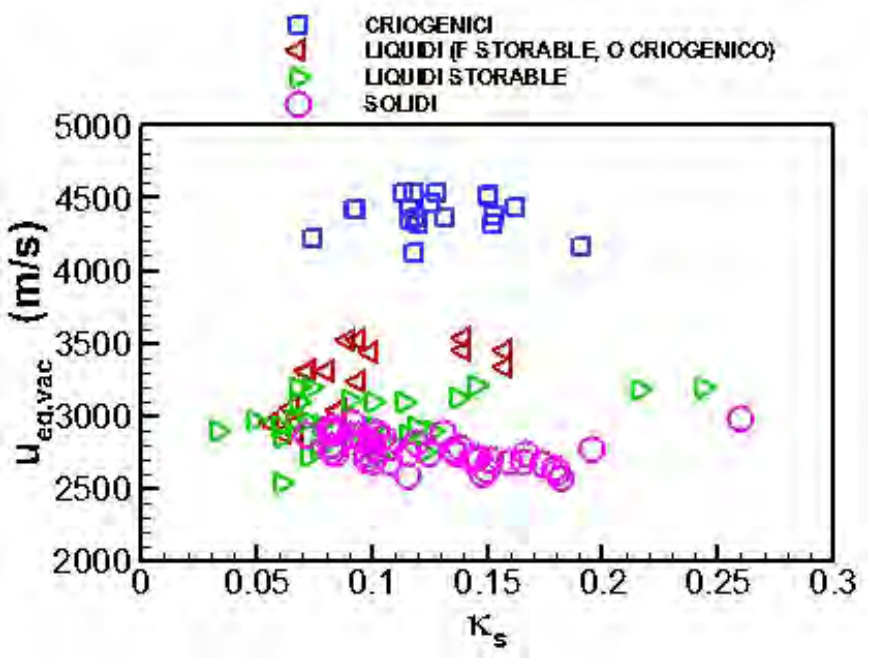



Figure 16.6: Velocità efficace di uscita nel vuoto (in m/s) contro coefficiente strutturale per vari stadi propulsivi.

a seconda del tipo di propellenti che adottano: criogenici (entrambi, quindi tipicamente LOX/LH); liquidi con combustibile *storable*, ossia immagazzinabile, cioè liquido a temperatura ambiente, ed ossidante criogenico (quindi tipicamente combinazioni LOX/cherosene); liquidi entrambi *storable* (tipicamente NTO/idrazina e derivati, dove NTO indica l'ossidante tetrossido d'azoto); ed infine propellenti solidi. Si può osservare in generale che i sistemi propulsivi a più alte $u_{eq}$ presentano anche $\kappa_s$ più elevati. I valori del coefficiente strutturale più bassi si riscontrano per stadi utilizzanti combinazioni di propellenti liquidi *storable*, in virtù delle elevate densità dei propellenti (per l'ossidante NTO ben 1450 kg/m$^3$ contro i 1140 kg/m$^3$ del LOX; vedi sopra per il combustibile). Gli stadi che usano un combustibile liquido *storable* come il cherosene, e come ossidante LOX, presentano $\kappa_s$ lievemente superiori a causa della minore densità dell'ossidante, però in compenso danno luogo a velocità efficaci di uscita lievemente più alte. Gli stadi a propellente solidi danno le prestazioni più basse in termini di $u_{eq}$, ed anche valori di $\kappa_s$ relativamente elevati a causa dell'inevitabile presenza di residui di propellente incombusto allo spegnimento dei motori. Un commento particolare concerne il simbolo (cerchio) in basso a destra in queste figure, relativo ai *boosters* a propellente solido dell'Ariane 4 (versione ormai non più operativa), il quale indica un coefficiente strutturale molto elevato; tuttavia, in questo caso nelle masse strutturali è incluso anche il sistema di ancoraggio di tali *boosters* al corpo principale del razzo, che è necessariamente pesante in quanto deve trasmettere un'elevata spinta. In generale si può dire che le soluzioni migliori sono quelle che giacciono sull'inviluppo in alto a sinistra (alta $u_{eq}$, basso $\kappa_s$) dei vari punti riportati. Anche altri punti, relativamente lontani da tale inviluppo, possono tuttavia rappresentare soluzioni valide se per esempio corrispondono ad un costo di produzione inferiore, oppure ad una maggiore affidabilità.

## 16.6 Stadiazione

Come osservato a proposito della fig. 16.4, ad alte velocità ridotte $\Delta v/u_{eq}$ corrispondono rapporti di massa molto bassi, e quindi necessariamente rapporti di carico utile ancora più bassi, fino a rendere la missione del tutto impossibile. La stadiazione consente di liberarsi di masse diventate inutili, in particolare i serbatoi di propellente esauriti, evitando quindi di dover spendere energia per accelerarli fino alla velocità ultima desiderata. Possiamo distinguere due architetture limite di stadiazione (per quanto vedremo poi che se ne adottano anche altre): stadiazione in tandem e stadiazione in parallelo, vedi fig. 16.7. Nella stadiazione in tandem il lanciatore è suddiviso in più *stadi*, ognuno dei quali è dotato di un apparato propulsivo completo, che vengono accesi in sequenza, con lo stadio $i+1$ che viene acceso dopo lo spegnimento dello stadio precedente $i$. Al momento della separazione di ciascuno stadio vengono quindi abbandonati tanto i serbatoi che il sistema propulsivo dello stadio $i$. Nella stadiazione in parallelo invece il sistema propulsivo è unico per tutto il lanciatore, e vengono

abbandonati solo i serbatoi esauriti. La stadiazione in tandem presenta il vantaggio che il rapporto di espansione dell'ugello dei motori dei singoli stadi può essere adattato alla pressione ambiente media che regna nel campo di quote in cui lo stadio opera, quindi per il primo stadio si adotterà un rapporto di espansione relativamente basso perché deve operare contro una pressione ambiente elevata, per il secondo un rapporto di espansione più elevato perché deve operare contro una pressione minore, e per gli stadi che devono operare nel vuoto un rapporto di espansione molto elevato. Per contro, la stadiazione in tandem presenta lo svantaggio che il sistema propulsivo deve essere moltiplicato (ogni stadio ha il suo), con conseguente aumento delle masse strutturali, dei costi, ed una certa riduzione dell'affidabilità (aumentando il numero dei motori, aumenta la probabilità che uno di essi soffra un malfunzionamento, compromettendo in tal modo l'intera missione). La stadiazione in parallelo presenta all'opposto il vantaggio di un sistema propulsivo unico (quindi con riduzione di masse strutturali e costi, ed aumento dell'affidabilità); inoltre essendo la spinta fissata in base all'esigenza che al decollo sia (almeno) $F > m_0\, g$, si avrà che man mano che i serbatoi si svuotano, e vengono abbandonati, il razzo sarà sottoposto ad un'accelerazione sempre maggiore (certamente più elevata di quella che si ha in un lanciatore con stadiazione in tandem, dove la spinta dei motori dei singoli stadi viene calibrata in base alla massa residua da accelerare), e questa accelerazione più elevata consente di ridurre le perdite propulsive, vedi oltre. Tuttavia, queste elevate accelerazioni potrebbero anche risultare difficilmente tollerabili dal carico utile (specie se si tratta di un equipaggio umano); inoltre, i serbatoi staccabili disposti intorno al corpo centrale del razzo ne aumentano la sezione frontale, con conseguente aumento della resistenza aerodinamica.

Nel seguito tratteremo dapprima la stadiazione in tandem, e vedremo poi come le espressioni ricavate possono essere adattate per trattare anche la stadiazione in parallelo, o altri tipi di stadiazione.

### 16.6.1 Stadiazione in tandem

Introduciamo innanzitutto la definizione di *sottorazzo*, che poi estenderemo opportunamente ad altri tipi di stadiazione. Definiamo, vedi fig. 16.8, come primo sottorazzo il lanciatore completo; come secondo sottorazzo il primo sottorazzo meno il primo stadio; come terzo sottorazzo il secondo sottorazzo meno il secondo stadio, etc. Nel caso in figura di un lanciatore tristadio, potremmo poi definire come quarto sottorazzo il carico utile, che poi è anche il terzo sottorazzo meno il terzo stadio.

Chiamiamo $m_{0i}$ la massa iniziale del sottorazzo $i$ (prima dell'accensione dei motori dello stadio $i$), e $m_{fi}$ la sua massa finale (quando i serbatoi dei propellenti dello stadio $i$ sono completamente svuotati). Il rapporto di massa del *sottorazzo* $i$ è dunque

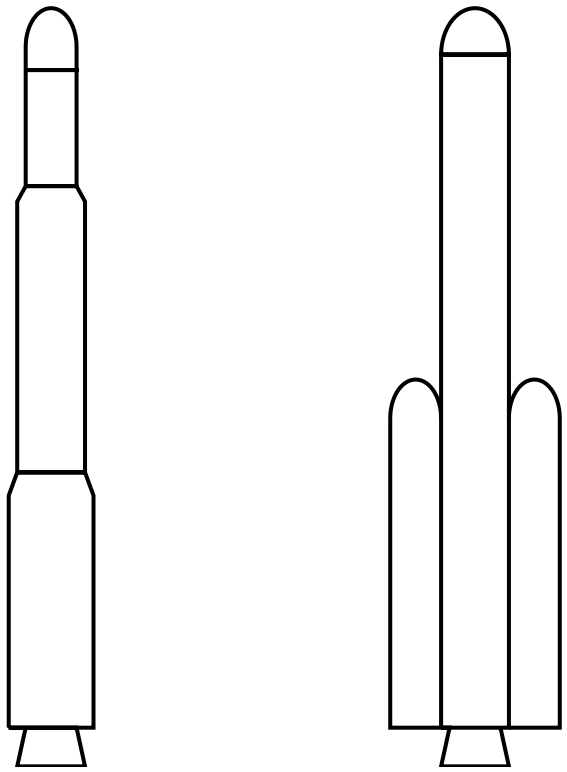


Figure 16.7: Architetture di stadiazione: in tandem (a sinistra), in parallelo (a destra).

$$MR_i = \frac{m_{fi}}{m_{0i}} \tag{16.26}$$

Il carico utile del *sottorazzo* $i$ è invece indicato come $m_{pl,i}$, ed evidentemente coincide con la massa iniziale del sottorazzo successivo $i+1$, cioè con $m_{0,i+1}$. Possiamo quindi definire il rapporto di carico utile del *sottorazzo* $i$ come

$$\lambda_i = \frac{m_{pl,i}}{m_{0i}} \tag{16.27}$$

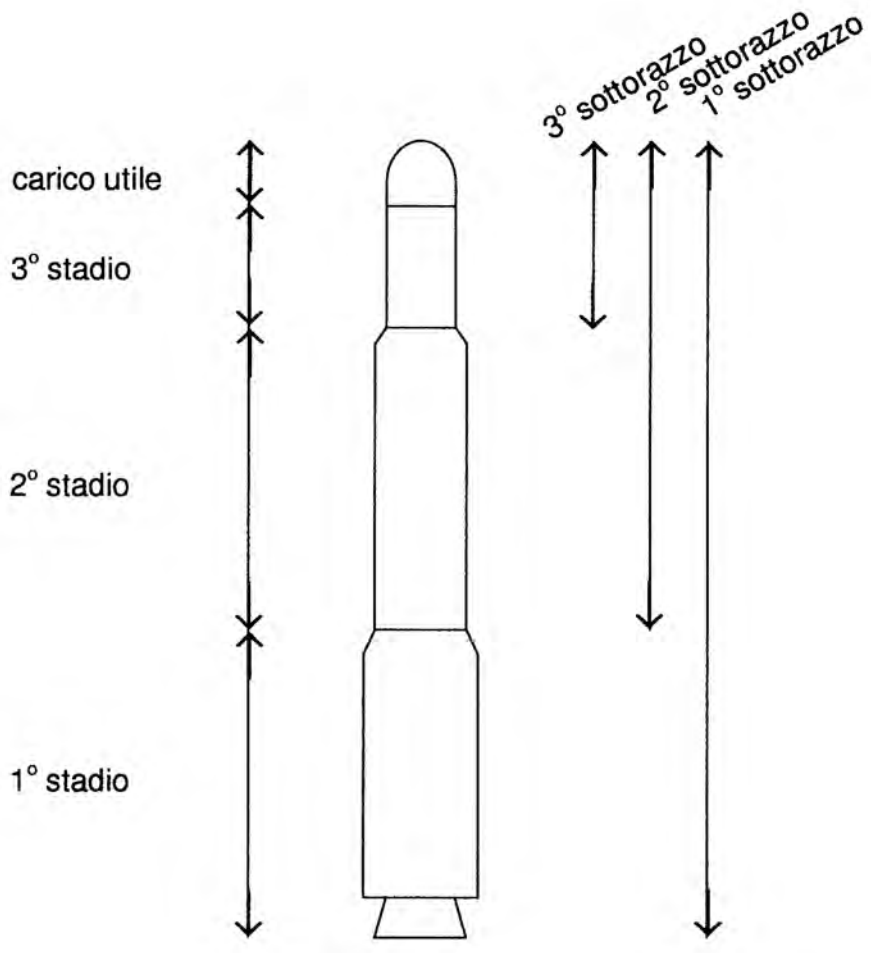



Figure 16.8: Definizione dei sottorazzi per un lanciatore tristadio in tandem.

La differenza tra $m_{fi}$ e $m_{pl,i}$ è evidentemente la massa $m_{si}$ delle strutture dello *stadio*[2] $i$

$$m_{si} \;=\; m_{fi} \;-\; m_{pl,i} \tag{16.28}$$

La massa iniziale del sottorazzo $i$ sarà la somma delle masse del carico utile del sottorazzo $i$, e della massa dei propellenti e delle strutture dello stadio $i$

$$m_{0i} \;=\; m_{pl,i} \;+\; m_{pi} \;+\; m_{si} \tag{16.29}$$

[2]Si noti che i rapporti di massa e di carico utile sono relativi ai *sottorazzi* (in quanto dipendono dalla massa degli stadi superiori), mentre le masse strutturali, e quindi i coefficienti strutturali, come pure le velocità efficaci d'uscita, sono relativi ai singoli *stadi*.

ed evidentemente la massa finale del sottorazzo $i$ è la sua massa iniziale meno la massa dei propellenti dello stadio $i$

$$m_{fi} \;=\; m_{0i} \;-\; m_{pi} \tag{16.30}$$

Ricaviamo ora la relazione che sussiste tra il rapporto di massa ed il rapporto di carico utile del sottorazzo $i$. Il rapporto di massa è esprimibile come, per la (16.30)

$$MR_i \;=\; \frac{m_{fi}}{m_{0i}} \;=\; \frac{m_{0i} \;-\; m_{pi}}{m_{0i}} \;=\; 1 \;-\; \frac{m_{pi}}{m_{0i}} \tag{16.31}$$

Questa consente di esprimere il rapporto tra massa di propellenti dello stadio $i$ e massa iniziale del sottorazzo $i$ come

$$\frac{m_{pi}}{m_{0i}} \;=\; 1 \;-\; MR_i \tag{16.32}$$

Per esprimere le masse strutturali dello stadio $i$, possiamo adattare la definizione di coefficiente strutturale introdotto con la (16.10)

$$\kappa_{si} \;=\; \frac{m_{si}}{m_{pi} \;+\; m_{si}} \tag{16.33}$$

dalla quale quindi

$$m_{si} \;=\; \kappa_{si}\,(m_{pi} \;+\; m_{si}) \tag{16.34}$$

$$m_{si} \;=\; \frac{\kappa_{si}}{1 \;-\; \kappa_{si}}\, m_{pi} \tag{16.35}$$

ed aggiungendo $m_{pi}$ ad entrambi i membri

$$m_{si} \;+\; m_{pi} \;=\; \frac{1}{1 \;-\; \kappa_{si}}\, m_{pi} \tag{16.36}$$

Il rapporto di carico utile del sottorazzo $i$ può allora essere espresso, esplicitando $m_{pl,i}$ dalla (16.29), e ricordando infine la (16.32), come

$$\lambda_i \;=\; \frac{m_{pl,i}}{m_{0i}} \;=\; \frac{m_{0i} \,-\, (m_{pi} \,+\, m_{si})}{m_{0i}} \;=\; 1 \,-\, \frac{1}{1 \,-\, \kappa_{si}}\,\frac{m_{pi}}{m_{0i}} \;=\; 1 \,-\, \frac{1 \,-\, MR_i}{1 \,-\, \kappa_{si}} \tag{16.37}$$

che è la relazione cercata tra rapporto di carico utile e rapporto di massa del sottorazzo $i$. Essa può anche essere esplicitata per dare il rapporto di massa in funzione del rapporto di carico utile come

$$MR_i \;=\; \lambda_i\,(1 \,-\, \kappa_{si}) + \kappa_{si} \tag{16.38}$$

Applicando l'eq. di Tsiolkovsky (16.17), la (16.37) permette di esprimere il rapporto di carico utile del singolo sottorazzo in funzione del $\Delta v_i$ conseguito come

$$\lambda_i \;=\; 1 \,-\, \frac{1 \,-\, \exp(-\,\Delta v_i/u_{eq})}{1 \,-\, \kappa_{si}} \tag{16.39}$$

mentre le (16.21,16.38) consentono di ricavare il $\Delta v_i$ fornito dal singolo sottorazzo in funzione del suo rapporto di carico utile come

$$\Delta v_i \;=\; -\,c_i\,\log_{\mathrm{e}}[\lambda_i\,(1 \,-\, \kappa_{si}) + \kappa_{si}] \tag{16.40}$$

Il $\Delta v$ fornito dal lanciatore completo è evidentemente la *somma* dei $\Delta v_i$ dei singoli sottorazzi

$$\boxed{\Delta v \;=\; \sum_{i=1}^{N} \Delta v_i \;=\; -\,\sum_{i=1}^{N} c_i\,\log_{\mathrm{e}}[\lambda_i\,(1 \,-\, \kappa_{si}) + \kappa_{si}]} \tag{16.41}$$

essendo $N$ il numero degli stadi, mentre il rapporto di carico utile complessivo è il *prodotto* dei rapporti relativi ai singoli sottorazzi

$$\boxed{\lambda \;=\; \prod_{i=1}^{N} \lambda_i} \tag{16.42}$$

essendo per esempio per un lanciatore tristadio

$$\lambda \;=\; \frac{m_{pl}}{m_0} \;=\; \frac{m_{pl,3}}{m_{01}} \;=\; \frac{m_{pl,1}}{m_{01}}\,\frac{m_{pl,2}}{m_{02}}\,\frac{m_{pl,3}}{m_{03}} \tag{16.43}$$

in quanto il carico utile del lanciatore coincide con il carico utile dell'ultimo sottorazzo, e la massa iniziale dell'intero lanciatore coincide con la massa iniziale del primo sottorazzo; valgono poi le eguaglianze $m_{pl,1} = m_{02}$, $m_{pl,2} = m_{03}$ poiché, come detto, il carico utile del sottorazzo $i$ coincide con la massa iniziale del sottorazzo successivo.

Vediamo ora come ripartire il $\Delta v$ complessivamente richiesto al lanciatore in modo tale da conseguire il massimo rapporto di carico utile. Facciamo per semplicità riferimento ad un lanciatore bistadio, e poniamoci nel caso particolare in cui la velocità efficace di uscita del primo stadio (che assumiamo costante per poter applicare l'eq. di Tsiolkowsky) sia uguale a quella del secondo stadio (ipotesi in realtà opinabile perché verosimilmente il secondo stadio, dovendo lavorare contro una pressione esterna minore, avrà prestazioni lievemente superiori a quelle del primo stadio), ed ancora che il coefficiente strutturale del primo stadio sia uguale a quello del secondo stadio (assunzione anche questa opinabile).Fissato quindi il $\Delta v$ complessivo, cerchiamo il valore di $\Delta v_1$ che massimizza $\lambda$; evidentemente il $\Delta v_2$ del secondo sottorazzo sarà $\Delta v_2 = \Delta v - \Delta v_1$. Il rapporto di carico utile complessivo può quindi essere espresso, secondo le (16.42, 16.39), come

$$\lambda \;=\; \lambda_1\,\lambda_2 \;=\; \left\{1 \;-\; \frac{1 \;-\; \exp(-\Delta v_1/u_{eq})}{1 \;-\; \kappa_s}\right\}\left\{1 \;-\; \frac{1 \;-\; \exp\left[-(\Delta v \;-\; \Delta v_1)/u_{eq}\right]}{1 \;-\; \kappa_s}\right\} \;=$$

$$=\; \frac{1}{(1 \;-\; \kappa_s)^2}\,\{-\,\kappa_s \;+\; \exp(-\Delta v_1/u_{eq})\}\,\{-\,\kappa_s \;+\; \exp\left[-(\Delta v \;-\; \Delta v_1)/u_{eq}\right]\} \;=$$

$$=\; \frac{1}{(1 \;-\; \kappa_s)^2}\left\{{\kappa_s}^2 + \exp\left(-\frac{\Delta v}{u_{eq}}\right) - \kappa_s\left[\exp\left(-\frac{\Delta v_1}{u_{eq}}\right) + \exp\left(-\frac{\Delta v - \Delta v_1}{u_{eq}}\right)\right]\right\} \tag{16.44}$$

Derivando rispetto a $\Delta v_1$ si ha

$$\frac{d\lambda}{d\Delta v_1} = \frac{\kappa_s}{(1 - \kappa_s)^2} \left[ \frac{1}{u_{eq}} \exp\left( - \frac{\Delta v_1}{u_{eq}} \right) - \frac{1}{u_{eq}} \exp\left( - \frac{\Delta v - \Delta v_1}{u_{eq}} \right) \right] \tag{16.45}$$

ed eguagliando la derivata a zero per trovare il massimo si ottiene $\Delta v_1 = \Delta v/2$, da cui $MR_1 = MR_2$ e $\lambda_1 = \lambda_2$. Più in generale, si ha che sotto le ipotesi citate (velocità efficace di uscita e coefficiente strutturale uguali per tutti gli stadi) la condizione di massimo del rapporto di carico utile si traduce in una *equiripartizione* del $\Delta v$ tra i diversi sottorazzi:

$$\Delta v_i = \frac{\Delta v}{N} \tag{16.46}$$

Sottolineiamo ancora che tale risultato è valido strettamente soltanto sotto le ipotesi che la velocità efficace d'uscita sia uguale per tutti gli stadi (oltre che costante durante l'operazione di ciascuno stadio), e che il coefficiente strutturale sia uguale per tutti gli stadi. Come detto, in realtà la velocità efficace d'uscita sarà in generale più bassa per il primo stadio e più alta per l'ultimo; il coefficiente strutturale sarà poi in generale più basso per il primo stadio, sia per un fattore di scala, sia perché l'ugello, avendo un minore rapporto d'espansione (dovendo operare contro una pressione ambiente alta), peserà di meno, mentre esso sarà più elevato per gli stadi superiori (questo ammesso che i diversi stadi adottino tutti la stessa soluzione propulsiva, siano quindi p. es. tutti a propellente solido, oppure tutti a propellenti liquidi *storable*, etc.). Inoltre, il lanciatore potrebbe adottare soluzioni propulsive diverse per i diversi stadi, con conseguenti diverse velocità efficaci d'uscita, nonché diversi valori dei coefficienti strutturali.

Vediamo ora la sensibilità del rapporto di carico utile alla ripartizione del $\Delta v$. Sempre nel caso di un lanciatore bistadio, ipotizziamo un incremento di velocità ridotto richiesto $\Delta v/u_{eq} = 3$, ed un coefficiente strutturale $\kappa_s = 0{,}08$ per entrambi gli stadi. La fig. 16.9 riporta il rapporto di carico utile complessivo del lanciatore in funzione del rapporto $\Delta v_1/\Delta v$ che esprime la frazione del $\Delta v$ complessivo assegnata al primo stadio. Il massimo di $\lambda$ si ha ovviamente per equiripartizione del $\Delta v$ tra i due stadi, cioè $\Delta v_1/\Delta v = 0{,}5$, ma si può vedere che in prossimità del massimo la curva risulta abbastanza piatta, per cui anche una ripartizione del $\Delta v$ lievemente diversa da quella ottimale non penalizza eccessivamente il carico utile. Questa considerazione riveste una certa importanza nell'evoluzione delle 'famiglie' di lanciatori, alcune delle quali sono mostrate in fig. 16.10. Si può vedere come in generale da una versione di base del lanciatore vengono poi derivate versioni più potenti per poter soddisfare una più ampia gamma di valori della massa del carico utile, mediante

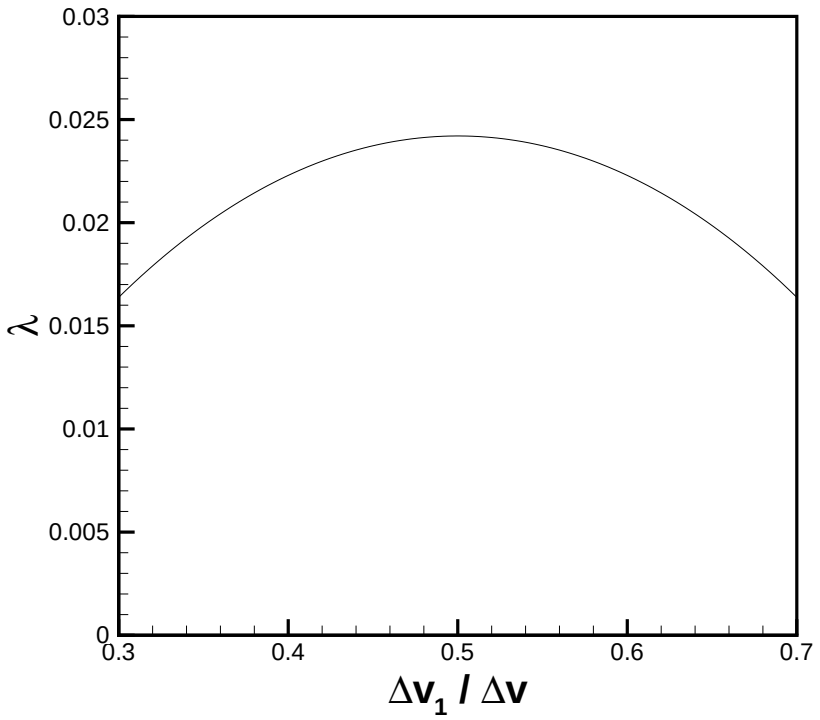



Figure 16.9: Rapporto di carico utile di un lanciatore bistadio in funzione della frazione del $\Delta v$ assegnata al primo stadio.

l'aggiunta per esempio di un certo numero di *boosters* ausiliari. Per esempio, i lanciatori Ariane 4 (ora sostituiti da Ariane 5) prevedevano le seguenti versioni, elencate in ordine crescente di capacità di lancio (massa del carico utile iniettabile in orbita):

- Ariane 40, versione di base senza *boosters* ausiliari;
- Ariane 42P, costituito dalla versione base più due *boosters* ausiliari a propellenti solidi;
- Ariane 42L, costituito dalla versione base più due *boosters* ausiliari a propellenti liquidi;
- Ariane 44P, costituito dalla versione base più quattro *boosters* ausiliari a propellenti solidi;
- Ariane 44LP, costituito dalla versione base più due *boosters* ausiliari a propellenti solidi, e due *boosters* ausiliari a propellenti liquidi;
- Ariane 44L, costituito dalla versione base più quattro *boosters* ausiliari a propellenti liquidi.

Evidentemente il criterio ottimale di ripartizione del $\Delta v$ tra i vari sottorazzi non sarà in genere soddisfatto per tutte le versioni, ma la pratica di incrementare la capacità di un lanciatore aggiungendovi un vario numero di *boosters* ausiliari consente di contenere i costi di sviluppo rispetto all'ipotesi alternativa di riprogettare completamente il lanciatore per soddisfare la condizione di ripartizione ottimale del $\Delta v$. Considerazioni analoghe valgono per le altre famiglie di lanciatori mostrate in fig. 16.10.

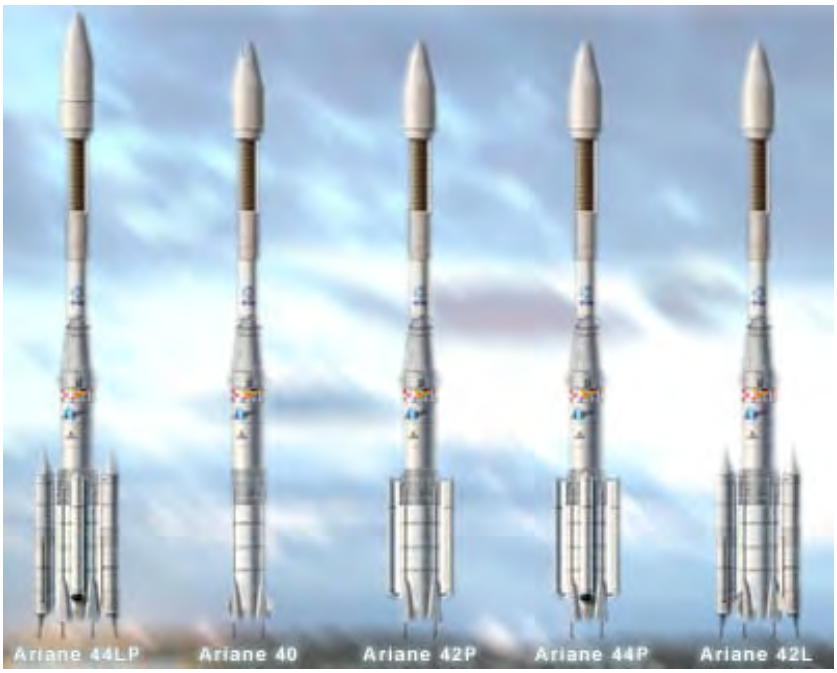
### 16.6.2 Scelta della stadiazione e costo del lanciatore

Vogliamo ora approfondire il legame tra scelta della stadiazione, in particolare della ripartizione del $\Delta v$ complessivamente richiesto tra i vari stadi, ed il costo del lanciatore, riprendendo l'esempio riportato in [123], in cui si considerano differenti opzioni per un lanciatore a propellenti solidi, destinato ad immettere in orbita un carico utile di 500 kg. La fig. 16.11 riporta alcune soluzioni limite per tale lanciatore, inicando anche la massa di propellente per ciascuno stadio, e la massa complessiva al decollo, indicata come GLOW, *Gross Lift–Off Weight*. L'opzione A è relativa alla ripartizione ottimale del $\Delta v$ complessivo tra i due stadi, ossia quella che consente il più alto rapporto di carico utile, ovvero, essendo assegnata la massa del carico utile, la minima massa al decollo (53 tonnellate). L'opzione B prevede invece due stadi esattamente uguali, discostandosi quindi nettamente dalla soluzione ottimale precedente, con conseguente diminuzione del rapporto di carico utile, ed aumento della massa al decollo (che raggiunge le 70 t). L'opzione C prevede due stadi composti ciascuni da un differente numero di motori tutti uguali (quattro per il primo stadio, uno solo per il secondo), scelto in modo da avvicinarsi ad una ripartizione ottimale dele $\Delta v$, e comporta una massa al decollo intermedia tra le due opzioni precedenti (60 t). Quindi, nel caso A occorre sviluppare due stadi completamente diversi, nel caso B un solo stadio, nel caso C due stadi equipaggiati però da motori dello stesso tipo. La soluzione A pertanto comporta i più alti costi di sviluppo ed i più bassi costi di produzione (assumendo che il costo di produzione del lanciatore sia proporzionale alla sua massa complessiva), la soluzione B i più bassi costi di sviluppo ma i più alti costi di produzione, e la soluzione C costi di sviluppo e produzione entrambi intermedi fra quelli delle precedenti due soluzioni. La scelta della soluzione da preferire, sotto l'aspetto dei costi, dipende dal numero di unità $n$ del lanciatore che si prevede di costruire.

I costi da sostenere da parte del produttore nella fase di progettazione e sviluppo, e durante tutto il periodo in cui il lanciatore rimane in produzione, possono essere suddivisi in

1. costi ricorrenti, cioè legati alla produzione di ogni singola unità di prodotto (il lanciatore);

2. costi non ricorrenti, che bisogna affrontare una sola volta nell'arco di tempo sopra citato, come



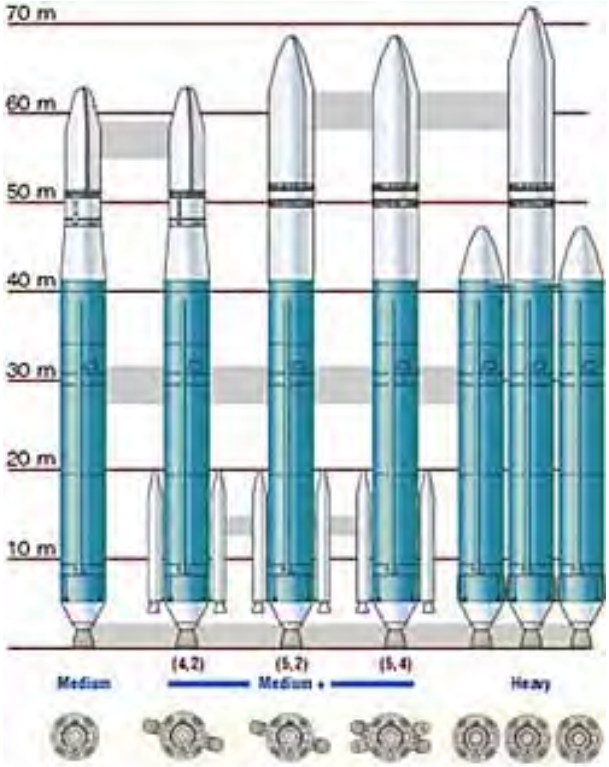



Figure 16.10: Famiglie dei lanciatori Ariane 4 (sopra), Atlas (sotto a sinistra), Delta 4 (sotto a destra).

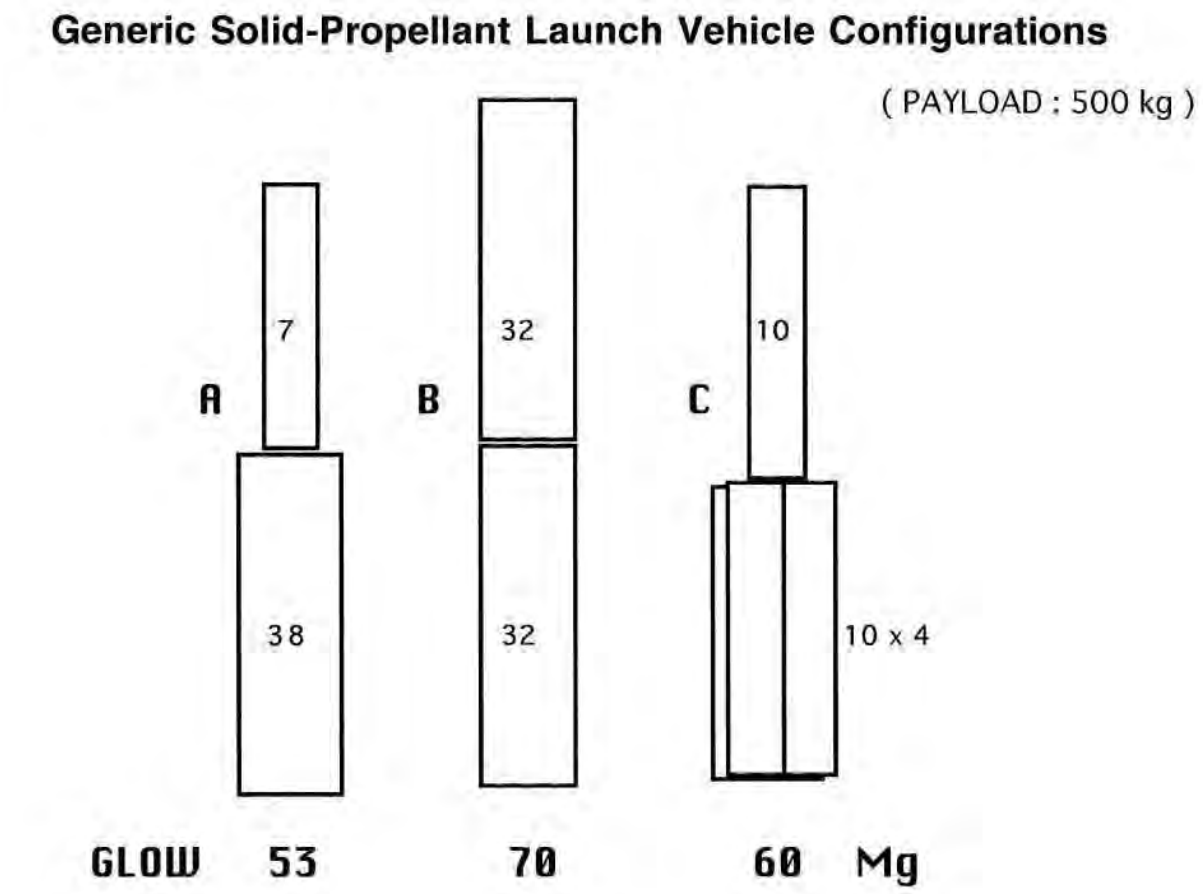



Figure 16.11: Opzioni di stadiazione per un ipotetico lanciatore, e relative masse complessive al decollo (GLOW), e di propellente di ciascuno stadio, da [123].

appunto i costi di progettazione e sviluppo, e di costruzione delle linee di produzione.

In prima approssimazione possiamo assumere che i costi di produzione di ogni singolo stadio siano proporzionali alla massa dello stadio $m_{stadio,i}$. I costi di progettazione e sviluppo sono, sempre in prima approssimazione, piò meno indipendenti dalla massa del singolo stadio[3] (ad esempio, il costo di sviluppo del secondo stadio del lanciatore Titan, la cui massa è solo circa un quarto di quella del primo stadio, sono stati grosso modo uguali ai costi di sviluppo del primo stadio). Mentre i costi ricorrenti vanno affrontati per ogni singolo lanciatore prodotto, i costi di sviluppo andranno ammortizzati ripartendoli equamente su ognuna delle $n$ unità prodotte. Possiamo quindi in prima approssimazione porre, per il costo di produzione dell'$i$–esimo *stadio* (primo o secondo, nell'esempio

[3]In realtà, un'analisi dei dati storici mostra che tali costi sono circa proporzionali alla radice quadrata della massa dello stadio, comunque una dipendenza piuttosto debole.

considerato):

$$c_{produz,i} \;=\; a \cdot m_{stadio,i} \tag{16.47}$$

dove $a$ è una costante di proporzionalità, e la massa dello stadio è ovviamente

$$m_{stadio,i} \;=\; m_{s,i} \;+\; m_{p,i} \tag{16.48}$$

Per i costi di sviluppo, possiamo porli in prima approssimazione, per quanto detto, circa uguali per tutti gli stadi (primo o secondo)

$$c_{svil,i} \;=\; c_{sv} \tag{16.49}$$

Il costo della singola unità sarà pertanto la somma del costo di produzione di tale unità (composta da $N$ stadi), e della quota dovuta all'ammortamento dei costi di progettazione e sviluppo dei diversi stadi (il cui numero indichiamo con $\hat{N}$, e sarà $\hat{N}$=2 per il caso A – due stadi completamente diversi, ma $\hat{N}$=1 per il caso B – in quanto primo e secondo stadio sono uguali):

$$c = \sum_{i=1}^{N} c_{produz,i} + \frac{\hat{N} \cdot c_{sv}}{n} =$$

$$a \sum_{i=1}^{N} m_{stadio,i} + \frac{\hat{N} \cdot c_{sv}}{n} \simeq a \cdot m_0 + \frac{\hat{N} \cdot c_{sv}}{n}$$

Nell'ultimo passaggio si è approssimata la somma della massa degli stadi con la massa al decollo dell'intero lanciatore $m_0$, trascurando quindi il piccolo contributo della massa del payload, che come si vede dalla fig. 16.11, incide per meno dell'1% su $m_0$.

Si può quindi dedurre che lo soluzione A presenta costi non ricorrenti doppi rispetto alla soluzione B, pur comportando costi ricorrenti minori, e sarà pertanto giustificata solo qualora il numero delle unità da produrre $n$ sia piuttosto elevato (si tenga presente che i costi di sviluppo sono molto alti, possono arrivare a diversi miliardi di euro per stadio). La soluzione B comporta costi di sviluppo dimezzati, quindi permetterà di ammortizzarli su un numero minore di unità, nonostante i costi ricorrenti abbastanza più elevati; tale soluzione è pertanto indicata se si prevede di costruire solo un

numero limitato di unità del lanciatore. La soluzione C rappresenta un'opzione intermedia; occorre sì sviluppare due stadi, ma con identici motori, per cui i costi di sviluppo saranno intermedi tra quelli della soluzione A e B e, come si può vedere dal valore di GLOW, lo stesso vale anche per i costi ricorrenti. Tale soluzione potrà pertanto essere interessante qualora si preveda di costruire un numero di unità del lanciatore né troppo basso né molto alto.

Per essere più precisi, dobbiamo osservare che il costo di produzione di uno stadio non è tanto proporzionale alla sua massa complessiva (propellente più strutture), quanto piuttosto solo alla sua massa cosidetta *dry*, con la quale intendiamo tutte le strutture, quindi motori, serbatoi, organi di controllo, etc., cioè quella che sinora abbiamo indicato come $m_{s,i}$. Questo perché, mentre il costo del propellente è dell'ordine di 1 – 10 euro/kg, il costo dello *hardware* (motori, etc.) è dell'ordine di 1000 – 10 000 euro/kg. Possiamo quindi scrivere

$$c_{produz,i} \;=\; a \cdot m_{dry,i} \tag{16.50}$$

o ancora meglio, tenendo conto che i costi in genere aumentano men che linearmente all'aumentare dalla massa, possiamo scrivere

$$c_{produz,i} \;=\; a \cdot \left(m_{dry,i}\right)^b \tag{16.51}$$

dove l'esponente $b$ è un numero minore di uno, per esempio $b = 0.7$. Ricordiamo però ancora che il coefficiente di proporzionalità $a$ dipende in maniera cruciale dalla soluzione propulsiva adottata.

Per sottolineare l'importanza di contenere la massa *dry* del lanciatore, la fig. 16.12 mostra la massa complessiva e la massa *dry* di un lanciatore di assegnato carico utile, al variare dell'accelerazione al decollo (espressa in g, ossia in multipli dell'accelerazione di gravità terrestre al livello del suolo). Aumentare l'accelerazione al decollo vuol dire aumentare la frazione di spinta che viene effettivamente utilizzata per accelerare il veicolo, anziché semplicemente per controbilanciare la forza peso[4]; questo comporta una riduzione delle perdite gravitazionali, con conseguente (iniziale) miglioramento del rapporto di carico utile (e quindi riduzione dela massa al decollo). L'aumento dell'accelerazione iniziale è però ottenuto potenziando i motori, quindi aumentandone la massa, che come detto fa parte della massa *dry*, costosa. Dalla figura si può vedere che il minimo della massa al decollo si ha per un'accelerazione iniziale di 1.5 g, oltre la quale il beneficio apportato dalla riduzione delle perdite gravitazionali è più che compensato dall'aumento della massa dei motori. La massa *dry* minima si

[4]Ad esempio, se al decollo il rapporto spinta/peso vale 1.5, 2/3 della spinta servono per equilibrare la forza peso, e solo 1/3 per accelerare il lanciatore; ma se il rapporto spinta/peso sale a 2, solo 1/2 della spinta serve ad equilibrare la forza peso, ed il restante 1/2 per accelerare il lanciatore.

ha invece per un'accelerazione al decollo di circa 1.2 g, che comporta motori meno potenti, pur a prezzo di una massa di propellente da bruciare maggiore.

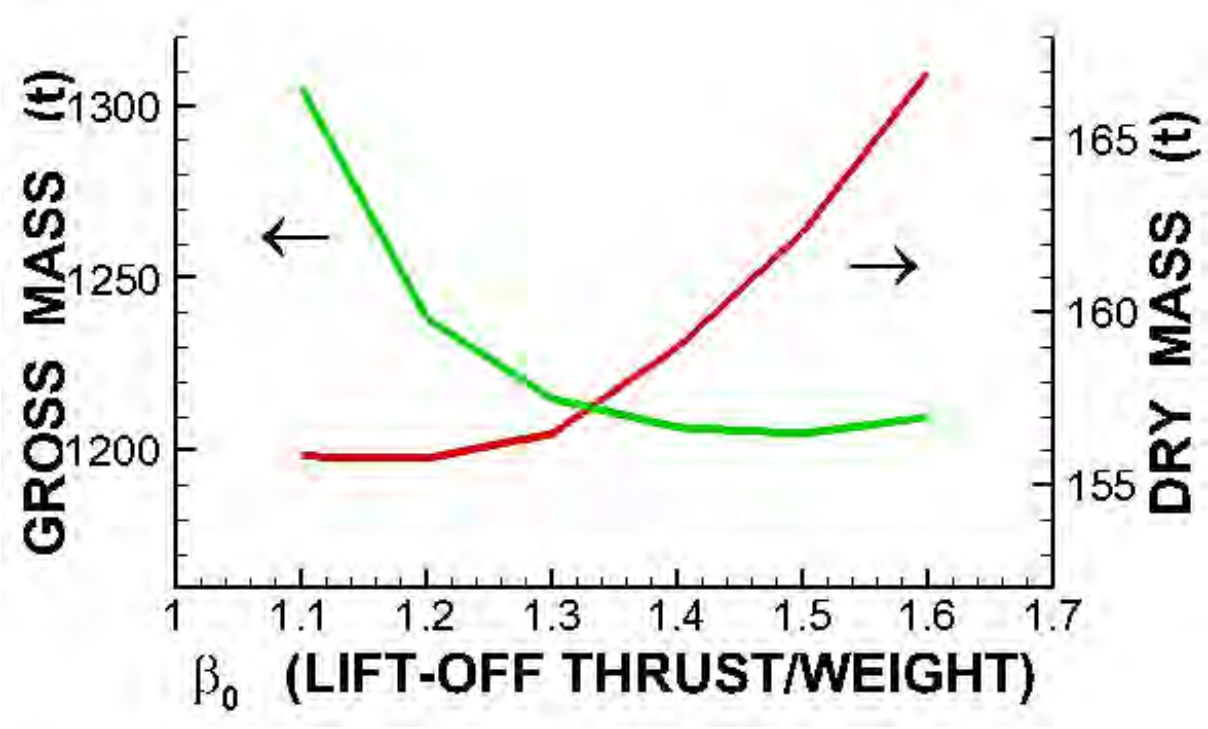



Figure 16.12: Andamento della massa al decollo del lanciatore (a sinistra) e della massa *dry* (a destra) in funzione del rapporto spinta peso/ del lanciatore al decollo.

### 16.6.3 Rapporto di carico utile in funzione dell'incremento di velocità ridotto e del numero degli stadi

Vediamo ora di quantificare il rapporto di carico utile complessivo di un lanciatore in funzione del $\Delta v$ ridotto richiesto (cioè $\Delta v/u_{eq}$) e del numero degli stadi $N$ adottato, sotto le seguenti ipotesi semplificative: velocità efficace di uscita $c_i$ uguale per tutti gli stadi, coefficiente strutturale $\kappa_{si} =$ 0,1 uguale per tutti gli stadi, $\Delta v$ complessivo equiripartito tra i vari sottorazzi secondo la (16.46). Questo rapporto di carico utile complessivo si ottiene grazie alle (16.39,16.42), ed è mostrato in fig. 16.13. Si noti che in questa figura l'asse verticale è logaritmico. Si può osservare come il rapporto di carico utile complessivo diminuisca in ogni caso all'aumentare dell'incremento di velocità ridotto richiesto, ed in particolare che, fissato il numero $N$ degli stadi, esso sostanzialmente crolli oltre un certo valore di $\Delta v/u_{eq}$ (per esempio circa 2 per $N = 1$). Inoltre, si osserva che il carico utile cresce costantemente all'aumentare del numero degli stadi; il vantaggio è minimo per bassi valori di $\Delta v/u_{eq}$,

ma diventa importante per alti valori. Questo indica che per lanciatori che devono fornire bassi incrementi di velocità ridotti si tende ad adottare un numero ridotto di stadi, mentre per lanciatori che devono fornire alti incrementi di velocità ridotti si tenderà ad un alto valore di $N$. Il numero ottimale di stadi da utilizzare va pesato contro l'aumento dei costi associato con la moltiplicazione del numero degli apparati propulsivi, e la diminuzione dell'affidabilità che si ha all'aumentare di $N$ (in quanto aumentando il numero degli stadi, aumenta la possibilità che uno di essi vada incontro ad un malfunzionamento). Va poi considerato che aumentando il numero degli stadi diminuisce la taglia dei singoli stadi, per cui bisogna aspettarsi che i coefficienti strutturali aumentino. In fig. 16.13 è anche mostrata la curva limite per numero di stadi infinito, alla quale per quanto detto corrisponde il massimo carico utile. Si comprende facilmente tuttavia che quest'opzione non è avvicinabile, in quanto essa implicherebbe stadi di massa infinitesima. Mentre è ragionevole assumere che, per stadi di massa molto piccola, che quindi devono contenere una massa molto piccola di propellenti, la massa dei serbatoi sia anch'essa molto piccola, la massa del sistema propulsivo invece non tenderà a zero all'aumentare del numero degli stadi, perché i motori devono in ogni caso fornire una spinta finita, ed hanno quindi massa finita. Quindi l'ipotesi di coefficente strutturale costante non è applicabile al caso $N \to \infty$, o comunque elevato.

Una migliore rappresentazione delle masse strutturali si può avere descrivendo in modo differenziato le masse strutturali dei serbatoi e dei motori. Scindiamo la massa delle strutture dello stadio $i$ in due componenti, una che dipende dalla massa di propellente caricato a bordo (quindi relativa principalmente ai serbatoi, per cui la indichiamo con l'indice $t$, per *tank*, serbatoio), ed una indipendente dalla massa dei propellenti (quindi principalmente relativa ai motori, per cui la indichiamo con l'indice $e$, per *engine*, motore)

$$m_{si} \;=\; m_{ti} \;+\; m_{ei} \tag{16.52}$$

La prima componente la assumiamo proporzionale alla massa dei propellenti caricati nello stadio, secondo un coefficiente di proporzionalità $\kappa_{ti}$

$$m_{ti} \;=\; \kappa_{ti}\, m_{pi} \tag{16.53}$$

mentre la seconda si ottiene facilmente in base alla spinta $F_i$ dei motori dello stadio $i$, noto il loro rapporto spinta/peso, che indichiamo come $(F/W)_i$ (per esempio, per endoreattori a propellenti liquidi, esso assume tipicamente valori compresi tra 50 e 100, vedi figg. 16.16–16.18). Una trattazione basata su questa più accurata descrizione può essere trovata in [120].

Si può osservare come aumentare il numero degli stadi porta a ridurre fortemente le accelerazioni

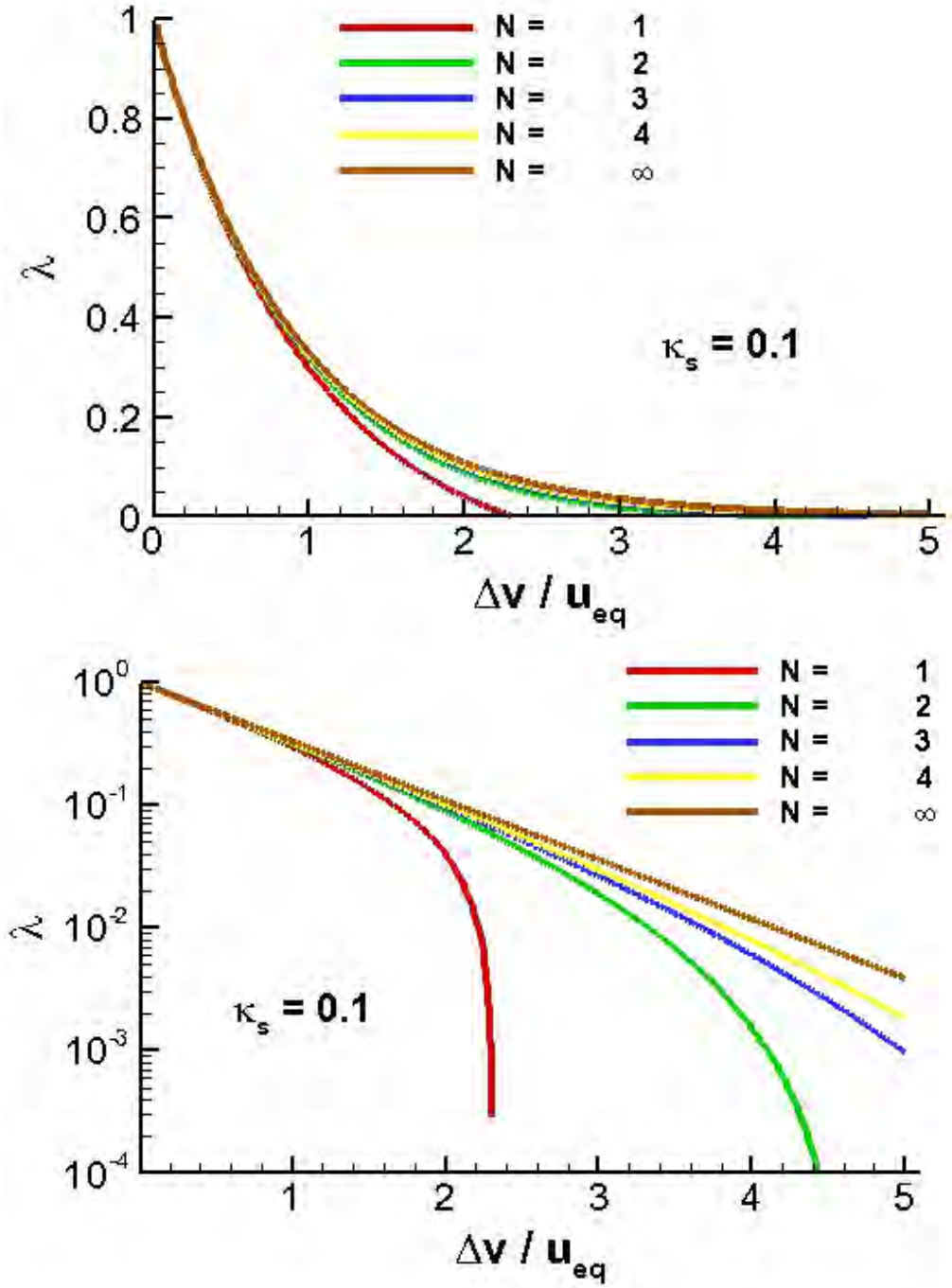



Figure 16.13: Rapporti di carico utile in funzione dell'incremento di velocità ridotto, con il numero $N$ degli stadi come parametro, su scala lineare (sopra) e semilogaritmica (sotto) (descrizione delle masse strutturali in termini del solo indice $\kappa_{si}$).

finali, in quanto ciò conduce a valori del rapporto di massa di ciascun sottorazzo più alti, essendo minori i $\Delta v_i$ ad essi richiesti.

#### 16.6.3.1 Masse di combustibile ed ossidante

Nota la massa di propellente complessiva dalle (16.18, 16.32), le relative quote spettanti a combustibile ed ossidante possono essere fcilmente individuate una volta dato il rapporto ossidante/combustibile (in massa), definito come

$$\frac{O}{F} = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_{fu}} \tag{16.54}$$

per endoreattori a propellenti liquidi (quindi definito in termini di *portate* in massa dei singoli propellenti), e come

$$\frac{O}{F} = \frac{m_{ox}}{m_{fu}} \tag{16.55}$$

per endoreattori a propellenti solidi, definito quindi direttamente in termini di massa dei singoli propellenti. Essendo la somma della massa di combustibile $m_{fu}$ e di ossidante $m_{ox}$ ovviamente uguale alla massa del propellente, si può scrivere

$$m_p = m_{fu} + m_{ox} = m_{fu} \left(1 + \frac{O}{F}\right) \tag{16.56}$$

dalla quale si ricava la massa di combustibile

$$m_{fu} = \frac{m_p}{1 + \dfrac{O}{F}} \tag{16.57}$$

e quella di ossidante come

$$m_{ox} \;=\; m_{fu} \cdot \frac{O}{F} \tag{16.58}$$

oppure come

$$m_{ox} \;=\; m_p \;-\; m_{fu} \tag{16.59}$$

### 16.6.4 Estensione ad altri tipi di stadiazione

Vediamo ora come le formule ricavate per la stadiazione in tandem possono essere applicate anche ad altri tipi di stadiazione, attraverso un'opportuna identificazione dei sottorazzi che compongono il lanciatore, e conseguenti appropriate definizioni della velocità efficace di uscita e del coefficiente strutturale di ciascuno stadio.

#### 16.6.4.1 Stadiazione in parallelo

Consideriamo per semplicità il caso di uno stadio centrale (che chiamiamo *core stage*, ed indichiamo con l'indice *cs*), con $k$ serbatoi esterni staccabili (indice *et*, per *external tank*), in cui tutti questi $k$ serbatoi si svuotano simultaneamente, e sono abbandonati nello stesso momento (ovviamente si potrebbe anche avere il caso in cui, per esempio, prima vengono svuotati due serbatoi, ed abbandonati, poi altri due, etc., ma tutto questo può essere facilmente ricondotto al caso in questione). Supponiamo ancora che la velocità efficace d'uscita del motore possa essere assunta costante (ipotesi meno giustificata rispetto al caso di stadiazione in tandem, dovendo in questo caso il motore coprire l'intero campo di pressioni che vanno dal valore al livello del suolo, a quello, sostanzialmente nullo, al momento dell'inserzione in orbita). Sia $m_{p,cs}$ la massa dei propellenti del *core stage*, la quale viene consumata solo dopo il distacco dei serbatoi esterni, e $m_{s,cs}$ la sua massa strutturale. Analogamente, chiamiamo $m_{p,et}$ la massa di propellenti contenuta in ciascun serbatoio esterno, e $m_{s,et}$ la sua massa strutturale. Possiamo allora riportarci al caso di stadiazione in tandem definendo ancora come primo sottorazzo il lanciatore completo, e come secondo sottorazzo il primo sottorazzo meno i $k$ serbatoi esterni. Per le velocità efficaci di uscita di questi due 'stadi' si ha ovviamente, sotto le ipotesi adottate ($u_{eq}$ del motore costante),

$$u_{eq,1} \;=\; u_{eq,2} \;=\; u_{eq} \tag{16.60}$$

La definizione del coefficiente strutturale di ciascuno stadio richiede invece una certa attenzione. Per il primo stadio (che quindi consterà dei soli serbatoi staccabili) la massa delle strutture sarà $k$ volte la massa delle strutture di ciascun serbatoio, e la massa di propellente $k$ volte la massa di propellente di ciascun serbatoio, per cui la definizione (16.10) dà

$$\kappa_{s,1} \;=\; \frac{k\, m_{s,et}}{k\,(m_{s,et} \;+\; m_{p,et})} \tag{16.61}$$

Per il secondo stadio dobbiamo far riferimento alle masse strutturali e di propellente del *core stage*, per cui si ha

$$\kappa_{s,2} \;=\; \frac{m_{s,cs}}{m_{s,cs} \;+\; m_{p,cs}} \tag{16.62}$$

Adottando questi valori di velocità efficace d'uscita e dei coefficienti strutturali nelle formule ricavate per stadiazione in tandem (16.39–16.42), si possono quindi valutare le prestazioni del lanciatore.

#### 16.6.4.2 Stadiazione 'mista'

In molti casi, come osservato a proposito della fig. 16.10, le prestazioni dei lanciatore sono potenziate aggiungendo al *core stage* un certo numero, diciamo $k$, di *boosters* ausiliari (detti *strap–on boosters*, per i quali useremo l'indice *sob*), i quali affiancano con la loro spinta i motori del *core stage*, anche se in genere hanno un tempo di combustione diverso (più breve di quello dei motori del *core stage*). Se per esempio ipotizziamo un lanciatore composto unicamente dal *core stage* e da $k$ *strap–on boosters* (l'estensione per tenere conto di eventuali stadi superiori è immediata), possiamo definire il primo sottorazzo come il lanciatore completo, ed il secondo sottorazzo come il primo sottorazzo meno i $k$ *boosters*, con i serbatoi del *core stage* però parzialmente svuotati per effetto del propellente consumato dai motori di questo stadio durante il tempo di combustone degli *strap–on boosters*. Per quanto riguarda la velocità efficace d'uscita del 'primo stadio', possiamo definirla (essendo essa il rapporto tra la spinta complessiva e la portata in massa di propellenti complessiva) come

$$u_{eq,1} \;=\; \frac{F_{cs} \;+\; k\, F_{sob}}{\dot{m}_{cs} \;+\; k\, \dot{m}_{sob}} \tag{16.63}$$

essendo $F_{cs}$ e $F_{sob}$ le spinte sviluppate dai motori del *core stage* e da un singolo *strap–on booster* (supposte entrambe costanti), e $\dot{m}_{cs}$ e $\dot{m}_{sob}$ le relative portate in massa di propellente consumato.

Per identificare invece le masse di propellenti che entrano nella definizione del coefficiente strutturale, dobbiamo scindere la massa di propellenti $m_{p,cs}$ contenuta nel *core stage* in una parte, $m'_{p,cs}$, consumata mentre gli *strap–on boosters* sono attivi, e la parte rimanente, $m''_{p,cs}$, consumata dopo il distacco degli *strap–on boosters*

$$m_{p,cs} \;=\; m'_{p,cs} \;+\; m''_{p,cs} \tag{16.64}$$

Chiamate $m_{s,sob}$ e $m_{p,sob}$ la massa strutturale e la massa di propellente di un singolo *booster*, è possibile quindi definire il coefficiente strutturale del 'primo stadio' come

$$\kappa_{s,1} \;=\; \frac{k\, m_{s,sob}}{m'_{p,cs} \;+\; k\,(m_{s,sob} \;+\; m_{p,sob})} \tag{16.65}$$

Per il 'secondo stadio', la velocità efficace di uscita è facilmente definita come rapporto tra spinta e portata in massa dei motori del *core stage*

$$u_{eq,2} \;=\; \frac{F_{cs}}{\dot{m}_{cs}} \tag{16.66}$$

mentre per la definizione del relativo coefficiente strutturale occorre avere l'accortezza di riferirsi alla sola massa di propellente consumata *dopo* il distacco dei *boosters*, nonché ovviamente alla massa strutturale $m_{s,cs}$ del *core stage*:

$$\kappa_{s,2} \;=\; \frac{m_{s,cs}}{m_{s,cs} \;+\; m''_{p,cs}} \tag{16.67}$$

Introducendo ancora questi valori di velocità efficace d'uscita e coefficienti strutturali nelle espressioni relative a stadiazione in tandem, si possono determinare le prestazione del lanciatore.

#### 16.6.4.3 Distacco dello scudo termico

Durante l'ascesa del lanciatore, il carico utile è protetto dai carichi aerodinamici e termici da uno *scudo termico*, o *heat shield*, che viene poi rilasciato quando questi carichi divengono accettabili per il carico utile in virtù della progressiva rarefazione degli strati esterni dell'atmosfera, orientativamente intorno ai 100 km di quota. Compatibilmente con queste esigenze di protezione, lo *heat shield* va rilasciato il più presto possibile, per evitare di dover accelerare una massa che non fa parte del carico

utile. Per descrivere il distacco dello scudo termico, risulta necessario introdurre un ulteriore stadio fittizio, ma la procedura è diversa a seconda che lo scudo termico sia distaccato in una fase di volo a motore spento (*coast*), oppure di volo in fase propulsa. Altre masse che vengono distaccate durante la salita del lanciatore sono gli *interstadi*, che collegano due stadi consecutivi.

#### 16.6.4.4 Andamenti (qualitativi) di $\lambda$ per alcune missioni tipiche

Consideriamo a titolo di esempio un lanciatore inteso ad inviare un carico utile in orbita terrestre bassa (quindi, come vedremo, $\Delta v \simeq 9500$ m/s), costituito da $N$ stadi tutti utilizzanti gli stessi propellenti, che assumiamo possano essere solidi, liquidi *storable* o liquidi criogenici, con le seguenti caratteristiche, desunte dalle figg. 16.5, 16.6:

- propellenti solidi: primo stadio $u_{eq,1} = 2400$ m/s e $\kappa_s = 0,09$, stadi superiori $u_{eq,i} = 2800$ m/s e $\kappa_s = 0,10$;
- propellenti liquidi *storable*: primo stadio $u_{eq,1} = 2500$ m/s e $\kappa_s = 0,06$, stadi superiori $u_{eq,i} = 2900$ m/s e $\kappa_s = 0,07$;
- propellenti liquidi criogenici: primo stadio $u_{eq,1} = 3400$ m/s e $\kappa_s = 0,12$, stadi superiori $u_{eq,i} = 4400$ m/s e $\kappa_s = 0,13$.

Sono stati considerati margini di propellente aggiuntivo rispetto alla massa determinata dalla relazione di Tsiolkovsky, in quanto una piccola parte (ma significativa se confrontata con il carico utile) del propellente può rimanere intrappolata nel sistema di alimentazione (per esempio a fine combustione di un motore a propellenti liquidi le linee di alimentazione sono ancora piene di propellente; nei propulsori di satelliti, che adottano sistemi di espulsione, cosidetti 'positivi', del propellente per poter operare in assenza di gravità, quali membrane, cilindri che si accartocciano, etc., una certa frazione del propellente, fino al 3 o 4%, può rimanere intrappolata nel sistema di espulsione); oppure, in sistemi liquidi bipropellente, il rapporto in massa tra le portate di ossidante e combustibile $O/F$ può risultare lievemente diverso da quello nominale, per cui uno dei due propellenti si esaurisce prima dell'altro, e risulta perciò inutilizzabile (è opportuno considerare un margine intorno all'1%); ancora, per sopperire all'incertezza nella quantità di propellente effettivamente caricata nei serbatoi (per possibili imprecisioni delle bilance che la misurano), è opportuno prevedere un ulteriore margine dello 0,8%. A titolo puramente indicativo, è stato ipotizzato un margine dell'1% per gli stadi inferiori, e del 3% per l'ultimo stadio, questo più elevato per correggere eventuali inaccuratezze di iniezione in orbita. Essendo tutto sommato le velocità efficaci di uscita dei vari stadi (di una stessa soluzione propulsiva ipotizzata) abbastanza vicine fra loro, e così pure i loro coefficienti strutturali, si è fatto

poi ancora ricorso alla condizione di equiripartizione (16.46) del $\Delta v$ complessivo tra gli $N$ stadi, commettendo un errore presumibilmente accettabile.

Per il rapporto di carico utile complessivo $\lambda$ si hanno allora i risultati riportati sotto forma di istogrammi in fig. 16.14 Incidentalmente, questi in realtà includono anche masse non 'utili' come le strutture di supporto (*cradle*) del satellite, che possono essere alquanto notevoli. Anche l'ipotesi che il coefficiente strutturale sia uguale per tutti gli stadi superiori è discutibile, essendo invece tipicamente più alto per stadi piccoli, vedi anche successive figg. 16.16–16.18. Tuttavia, i risultati mostrati sono interessanti almeno dal punto di vista qualitativo.

Si noti come tutte le combinazioni di propellenti considerate risultino insufficienti a svolgere la missione assegnata con un solo stadio. All'aumentare del numero degli stadi, il carico utile cresce dapprima notevolmente, poi l'incremento diventa marginale. Considerando l'incremento di costo del lanciatore dovuto alla sua suddivisione in un gran numero di stadi (perché appunto molte parti devono essere moltiplicate), si preferisce in genere contenere il numero degli stadi da 2 a 4, con i valori più alti adottati per i propellenti a basse prestazioni (cioè solidi). I valori del rapporto di carico utile sono estremamente sensibili al coefficiente strutturale, specie per i propellenti a bassa $u_{eq}$. Questa sottolinea l'assoluta necessità di contenere al minimo la massa delle strutture.

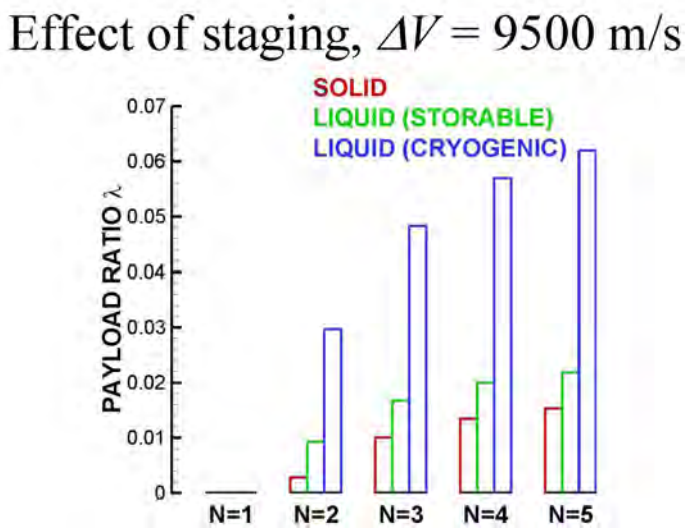



Figure 16.14: Rapporti di carico utile per $\Delta v = 9500$ m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable ($L_s$), liquido criogenico ($L_c$), in funzione del numero di stadi $N$.

Se invece consideriamo una missione in GEO, di impatto o *fly–by* lunare, oppure di fuga, per le quali $\Delta v \simeq 13500$ m/s, i carichi utili risultanti (adottando i valori originari di $\kappa_s$) sono indicati in fig. 16.15; i valori del rapporto di carico utile per $\Delta v = 9500$ m/s sono anche riportati a titolo di riferimento.

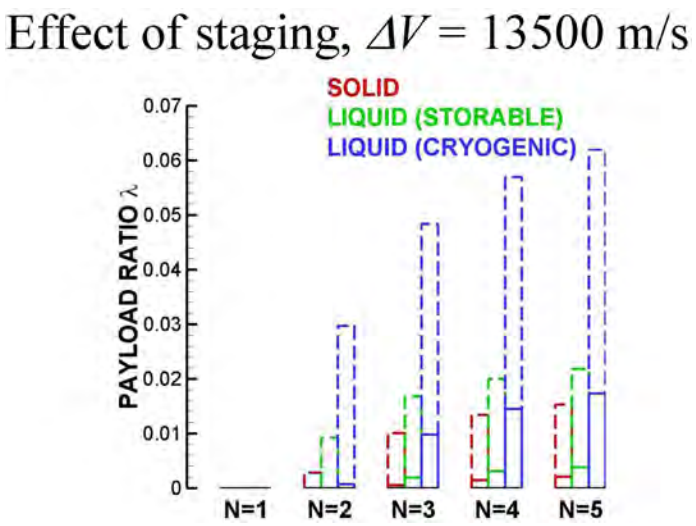



Figure 16.15: Rapporti di carico utile per $\Delta v = 13500$ m/s, per lanciatori a propellente solido (S), liquido storable ($L_s$), liquido criogenico ($L_c$), in funzione del numero di stadi $N$.

Dal confronto con le figure precedenti si nota come il carico utile diminuisce fortemente, specie per i propulsori a bassa $u_{eq}$, e come convenga spostarsi verso architetture ad un numero maggiore di stadi. Si nota inoltre come il vantaggio derivante dall'impiego di propellenti ad alte prestazioni diventa assolutamente determinante per missioni ad alto $\Delta v$.

Abbiamo accennato al fatto che i coefficienti strutturali sono tipicamente più alti per stadi di piccola taglia, per la difficoltà a ridurre in scala tutti i componenti, in particolare gli attuatori. Questa circostanza è confermata dalla fig. 16.16, che mostra i valori del rapporto spinta/peso di alcuni motori a propellente liquido di spinta elevata (notare la scala logaritmica delle ascisse). La figura riporta anche l'espressione per un *fit* del rapporto spinta/peso del motore in funzione della spinta; si osservi però che tale relazione non rappresenta in alcun modo l'espressione di una limitazione fisica, ma rappresenta semplicemente lo stato dell'arte di quanto è stato possibile realizzare sinora. In modo simile, la fig. 16.17 riporta dati analoghi per motori di spinta più limitata, operanti nel vuoto (in questo caso la scala delle ascisse è lineare); la fig. 16.18 riporta poi dati analoghi per propulsori monopropellenti, tipicamente impiegati nei sistemi propulsivi dei satelliti, o per controllo d'assetto. Questo andamento del rapporto spinta/peso porta evidentemente a coefficienti strutturali generalmente più bassi per motori di grande taglia, come desumibile dalla fig. 16.5 per varie soluzioni propulsive. Fanno apparentemente eccezione gli endoreattori a propellente solido, ma occorre osservare che in questo caso i propulsori di taglia più grande sono impiegati come *strap–on boosters* di lanciatori, per cui nella massa strutturale è inclusa anche la massa delle strutture che trasmettono la loro (elevata) spinta al *core stage*.

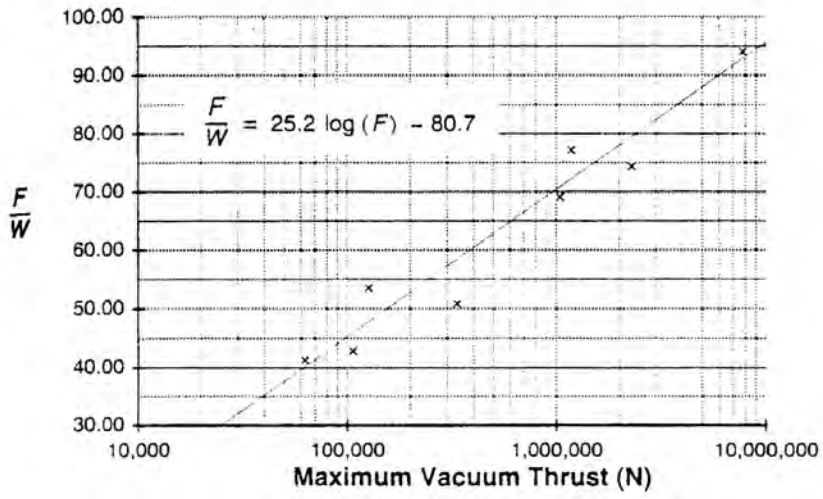



Figure 16.16: Rapporti spinta/peso di motori di *boosters* di lanciatori a propellente liquido (bipropellenti), da [121].

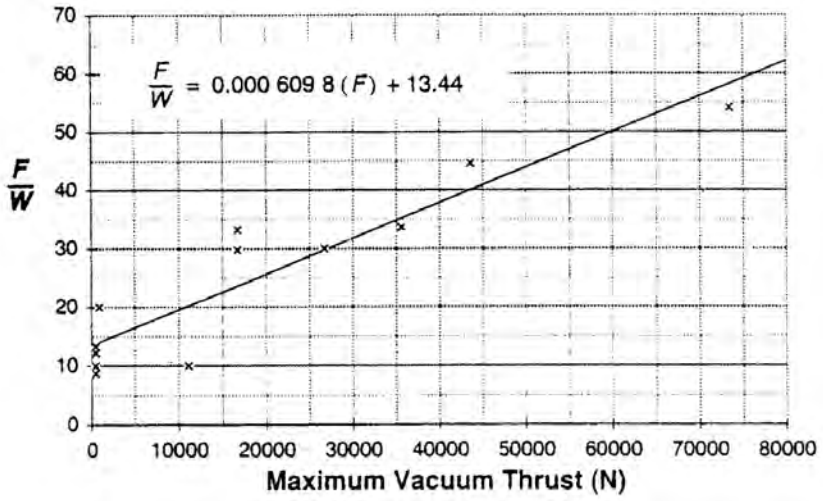



Figure 16.17: Rapporti spinta/peso di motori operanti nel vuoto (a propellente liquido, bipropellenti), da [121].

# Domande di verifica

1. Sotto quali ipotesi è valida l'equazione di Tsiolkovski?

2. La massa complessiva di un veicolo propulso ad endoreazione viene di solito ripartita in tre

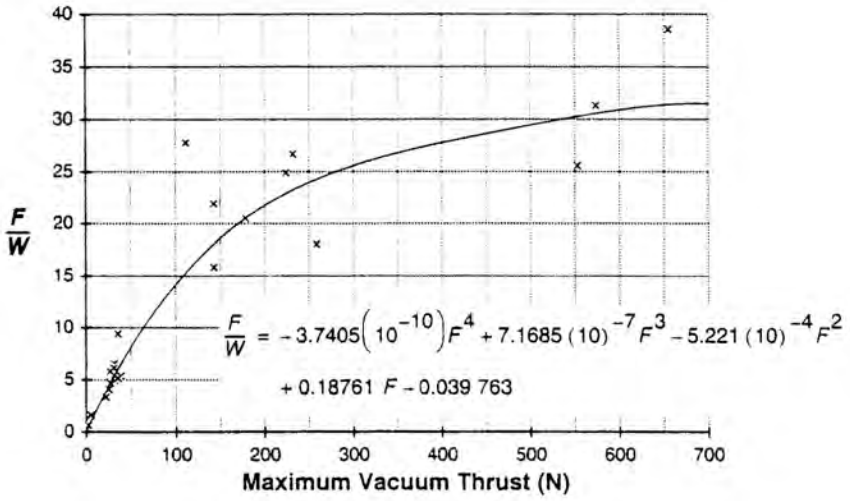



Figure 16.18: Rapporti spinta/peso di motori a monopropellente liquido, da [121].

contributi. Quali sono questi contributi?

3. Come è definita la velocità equivalente?

4. Come è definito il *mass ratio*?

5. Come è definito il rapporto di carico utile?

6. Quale parametro limita la massima variazione di velocità ottenibile da un endoreattore, assegnata la velocità efficace d'uscita? (Si consideri che la massima variazione di velocità si ottiene per rapporto di carico utile nullo).

7. Come è definito l'incremento di velocità ridotto?

8. L'obiettivo di una missione spaziale è quello di ottenere una determinata variazione della velocità del veicolo, ma si è visto che in realtà il propulsore deve essere in grado di fornire un $\Delta v$ efficace (inteso come quello che realizzerebbe lo stesso propulsore in condizioni operative ideali) maggiore. Perché?

9. In quali condizioni si possono considerare trascurabili le perdite gravitazionali?

10. Si esprima la frazione di massa di propellente in funzione del $\Delta v$ efficace e di $u_{eq}$ (oppure $I_{sp}$).

11. Per quale ragione si considerano razzi multistadio? Quali sono i vantaggi della stadiazione? Quali gli svantaggi?

12. Come è definito un sottorazzo? Qual è il suo carico utile?

13. Esprimere il rapporto di carico utile del sottorazzo $i$–esimo in funzione del *mass ratio* e del coefficiente strutturale.

14. Esprimere il rapporto di carico utile del sottorazzo $i$–esimo in funzione dell'incremento di velocità ridotto e del coefficiente strutturale.

15. Come è legato il $\Delta v$ complessivo del lanciatore ai $\Delta v_i$ dei singoli sottorazzi?

16. Come è legato il rapporto di carico utile complessivo del lanciatore al rapporto di carico utile dei singoli sottorazzi?

17. Per raggiungere l'orbita terrestre bassa (LEO=*Low Earth Orbit*, $z \sim 300-400$ km) è necessario un $\Delta v$ "efficace" di almeno 9000 m/s. Considerando che idealmente è necessario un $\Delta v$ pari a $\sim 7900$ m/s, spiegare perché il $\Delta v$ "efficace" è superiore a quello ideale.

18. Qual è la funzione dello *heat shield*?

# Esercizi

1. Consideriamo una manovra che richieda un $\Delta v$=4000 m/s; il propulsore è caratterizzato da una velocità equivalente $u_{eq}$=3000 m/s, ed un coefficiente strutturale $\kappa_s$=0.15, nonché un rapporto ossidante/combustile $O/F$= 1.6. Sia $m_0$=10 000 kg la massa iniziale.
   Calcolare, nell'ipotesi di stadio singolo, la massa del payload $m_{pl}$, quella delle strutture $m_s$, dei propellenti $m_p$, nonché la ripartizione in massa tra essi, ossia $m_{fu}$ e $m_{ox}$. Ripetere poi il calcolo sotto l'ipotesi di veicolo a due stadi $N$=2, con ripartizione ottima del $\Delta v$. Confrontare i rapporti di carico utile nei due casi.
   → Per la soluzione monostadio, dalla (16.20) si ricava il *mass ratio*, dalla (16.37) il rapporto di carico utile; moltiplicando il primo ed il secondo per la massa iniziale si ricavano rispettivamente la massa finale e quella del carico utile. La massa del propellente si trova quindi grazie alla (16.18); essa è scissa nella massa di combustibile ed ossidante per mezzo delle (16.57,16.58). La massa delle strutture si può ricavare dalla (16.11). Per la soluzione bistadio, ricavare la distribuzione ottimale del $\Delta v$ dalla (16.46), e poi procedere analogamente per ciascuno stadio, ricordando che la massa del carico utile del primo sottorazzo è la massa iniziale del secondo sottorazzo. Applicare infine la (16.42). Si trova, per la soluzione monostadio, $\lambda$=0.134, mentre la soluzione bistadio dà $\lambda$=0.183, con un incremento quindi del 37% circa.

# Capitolo 17

# Endoreattori termici

## 17.1 Introduzione

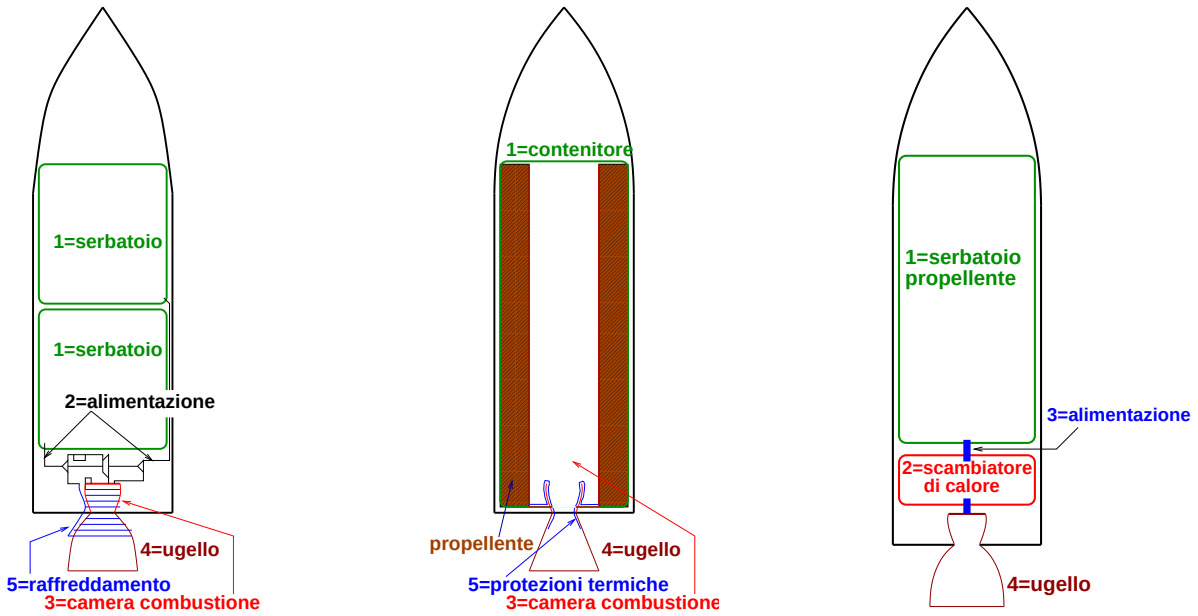



Figure 17.1: Schema concettuale di (sinistra) endoreattori a propellenti liquidi, (centro) endoreattori a propellenti solidi, (destra) endoreattori elettrotermici, termici solari o nucleari.

Gli endoreattori termici, nei quali l'energia termica del fluido propulsivo caldo viene convertita in energia cinetica nell'ugello per produrre una spinta, sono i motori di gran lunga più diffusi per lanciatori e veicoli spaziali. La fig. 17.1 illustra schematicamente le varie opzioni disponibili, che comprendono endoreattori a propellenti liquidi e a propellente solido, nei quali il fluido propulsivo è

costituito dagli stessi prodotti di combustione, nonché altri propulsori in cui il fluido propulsivo viene portato ad alta temperatura mediante una resistenza od un arco elettrico (propulsori elettrotermici, i quali richiedono una fonte di energia elettrica), oppure concentrando la radiazione solare su uno scambiatore di calore mediante specchi (endoreattori solari termici), o ancora utilizzando un reattore nucleare. Si noti che le opzioni elettrotermica e termica solare sono in grado di produrre solo bassissime spinte, e quindi in particolare presentano rapporti spinta/peso alquanto minori dell'unità, per cui non sono in grado di decollare dal suolo, ma possono essere utilizzate su satelliti o sonde già in orbita (quindi la forma aerodinamica del veicolo indicata in fig. 17.1c in realtà non è giustificata), mentre gli endoreattori nucleari potrebbero in teoria essere utilizzati in un lanciatore. Sono stati anche proposti, e limitatamente utilizzati, motori a propellenti ibridi (combustibile solido e ossidante liquido), adottati per esempio dai veicoli suborbitali SpaceShipOne e SpaceShipTwo.

Per descrivere il comportamento di un endoreattore termico, ricorriamo all'ipotesi di ugello ideale, riservandoci di applicare poi opportuni rendimenti correttivi.

## 17.2 Ugello ideale

Ricordiamo le ipotesi a suo tempo introdotte nella descrizione dell'ugello operante in condizioni ideali, vedi par. 2.7:

1. fluido termicamente e caloricamente perfetto, monofase (gassoso);
2. flusso stazionario;
3. flusso quasi–monodimensionale;
4. flusso isentropico;
5. inoltre, assumiamo che numero di Mach all'ingresso dell'ugello sia sufficientemente basso, sì da poter approssimare le grandezze totali con i corrispondenti valori statici all'ingresso dell'ugello, cioè all'uscita della camera di combustione (indice $c$):

$$h_0 \simeq h_c = \text{const}; \qquad T_0 \simeq T_c = \text{const}; \qquad p_0 \simeq p_c = \text{const} \tag{17.1}$$

che risultano costanti avendo assunto flusso isentropico, quindi adiabatico e senza attrito.

Ricordiamo che la spinta dell'endoreattore è data dalla (3.4), che qui ripetiamo

$$F \;=\dot{m}\,u_e \;+\; A_e\,(p_e \;-\; p_a) \tag{17.2}$$

A differenza degli esoreattori, il secondo termine (spinta di pressione), pur essendo in genere piccolo rispetto al primo (spinta impulsiva) perché si tende all'espansione ottima ($p_e = p_a$), non è in generale trascurabile, anche perché nel caso di un lanciatore che ascende in un campo di pressioni ambiente decrescenti, la condizione di adattamento potrà essere conseguita al più in un singolo punto della traiettoria. Così pure, un endoreattore operante nel vuoto ($p_a = 0$) non potrà espandere fino ad una pressione di uscita nulla (perché al decrescere della pressione, per la relazione isentropica (2.71), anche la temperatura scenderà, fino a raggiungere il punto di condensazione dei gas).

Dobbiamo dunque derivare le espressioni dei diversi termini della (17.2) in funzioni dei parametri di progetto. Per la portata in massa, essendo il flusso sicuramente critico in gola (per via dell'alta pressione in camera, vedi fine par. 17.4), possiamo adottare la (2.119), che qui riscriviamo con i valori totali intesi come valori in camera, secondo la (17.1)

$$\boxed{\dot{m} \;=\; \Gamma\,\frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R\,T_c}}} \;=\; \Gamma\,\frac{p_c\,A_t}{\sqrt{\dfrac{\mathcal{R}\,T_c}{\mathcal{M}}}} \tag{17.3}$$

tenendo anche conto della (2.4). La velocità di uscita, avendo supposto trascurabile il termine di energia cinetica in camera, può essere espressa attraverso la (6.19) come

$$u_e \;=\; \sqrt{2\,\Delta h_n} = \sqrt{2\,(h_c \;-\; h_e)} = \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma \;-\; 1}\,R\,T_c\,\left(1 \;-\; \frac{T_e}{T_c}\right)} \tag{17.4}$$

la quale grazie alla relazione isentropica (2.71) ed alla (2.4) si riscrive

$$\boxed{u_e \;=\; \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma \;-\; 1}\,\frac{\mathcal{R}T_c}{\mathcal{M}}\,\left[1 \;-\; \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}} \tag{17.5}$$

### 17.2.1 Parametri caratteristici

Possiamo a questo punto sostituire le espressioni (17.3,17.5) nella (17.2) ottenendo un'espressione della spinta che permette di capire quali sono le grandezze sulle quali possiamo intervenire

$$\boxed{F \;=\; p_c\, A_t \left\{ \Gamma \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma\,-\,1}\left[1\,-\,\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma\,-\,1}{\gamma}}\right]} \,+\, \frac{A_e}{A_t}\left(\frac{p_e}{p_c}\,-\,\frac{p_a}{p_c}\right)\right\}} \tag{17.6}$$

La velocità equivalente, o velocità efficace d'uscita, già introdotta (3.8), può essere scissa nel prodotto di un coefficiente di spinta $C_F$ ed una velocità caratteristica $c^*$

$$\boxed{u_{eq} \;=\; \frac{F}{\dot{m}} = \frac{F}{p_c\, A_t}\,\frac{p_c\, A_t}{\dot{m}} = C_F \,\cdot\, c^*} \tag{17.7}$$

dove il coefficiente di spinta si ricava immediatamente dalla (17.6)

$$\boxed{C_F \;=\; \frac{F}{p_c\, A_t} \;=\; \Gamma \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma\,-\,1}\left[1\,-\,\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \,+\, \frac{A_e}{A_t}\left(\frac{p_e}{p_c}\,-\,\frac{p_a}{p_c}\right)} \tag{17.8}$$

e la velocità caratteristica dalla (17.3)

$$c^* \;=\; \frac{p_c\, A_t}{\dot{m}} \;=\; \frac{\sqrt{R\,T_c}}{\Gamma} \tag{17.9}$$

che attraverso la (2.4) dà

$$\boxed{c^* \;=\; \frac{1}{\Gamma}\sqrt{\frac{\mathcal{R}\,T_c}{\mathcal{M}}}} \tag{17.10}$$

Si vede quindi che la velocità caratteristica dipende unicamente da grandezze ($\gamma$, $T_c$, $\mathcal{M}$) che sono determinare dalle condizioni in camera di combustione. Investighiamo ora l'espressione del coefficiente di spinta, introducendo tra l'altro per il rapporto di area dell'ugello (area di uscita/area di gola) il simbolo

$$\epsilon \;=\; \frac{A_e}{A_t} \tag{17.11}$$

Il rapporto di pressioni $p_e/p_c$ può essere legato al rapporto di espansione dell'ugello tramite la (2.115), esprimendo il numero di Mach a secondo membro attraverso la definizione di pressione totale (2.74), ottenendo

$$\epsilon \;=\; \frac{A_e}{A_t} \;=\; \frac{\Gamma}{\sqrt{\dfrac{2\,\gamma}{\gamma\,-\,1}\left(\dfrac{p_e}{p_c}\right)^{2/\gamma}\left[1\,-\,\left(\dfrac{p_e}{p_c}\right)^{(\gamma\,-\,1)/\gamma}\right]}} \tag{17.12}$$

Questa relazione dà il rapporto di espansione dell'ugello in forma esplicita in funzione del rapporto di pressioni (uscita/camera), relazione mostrata in fig. 17.2; si noti che il ramo a sinistra del minimo corrisponde alla soluzione subsonica, mentre il ramo a destra del minimo alla soluzione supersonica, analogamente alla fig. 2.10. Essa però non consente di ricavare un'espressione esplicita di $p_e/p_c$ in funzione del rapporto di espansione. Tuttavia, è importante osservare che gli ugelli degli endoreattori lavorano sicuramente in condizioni critiche, con flusso supersonico nel divergente, in quanto conviene adottare alte pressioni in camera per avere un'alta spinta da un ugello di area di gola $A_t$ assegnato, come si evince immediatamente dalla (17.6); inoltre, un alto rapporto $p_c/p_a$ permette di conseguire un più alto coefficiente di spinta, per la (17.8). Il valore di $p_e/p_c$ corrispondente ad un dato rapporto di espansione si può allora ricavare graficamente dalla fig. 17.2 considerando solo il ramo delle curve a destra del minimo, cioè come detto il ramo supersonico. Ne segue che anche il rapporto $p_e/p_c$

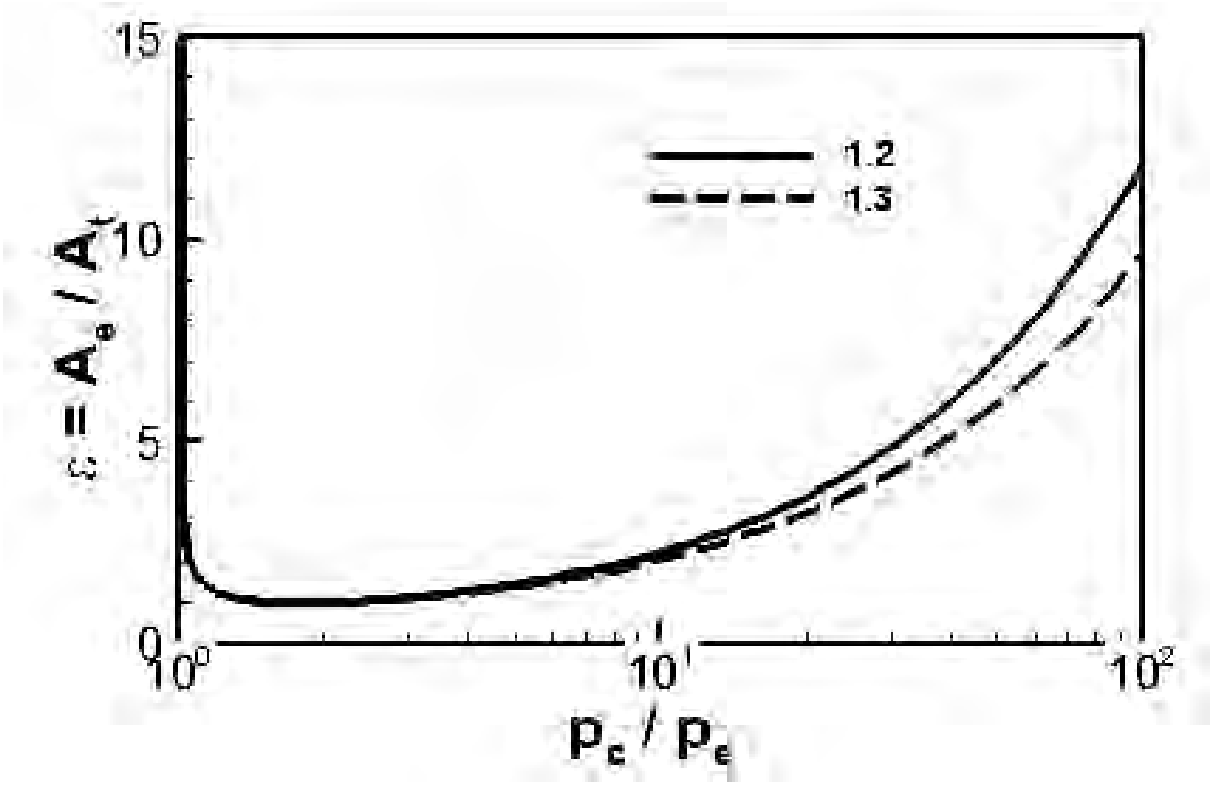



Figure 17.2: Rapporto di espansione in funzione del rapporto di pressione dell'ugello, per due valori di $\gamma$.

che compare nell'espressione del coefficiente di spinta è funzione solo del rapporto di espansione geometrico dell"ugello, per cui si può scrivere la dipendenza funzionale del coefficiente di spinta come

$$C_F \;=\; f\left(\epsilon, \gamma; p_c/p_a\right) \tag{17.13}$$

dove il rapporto $p_a/p_c$ che compare nella (17.8) è stato per convenienza espresso attraverso il suo inverso ($p_a/p_c$ assume valori molto piccoli, difficili da apprezzare). Il coefficiente di spinta nella forma (17.13) è graficato in fig. 17.3 per un singolo valore di $\gamma$.

Per ogni valore del parametro $p_c/p_a$ possiamo distinguere una curva, il cui andamento è legato al regime di funzionamento dell'ugello, come mostrato in fig. 17.4. L'andamento inizialmente crescente delle curve in fig. 17.3 corrisponde alla condizione di ugello sottoespanso in fig. 17.4: poiché la pressione di uscita è superiore a quella ambiente, il flusso che esce dalla sezione di uscita tenderà ad espandersi ulteriormente, dando luogo ad un allargamento della *plume*. La crescita di $C_F$ prosegue finché non si raggiunge il massimo, che corrisponde alla situazione di ugello adattato: in questo

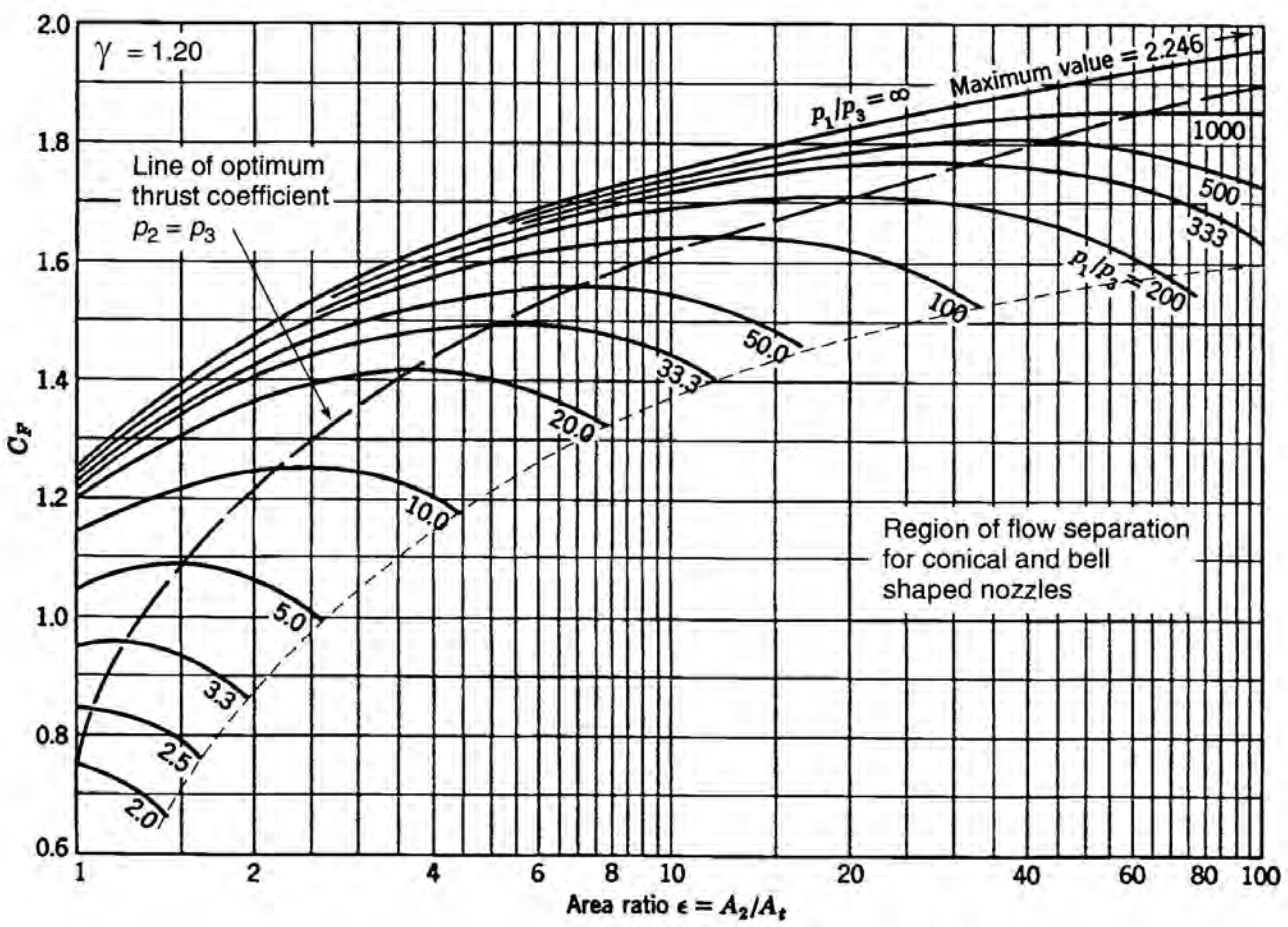



Figure 17.3: Coefficiente di spinta in funzione del rapporto di espansione e del rapporto $p_c/p_a$ per $\gamma = 1.2$, da [17].

caso non si ha allargamento della *plume*. Superato il massimo, il coefficiente di spinta decresce, situazione indicata in fig. 17.4 come ugello sovraespanso, perché il flusso è stato espanso fino a raggiungere una pressione inferiore a quella ambiente. Il flusso all'uscita dell'ugello tenderà pertanto a contrarsi (formazione di una *vena contratta*) sotto l'effetto della schiacciante pressione ambiente, fino a raggiungere una sezione del tubo di flusso il cui rapporto area su area di gola eguaglia quella per ugello adattato (perché il flusso esternamente all'ugello si ricomprime fino a raggiungere una pressione uguale a $p_a$). Ad ogni modo tale fenomeno avviene al di fuori del'ugello, per cui le formule che abbiamo derivato per il coefficiente di spinta continuano ad essere valide. Se però la sovraespansione è molto elevata, cioè se la pressione all'uscita dell'ugello è molto inferiore alla pressione ambiente (tipicamente al disotto del 25 – 40% di $p_a$), la vena comincia a contrarsi *entro* l'ugello, lasciando una zona di flusso separato vicino alla parete, per cui tra l'altro il flusso non può più essere assunto quasi–monodimensionale entro tutto l'ugello, e la (17.8) non è più valida.

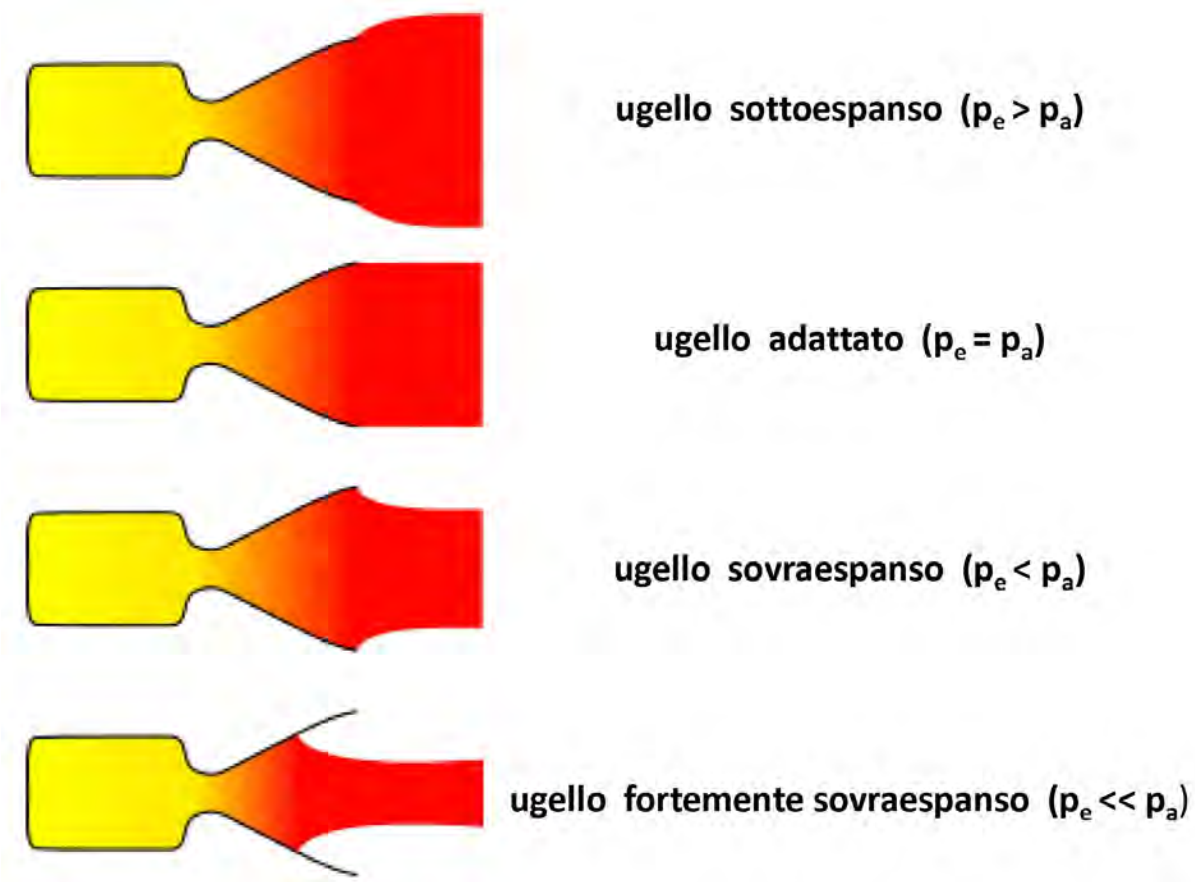



Figure 17.4: Regimi di funzionamento di un ugello, adattata da [124].

La fig. 17.3 riporta anche, a linea tratteggiata, il luogo dei massimi del coefficiente di spinta per $\gamma = 1.2$, che ovviamente cresce con il rapporto $p_c/p_a$; la fig. 17.5 mostra anche l'effetto di vari valori di $\gamma$ su tale curva di ottimo.

La fig. 17.6 mostra, in funzione del rapporto di espansione $\epsilon$, il rapporto tra la spinta $F$ ottenibile da un ugello convergente–divergente ed uno semplicemente convergente, ancora con il rapporto $p_c/p_a$ a parametro. Tale rapporto di spinta, a parità di portata in massa (essendo fissate area di gola e condizioni di temperatura e pressione totale in camera), coincide con il rapporto dei coefficienti di spinta, in quanto

$$\frac{F}{F_{conv}} = \frac{\dot{m}\, u_{eq}}{\dot{m}\, u_{eq,conv}} = \frac{c^*\, C_F}{c^*\, C_{F,conv}} = \frac{C_F}{C_{F,conv}} \tag{17.14}$$

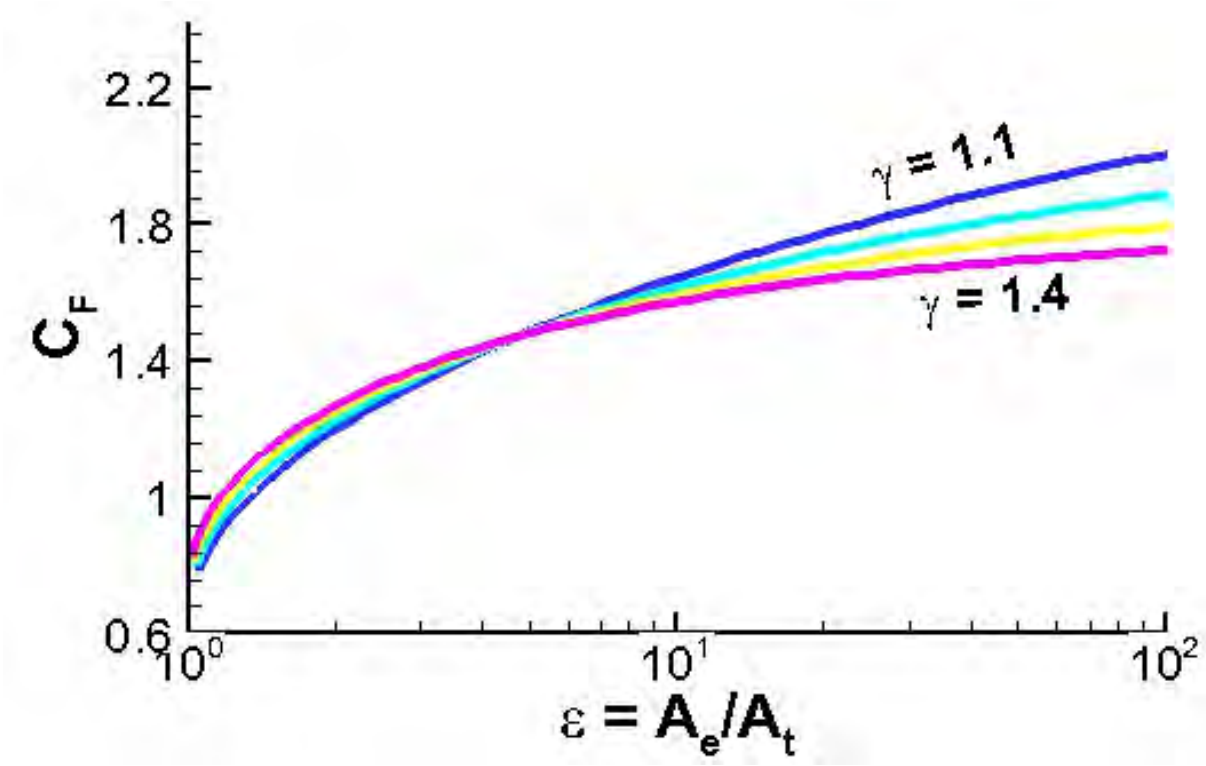



Figure 17.5: Coefficiente di spinta di un ugello adattato in funzione del rapporto di espansione e del rapporto tra i calori specifici.

e la velocità caratteristica come detto non dipende dall'ugello. Si osserva che l'incremento di spinta ottenibile da un ugello convergente–divergente può arrivare, per elevati rapporti $p_c/p_a$ ed ugello adattato, a circa il 50%. Notiamo che per motori aeronautici (nei quali le condizioni a monte dell'ugello coincidono con quelle all'uscita della turbina, o del fan per il flusso secondario), il rapporto $p_0/p_a$ disponibile è molto limitato (appena $51.08/22.7 = 2.25$ – in volo – negli esercizi alla fine del cap. 7, ed ancor più basso a punto fisso), per cui si può chiaramente vedere dalla fig. 17.6 che l'ipotetico aumento di spinta ottenibile da un ugello convergente–divergente è irrisorio, e comunque certo non giustificato dall'incremento di complessità, costo, peso, resistenza aerodinamica derivante da una sua eventuale adozione.

La velocità d'uscita equivalente pertanto, in forza dell'espressione (17.7), è data dal prodotto della veocità caratteristica e del coefficiente di spinta. Essa quindi, per via di $c^*$, cresce con la tempersatura in camera $T_c$ e diminuisce con la massa molare dei prodotti di combustione $\mathcal{M}$; per via di $C_F$, ha un massimo quando il rapporto di espansione dell'ugello è tale da avere $p_e = p_a$, ed inoltre aumenta con la pressione in camera, o meglio con il rapporto $p_c/p_a$. Quindi, in virtù della fig. 17.3, per il primo stadio dei lanciatori (pressione ambiente alta, per cui $p_c/p_a$ relativamente basso) conviene adottare

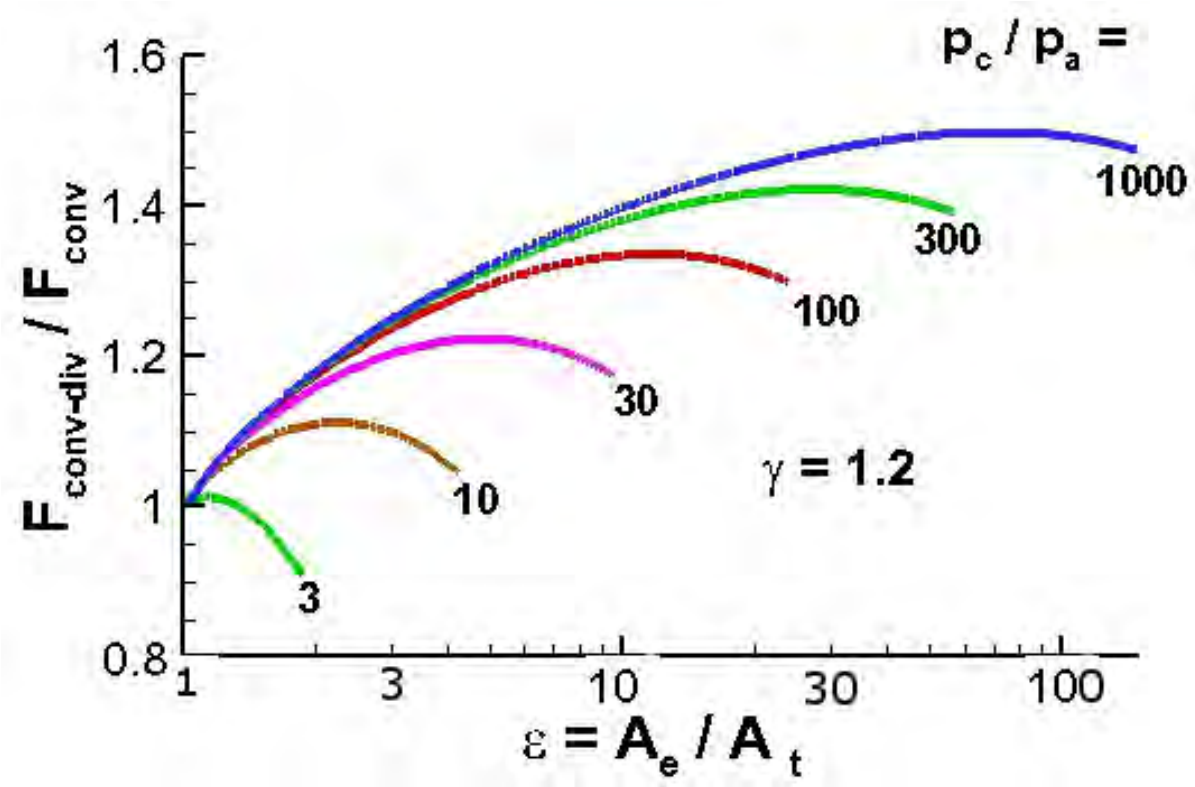



Figure 17.6: Rapporto tra la spinta di un ugello convergente–divergente e quella di un ugello puramente convergente, con il rapporto tra pressione in camera (ossia pressione totale a monte dell'ugello) e pressione ambiente a parametro.

rapporti di espansione dell'ugello $\epsilon$ limitati, mentre al contrario per stadi superiori e sistemi che operano nello spazio vuoto ($p_a \to 0$), è opportuno adottare valori di $\epsilon$ alti.

## 17.3 Geometrie dell'ugello

Gli ugelli adottati per gli endoreattori sono sempre per quanto detto convergenti–divergenti, e possono essere di due tipi:

1. conici, vedi fig. 17.7, con una sezione convergente conica con angolo di semiapertura $\alpha$ elevato (per diminuirne la lunghezza) compreso tra 30° e 45°, ed una sezione divergente con un angolo di semiapertura più piccolo, generalmente compreso tra 12° e 18° (anche se per limitare la lunghezza e quindi il peso sarebbero preferibili valori più alti), per l'esigenza di evitare la separazione del flusso che si potrebbe verificare per alti valori di $\alpha$, e di limitare le perdite per divergenza dovute al fatto che il fluido che esce dall'ugello in prossimità delle pareti dello stesso

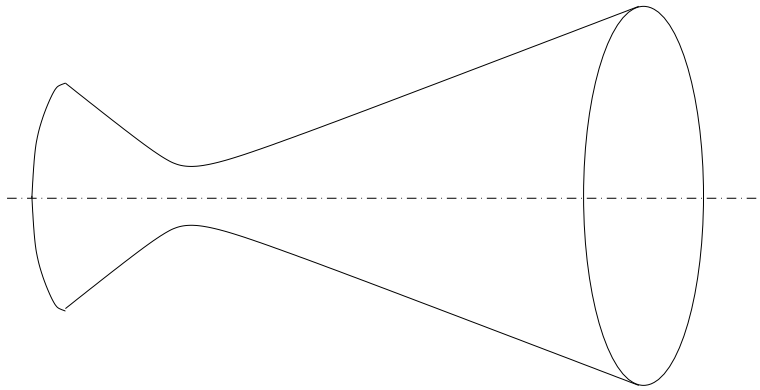


Figure 17.7: Ugello convergente–divergente a sezione circolare di forma conica.

sarà diretto secondo una direzione che forma un angolo $\alpha$ con l'asse del razzo, per cui non tutta la quantità di moto uscente contribuirà alla spinta. Tale perdita dovuta alla divergenza dell'ugello viene tenuta in conto attraverso un fattore

$$\lambda \;=\; \frac{1 \,+\, \cos\alpha}{2} \tag{17.15}$$

per cui l'espressione della spinta diventa

$$F \;=\; \lambda\, \dot{m}\, u_e \;+\; (p_e \,-\, p_a)\; A_e \tag{17.16}$$

Si può verificare che per i valori più alti di $\alpha$ citati (18°) la perdita per divergenza arriva al 2.5% circa. Le sezioni convergente e divergente dell'ugello sono raccordate per mezzo di una sezione di gola a profilo circolare con raggio di curvatura fino a 2 – 3 volte il raggio di gola.

2. a campana (*bell* o *contoured nozzle*), vedi fig. 17.8, nei quali si impone un angolo di semiapertura molto alto (30° – 60°) immediatamente a valle della gola, regione in cui si ha un elevatissimo gradiente di pressione, vedi fig. 2.12, il quale ostacola la separazione del flusso. Più a valle questo angolo viene progressivamente ridotto per evitare la separazione, fino ad arrivare all'uscita ad un angolo generalmente compreso nel campo 2° – 8°, che riduce significativamente le perdite per divergenza. In questo modo si ha un ugello nettamente più corto, quindi più leggero, rispetto ad un ugello conico, a parità di rapporto di espansione, vedi fig. 17.9

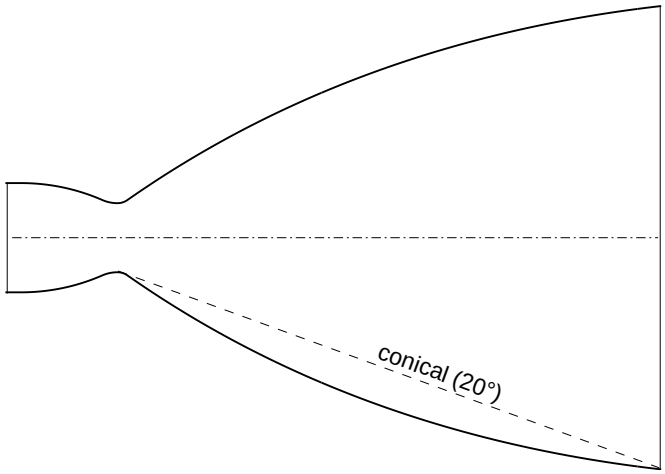



Figure 17.8: Ugello contornato o a campana.

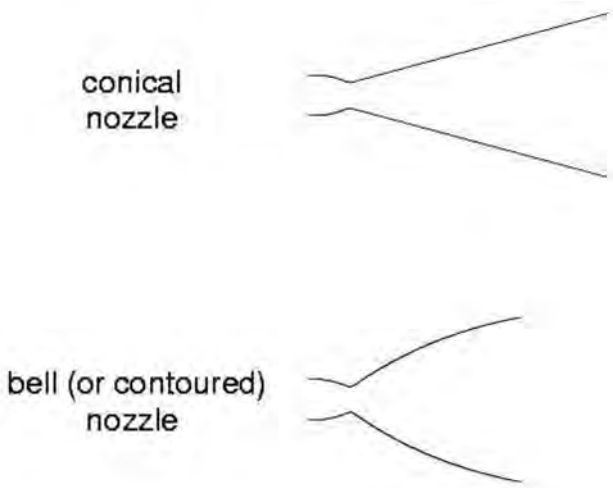



Figure 17.9: Confronto della lunghezza di ugelli conici e a campana a parità di rapporto di espansione.

## 17.4 Condizioni in camera di combustione

Abbiamo visto nel par. 17.2.1 che la velocità caratteristica $c^*$ dipende (attraverso $T_c$, $\mathcal{M}, \gamma$) unicamente dalle condizioni in camera di combustione, che vogliamo qui individuare. Esse a loro volta sono determinate innanzitutto dalla combinazione ossidante/combustibile adottata, poi dal rapporto (per endoreattori a propellenti liquidi) tra le *portate in massa* di ossidante e combustibile (talvolta detto *mixture ratio*, $MR$, rapporto di miscela)

$$\frac{O}{F} = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_{fu}} \tag{17.17}$$

oppure (per endoreattori a propellenti solidi), dal rapporto tra le *masse* di ossidante e combustibile contenute nel grano di propellente

$$\frac{O}{F} = \frac{m_{ox}}{m_{fu}} \tag{17.18}$$

ed infine dalla pressione in camera di combustione $p_c$. Un effetto minore gioca la temperatura di ingresso dei propellenti in camera (per endoreattori a propellenti liquidi) o la temperatura iniziale del grano (per endoreattori a propellenti solidi).

Per poter confrontare le prestazioni delle diverse combinazioni ossidante/combustibile su una base paritaria, sono state definite condizioni *standard* sotto le quali effettuare questo confronto, che prevedono una pressione in camera di combustione di 6.895 MPa (1000 psi, libbre–forza per pollice quadrato) ed un temperatura di ingresso dei reagenti in camera di 25 °C = 298.15 K.

Riportiamo a titolo di esempio in fig. 17.10 le condizioni in camera di combustione derivanti dalla combustione di ossigeno ed idrogeno (i quali vengono ovviamente mantenuti allo stato liquido nei serbatoi, grazie a temperature criogeniche, per cui vengono designati come LOX – *liquid oxygen*, e LH – *liquid hydrogen*, per quanto come detto nei calcoli standard si assume che entrino in camera ad una temperatura di 25 °C), in funzione del rapporto $O/F$. Si noti che il valore stechiometrico di tale rapporto risulta, dalla reazione ideale

$$\mathrm{H_2} + \frac{1}{2}\mathrm{O_2} \rightarrow \mathrm{H_2O} \tag{17.19}$$

dato da

$$\left(\frac{O}{F}\right)_{st} = \frac{\frac{1}{2}\,\mathcal{M}_{O_2}}{\mathcal{M}_{H_2}} = \frac{16}{2.016} \simeq 8 \tag{17.20}$$

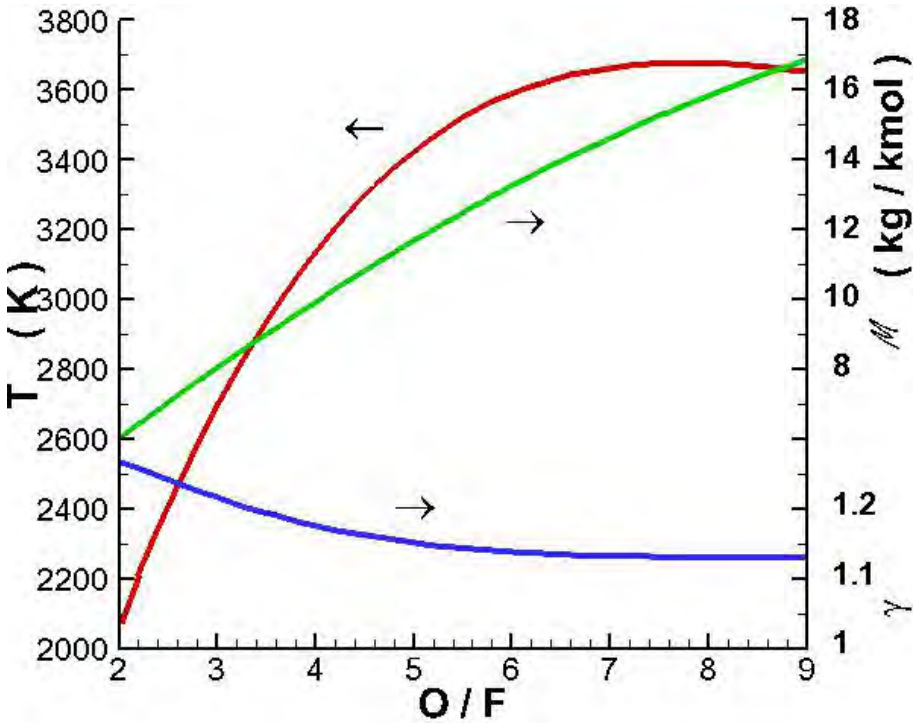



Figure 17.10: Temperatura di combustione, massa molare dei prodotti di combustione e rapporto dei calori specifici per una combinazione ossigeno/idrogeno ad una pressione di 7 MPa, in funzione del rapporto ossidante/combustibile.

La fig. 17.10 riporta la temperatura, la massa molare ed il rapporto dei calori specifici dei prodotti di combustione di una combinazione LOX/LH ad una pressione di 7 MPa (quindi praticamente coincidente con il valore standard sopra citato). Si osserva che la temperatura presenta effettivamente un massimo per il valore di $O/F$ stechiometrico (17.20); la massa molare invece diminuisce al diminuire di $O/F$, perché ridurre $O/F$ vuol dire introdurre in camera un eccesso di combustibile (idrogeno, molto leggero) che contribuisce ad abbassare la massa molare mediata dei prodotti secondo la (12.6). Il rapporto dei calori specifici dapprima diminuisce lievemente all'aumentare di $O/F$, poi rimane praticamente costante.

Vogliamo ora vedere come le differenti condizioni in camera, al variare di $O/F$, influiscono sulle prestazioni di un endoreattore. Per far questo definiamo ancora condizioni per una valutazione su base standard, che però differiscono a seconda che si considerino le prestazioni al livello del suolo o nel vuoto:

- <u>al livello del suolo</u> (indicate con l'indice $s/l$, per *sea level*), si assume che l'ugello porti ad un'espansione dalla pressione in camera (6.895 MPa) fino alla pressione ambiente al livello del mare (101.3 kPa);

- nel vuoto (*vac*, per *vacuum*), non potendo assumere espansione fino alla pressione ambiente – nulla, si considera un ugello con rapporto di espansione fissato, $\varepsilon = 40$.

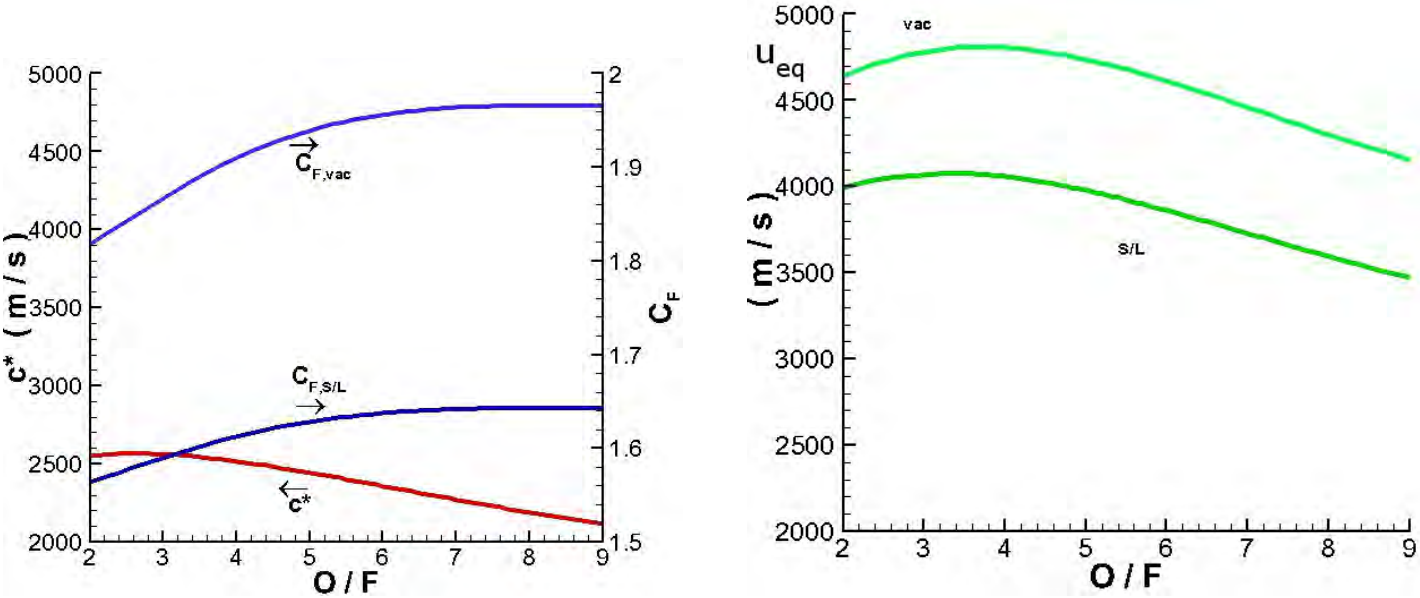



Figure 17.11: (sinistra) Velocità caratteristica e coefficiente di spinta (al livello del suolo e nel vuoto) ottenibili da una combinazione ossigeno/idrogeno ad una pressione di 7 MPa, in funzione del rapporto ossidante/combustibile; (destra) valori della velocità equivalente (al livello del suolo e nel vuoto).

La velocità caratteristica ed i coefficienti di spinta (questi ultimi relativi alle condizioni standard appena definite) sono riportati, sempre per combinazione LOX/LH a 7 MPa, in fig. 17.11 (a sinistra); le velocità equivalenti di uscita ottenibili, date dal prodotto (17.7) sono indicate nel pannello di destra della stessa figura.

Dal pannello di sinistra si può notare come la velocità caratteristica presenti un massimo per valori molto bassi di $O/F$, per l'importante effetto della diminuzione della massa molare dei prodotti di combustione in condizioni di eccesso di idrogeno, pur a prezzo di una contenuta riduzione della temperatura in camera. I coefficienti di spinta, che come detto dipendono dalle condizioni in camera di combustione solo attraverso il rapporto dei calori specifici $\gamma$, crescono all'aumentare di $O/F$, fino a raggiungere un valore pressoché asintotico, in parallelo con l'andamento di $\gamma$ mostrato in fig. 17.10. Le velocità equivalenti di uscita derivano ovviamente dal prodotto di queste due grandezze, e mostrano un massimo intorno ad un valore di $O/F$ pari a 4. Osserviamo però che valori di $O/F$ così bassi (rispetto al valore stechiometrico) implicano un grande eccesso di combustibile, il quale in questo caso ha una densità molto più bassa di quella dell'ossidante, per cui $O/F$ bassi porterebbero a serbatoi del combustibile molto voluminosi, quindi pesanti e che offrirebbero una notevole resistenza aerodinamica (riprenderemo questo argomento nel par. 18.4).

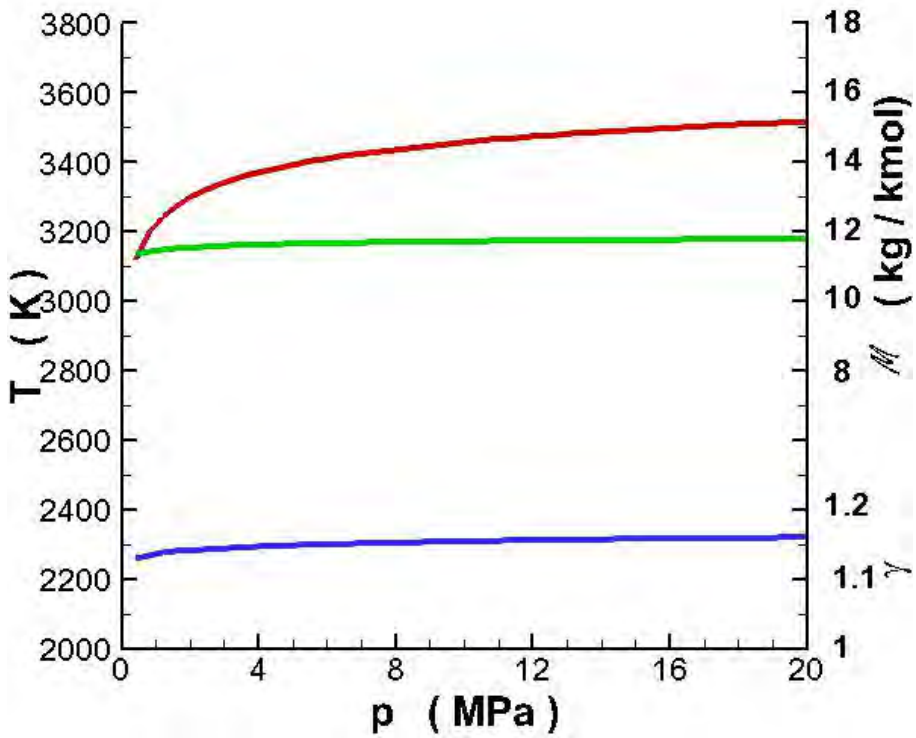



Figure 17.12: Temperatura di combustione, massa molare dei prodotti di combustione e rapporto dei calori specifici per una combinazione ossigeno/idrogeno a $O/F$=5, in funzione della pressione in camera.

Dopo aver commentato l'effetto del rapporto $O/F$ (a pressione fissata), consideriamo ora l'effetto della pressione in camera di combustione $p_c$ (a $O/F$ fissato) sulle condizioni dei prodotti di combustione e sulle prestazioni. La fig. 17.12 mostra chiaramente come la temperatura in camera aumenti all'aumentare della pressione. Questo perché l'alta temperatura presente in camera induce dissociazione dei prodotti di combustione ($H_2O$ nel caso in esame, che si scende in specie più semplici come $O_2$, $H_2$, OH, e anche specie atomiche come O e H, mediante reazioni *endotermiche*, che sottraggono perciò calore al sistema). Un'alta pressione in camera favorisce la ricombinazione di questi radicali dissociati. Considerando infatti ancora la reazione di formazione (17.19), possiamo scrivere la relazione di equilibrio chimico, come visto nel par. 12.5.2, in termini di frazioni molari nella forma

$$K_{X,H_2O}(T,p) \;=\; \frac{X_{H_2O}}{X_{H_2}\,(X_{O_2})^{1/2}} \;=\; K_{p,H_2O}(T)\,p^{1/2} \tag{17.21}$$

che risulta essere una funzione anche della pressione, oltre che della temperatura. Da questa espressione si può vedere come, aumentando $p$, deve diminuire la concentrazione di specie dissociate a denominatore, che quindi si ricombinano a formare $H_2O$ mediante reazioni *esotermiche*, che con-

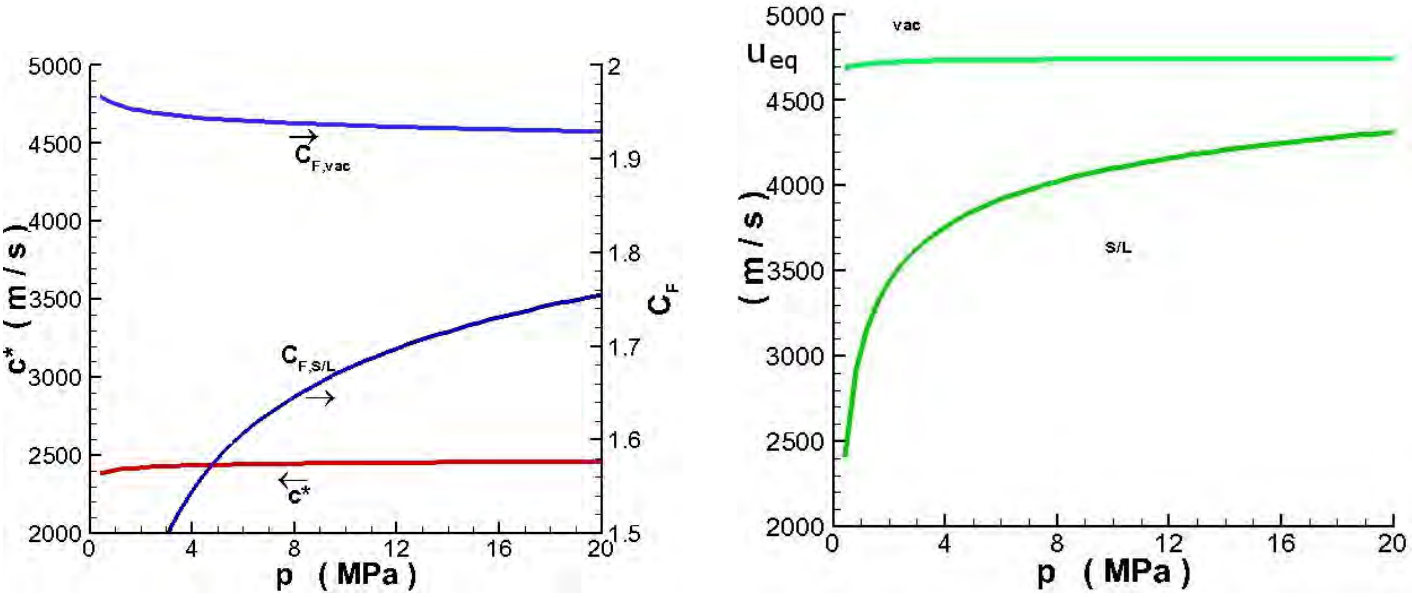



Figure 17.13: (sinistra) Velocità caratteristica e coefficiente di spinta (al livello del suolo e nel vuoto) ottenibili da una combinazione ossigeno/idrogeno a $O/F$=5, in funzione della pressione in camera; (destra) valori della velocità equivalente (al livello del suolo e nel vuoto).

tribuiscono pertanto ad elevare la temperatura del sistema, come osservato in fig. 17.12. La ricombinazione porta tuttavia alla formazione di specie chimiche di più grande massa molare, inducendo quindi un lieve incremento della massa molare media della miscela, come si può constatare dalla stessa figura; il rapporto $T_c/\mathcal{M}$, che compare nell'espressione della velocità caratteristica, cresce comunque significativamente con $p_c$, pur tendendo ad un asintoto. Si nota anche un lieve effetto su $\gamma$.

In maniera analoga alla fig. 17.11, la fig. 17.13 riporta (a sinistra) la velocità caratteristica ed i coefficienti di spinta per la combinazione LOX/LH in funzione della pressione in camera, fissato $O/F$ ad un valore pari a 5; le velocità equivalenti di uscita ottenibili secondo la (17.7) sono indicate nel pannello di destra della stessa figura.

Dal pannello di sinistra si può notare come la velocità caratteristica aumenti lievemente con la pressione in camera, per il citato aumento del rapporto $T_c/\mathcal{M}$. Per i coefficienti di spinta, occorre considerare separaramente l'effetto nel vuoto, dovuto solo alla variazione di $\gamma$, da quello al livello del suolo, che manifesta un forte incremento dovuto al fatto che aumentando la pressione in camera supponendo di espandere sempre fino alla pressione ambiente al livello del suolo, ci si sposta su una curva più alta della fig. 17.3, cioè relativa ad un valore $p_c/p_a$ più alto (ed in particolare ancora sul suo punto di massimo, avendo supposto ugello adattato). Le velocità equivalenti di uscita, prodotto

di $c^*$ e $C_F$, mostrano andamenti crescenti facilmente desumibili da quanto appena osservato.

Possiamo quindi concludere che sussiste un interesse ad operare ad alti valori della pressione in camera, in quanto questo:

1. a parità di altre condizioni, consente di avere spinte più alte da un ugello di dimensioni fissate, per la definizione stessa di coefficiente di spinta (3.78);
2. porta ad alti valori del coefficiente di spinta, come desunto dalla fig. 17.3 (eccetto che quando si opera nel vuoto ove, essendo $p_a$=0, il rapporto $p_c/p_a$ tende comunque all'infinito, per cui non sono necessarie $p_c$ particolarmente alte);
3. porta a velocità caratteristiche più alte, che insieme ai coefficienti di spinta più alti contribuisce ad elevare la velocità equivalente.

Vedremo tuttavia che pressioni in camera alte richiedono, in endoreattori a propellenti liquidi, sistemi di alimentazione più impegnativi (pesanti), e possono esaltare il fenomeno dell'instabilità di combustione, vedi capp. 18 e 19.

## 17.5 Comportamento dell'ugello al variare della quota

Un lanciatore che attaversa l'atmosfera nel suo moto di ascesa incontra pressioni decrescenti; per ottimizzare le prestazioni occorrerebbe pertanto in linea di principio un ugello a rapporto di espansione $\epsilon$ variabile, crescente con continuità.

La fig. 17.14a illustra il caso ipotetico di un lanciatore azionato da un motore con pressione in camera $p_c$=10 MPa; per ottenere il massimo coefficiente di spinta al livello del suolo ($p_a$=0.1013 MPa) occorrebbe (per $\gamma$=1.2) un ugello con rapporto di espansione $\epsilon$=11.75, come desumibile dalla (17.12); questo consentirebbe il massimo valore del coefficiente di spinta al livello del suolo, ma darebbe una penalizzazione in quota. All'opposto, si potrebbe adottare un ugello adatto ad operare ad alta quota, con un alto rapporto di espansione, per esempio $\epsilon$=100 (valori più alti sono difficilmente conseguibili per l'incremento di peso e resistenza aerodinamica che comportano), che darebbe prestazioni elevate ad alta quota, ma sarebbe fortemente penalizzato dalla sovraespansione a bassa quota. La fig. 17.14b mostra invece l'analogo andamento per una pressione in camera $p_c$=20 MPa, per far risaltare l'effetto di tale pressione sulla definizione del rapporto di espansione dell'ugello. L'ideale sarebbe poter adottare un ugello con rapporto di espansione variabile con continuità, adattabile istante per istante alla pressione regnante alla quota corrente del lanciatore, soluzione il cui coefficiente di spinta è anche

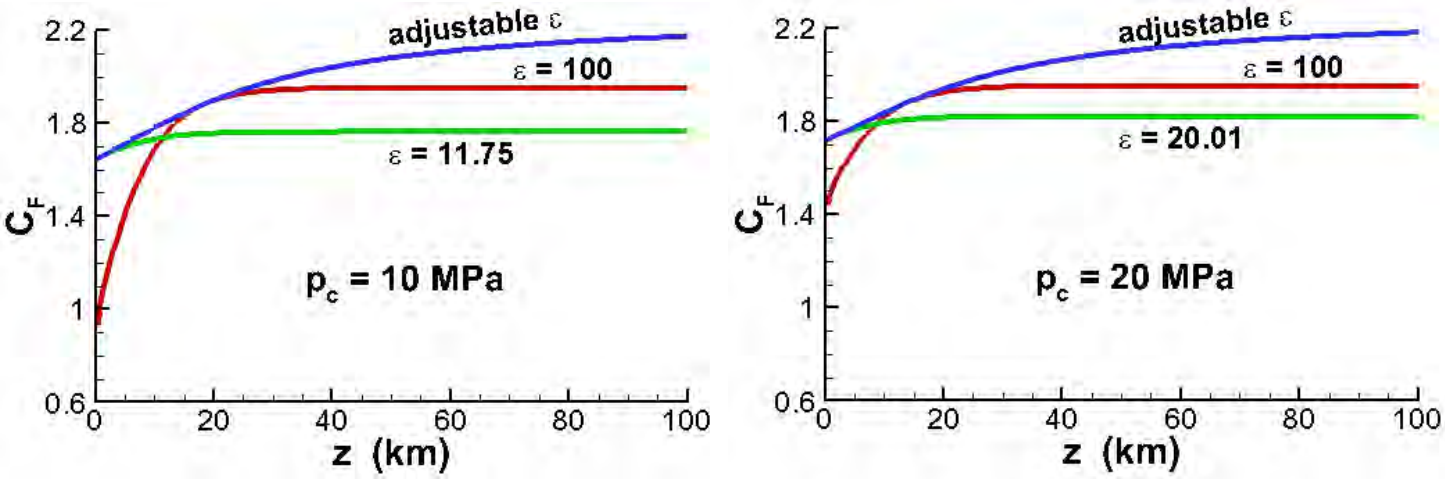



Figure 17.14: Coefficiente di spinta di un endoreattore al variare della quota, sotto tre diverse ipotesi per il rapporto di espansione dell'ugello (vedi testo), per due valori della pressione in camera, (sinistra) $p_c = 10$ MPa, (destra) $p_c = 20$ MPa.

mostrato in fig. 17.14. Ovviamente questo non è possibile per motivi meccanici, ed andrà ricercata per ogni stadio del lanciatore una soluzione di compromesso. Ciò tra l'altro sottolinea il vantaggio della stadiazione in tandem la quale, utilizzando un motore diverso per ogni stadio, permette di avvicinarsi in qualche misura alla soluzione ideale di ugello continuamente adattabile.

## 17.6 Camere di spinta reali

Il comportamento di una camera di spinta reale differisce da quello ideale sin qui esaminato a causa di vari effetti:

1. come abbiamo citato, l'angolo di semiapertura all'uscita dell'ugello implica una perdita, tenuta in conto introducendo il coefficiente $\lambda$ definito dalla (17.15), che comporta una perdita che al massimo può arrivare al 2.5%;

2. l'attrito di parete comporta una perdita solitamente compresa tra lo 0.5 e 1.5%; questa perdita cresce con l'aumentare della superficie dell'ugello esposta al fluido, quindi è maggiore per ugelli a grande rapporto d'espansione $\epsilon$, come indicato dalla curva del rendimento di fig. 17.15 (si osservi però che la figura si estende fino a valori di $\epsilon$ estremamente alti, non realizzabili in pratica; la curva sulla scala di sinistra si riferisce invece all'impulso specifico *nel vuoto*, che per quanto visto in fig. 17.3 cresce comunque con $\epsilon$);

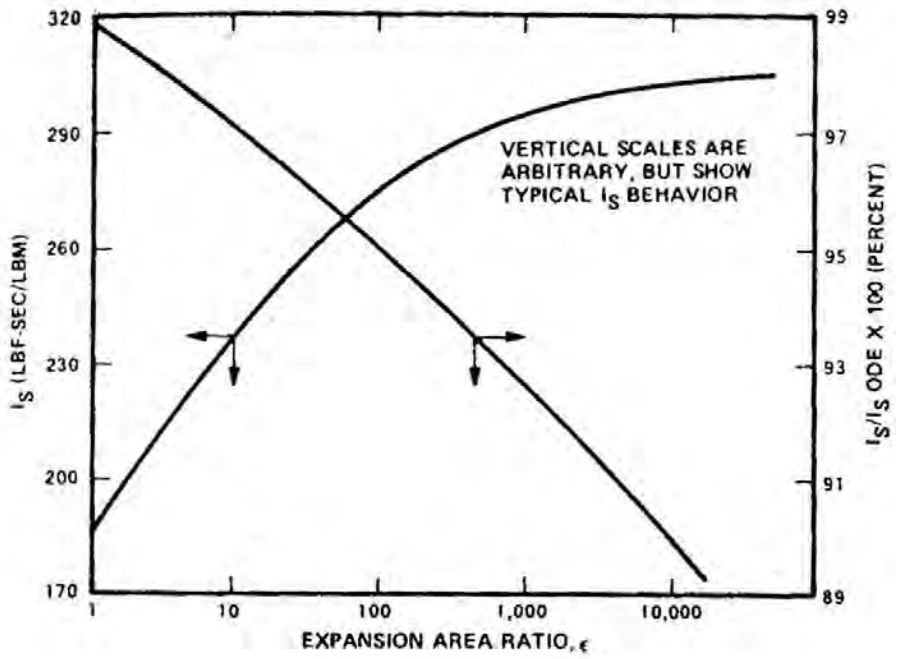



Figure 17.15: Rendimento di un ugello in funzione del rapporto di espansione (scala di destra), da [125].

3. la presenza di un flusso bifase, dovuta al fatto che i gas combusti generalmente trasportano particelle solide o liquide in sospensione (negli endoreattori a propellente solido, ed in misura minore negli endoreattori a propellenti liquidi alimentati con idrocarburi), determina una perdita di prestazioni, dovuta al fatto che la fase condensata (cioè liquida o solida) non espande, a differenza del gas. La fase gassosa, nel trascinare le particelle per effetto viscoso, viene da queste "frenata" per reazione, determinando una perdita di prestazioni che può arrivare fino al 5%;

4. i transitori determinano un calo di prestazione rispetto al funzionamento in regime stazionario, in quanto il motore impiega un tempo, pur limitato, per conseguire la massima temperatura raggiungibile in camera, con conseguente temporanea penalizzazione della velocità caratteristica. Per motori che operano con ripetuti impulsi molto brevi, come i motori dei satelliti che devono operare numerose correzioni orbitali, o manovre di controllo d'assetto, le perdite possono arrivare sino al 50%;

5. anche il raffreddamento della camera di spinta comporta una perdita di prestazioni rispetto al caso ideale, perché diminuisce l'entalpia in camera. Tuttavia, nei sistemi rigenerativi degli endoreattori a propellente liquido, questa perdita può essere recuperata iniettando il liquido (propellente) refrigerante (riscaldatosi per effetto dello scambio di calore) in camera (vedi cap. 18).

Il calore perso per radiazione, per quanto generalmente esiguo, comporta invece in ogni caso una perdita di prestazione;

6. finora abbiamo ipotizzato che la reazione avvenga solo in camera di combustione, ed abbiamo di conseguenza assunto che il fluido che fluisce nell'ugello sia chimicamente inerte. In realtà nell'ugello i prodotti di combustione, come detto parzialmente dissociati causa l'alta temperatura in camera, si ricombinano parzialmente (al diminuire della temperatura) attraverso reazioni esotermiche, con rilascio di calore che determina questa volta un *guadagno* di prestazione rispetto alle ipotesi di ugello ideale, generalmente compreso tra 1 e 4%.

Si introducono coefficienti correttivi $\eta_{c^*}$ e $\eta_{C_F}$ per tener conto del comportamento reale della camera di spinta, che consentono di esprimere i valori della velocità caratteristica e del coefficiente di spinta effettivamente conseguibili rispettivamente come

$$c^* = \eta_{c^*} \cdot c^*_{ideal} \tag{17.22}$$

$$C_F = \eta_{C_F} \cdot C_{F,ideal} \tag{17.23}$$

I valori tipici di $\eta_{c^*}$ spaziano nel campo 0.96 – 0.98, quelli di $\eta_{C_F}$ nel campo 0.90 – 0.95.

# Domande di verifica

1. Perché negli endoreattori si usano sempre ugelli convergenti–divergenti?
2. Qual è la relazione tra portata e pressione in camera di combustione?
3. Scrivere l'espressione della portata in un ugello supersonico ideale (cioè isentropico e saturato) in funzione delle caratteristiche del fluido propulsivo e delle grandezze in camera di combustione.
4. Qual è la definizione di coefficiente di spinta?
5. Qual è la definizione di velocità caratteristica?
6. Scrivere l'espressione della velocità efficace d'uscita in termini di velocità caratteristica e coefficiente di spinta.
7. Cosa vuol dire ugello sottoespanso, adattato, sovraespanso?

8. Da quali grandezze dipende il coefficiente di spinta?

9. Qual è l'effetto di un aumento della temperatura in camera di combustione sulla velocità efficace d'uscita? Quale quello di un aumento della pressione in camera di combustione? E quello di un aumento della massa molare della miscela?

10. Qual è l'effetto di un aumento della temperatura in camera di combustione sulla spinta? Quale quello di un aumento della pressione in camera di combustione? E quello di un aumento della massa molare della miscela?

11. Qual è il limite degli ugelli conici? Quali sono i vantaggi degli ugelli a campana?

12. In base a quali considerazioni viene scelto il rapporto di espansione dell'ugello di un endoreattore operante nell'atmosfera?

13. In base a quali considerazioni viene scelto il rapporto di espansione dell'ugello di un endoreattore operante nel vuoto?

14. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dalla pressione in camera di combustione?

15. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dalla pressione ambiente?

16. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dalla temperatura in camera di combustione?

17. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dalla massa molare del fluido propulsivo?

18. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dal rapporto dei calori specifici $\gamma$?

19. Quali dei parametri di prestazione ($F$, $u_{eq}$, $C_F$, $c^*$) dipendono dal rapporto d'area $\epsilon = A_e/A_t$?

# Esercizi

1. Un endoreattore ad idrogeno ed ossigeno liquidi consuma 40 kg/s di $H_2$. Il rapporto di miscela $O/F$ è pari a 5. La temperatura dei gas prodotti dalla combustione è di 3000 K e la pressione totale nell'ugello (supposto adiabatico e isentropico) è di 10 MPa. Assumendo per la miscela dei prodotti della combustione $\gamma$=1.2 e $R$ =690 J/(kg K), si calcoli (a) la spinta fornita

dall'endoreattore a livello del mare ($p_a$=101.3 kPa) nel caso di ugello puramente convergente; (b) la spinta nel caso di ugello adattato; (c) il rapporto tra la spinta dell'ugello adattato e dell'ugello puramente convergente; la massa molare dei prodotti di combustione [la costante universale dei gas vale $\mathcal{R}$=8314.51 J/(kmol K)].

→ Dalla (2.120) risulta $\Gamma$=0.6485, dalla (17.10) $c^*$=2218 m/s. La portata di combustibile è $\dot{m}_{fu}$=40 kg/s, quella di ossidante $\dot{m}_{ox} = (O/F) \cdot \dot{m}_{fu}$= 200 kg/s, per cui la portata complessiva è $\dot{m}$=240 kg/s. Per ugello puramente convergente, il rapporto tra pressione di uscita e pressione in camera è dato dall'inverso della (2.117) e risulta pari a 0.564; per ugello adattato, tale rapporto è semplicemente $p_a/p_c = 0.01013$. I corrispondenti coefficienti di spinta, dalla (17.8), risultano pari a 1.232 e 1.643, e di conseguenza dalla (17.7) le velocità equivalenti di uscita risultano 2733 e 3645 m/s. Le rispettive spinte, dalla (3.9), valgono 656 e 875 kN, per cui il rapporto tra la spinta dell'ugello adattato rispetto a quella dell'ugello puramente convergente risulta uguale a 1.334. La massa molare dei prodotti di combustione si ottiene dalla (2.4) come $\mathcal{M}$=12.05 kg/kmol.

# Capitolo 18

# Endoreattori a propellenti liquidi

## 18.1 Introduzione

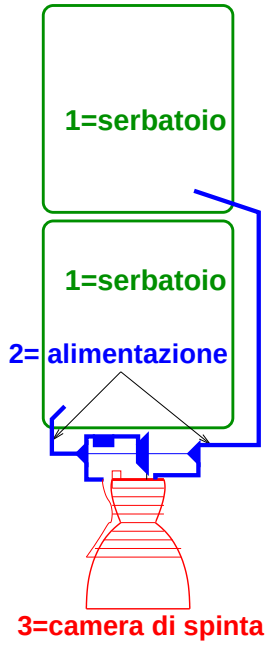



Figure 18.1: Schema dei principali sistemi che costituiscono un endoreattore a propellente liquido.

I principali componenti di un endoreattore a propellenti liquidi sono schematicamente illustrati in fig. 18.1. Essi comprendono:

1. serbatoi dei propellenti;

2. sistema di alimentazione, con i sottosistemi:

   - alimentazione a turbopompe, o a gas pressurizzante;
   - linee di alimentazione;
   - valvole;

3. camera di spinta (insieme di piastra d'iniezione, camera di combustione ed ugello), con i sottosistemi:

   - iniettori;
   - camera di combustione;
   - ugello;
   - sistema di raffreddamento;
   - sistema d'accensione.

I vantaggi che questo tipo di endoreattori offrono rispetto ad altri tipi (quelli a propellente solido in particolare) includono in particolare le alte prestazioni (in termini di velocità efficace d'uscita), la possibilità di riaccendere il motore (requisito essenziale per i propulsori dei satelliti, i quali devono operare innumerevoli accensioni per correggere le perturbazioni orbitali, e per il controllo d'assetto) e di modulare la spinta. Per contro, essi sono di notevole complessità (in particolare a causa del sistema di alimentazione), e quindi costosi.

Una classificazione degli endoreattori a propellenti liquidi può essere operata in base a diversi criteri:

- <u>in base alla missione</u>, possiamo distinguere:

  1. *sistemi di propulsione principale*, intesi a fornire elevati incrementi di velocità, e che comportano un sistema propulsivo separato dal carico utile (esempio tipico, un lanciatore);
  2. *sistemi di propulsione secondaria (o ausiliaria)*, devoluti ad impartire incrementi di velocità limitati, come può essere il caso di correzioni di traiettoria, compensazione delle perturbazioni orbitali di un satellite, controllo d'assetto. In questo caso il sistema propulsivo è tipicamente integrato con il satellite o la sonda, e deve fornire accensioni ripetute;

- <u>in base ai propellenti</u>, possiamo distinguere:

  1. *sistemi bipropellente*, nei quali il fluido propulsivo ad alta temperatura è generato dalla combustione di un combustibile od un ossidante;

2. *sistemi monopropellente*, nei quali un unico propellente, per effetto dell'azione di un catalizzatore, si decompone mediante una reazione esotermica, generando quindi prodotti gassosi ad alta temperatura;

- in base al sistema di alimentazione, si hanno:

  1. *sistemi di alimentazione a turbopompe*, nei quali i propellenti sono pompati in camera di combustione attraverso pompe, azionate da una turbina;
  2. *sistemi a gas in pressione*, nei quali un gas ad alta pressione stivato in un ulteriore serbatoio forza i propellenti in camera di combustione;

Inoltre, i propellenti possono essere ulteriormente classificati:

- in base alle condizioni di stivaggio nei serbatoi, che individuano:

  1. *propellenti storable*, cioè liquidi a temperatura ambiente;
  2. *propellenti criogenici*, che possono essere mantenuti allo stato liquido solo a temperature estremamente basse, abbondantemente sotto la zero Celsius;

- in base alle modalità di accensione, possiamo distinguere:

  1. *propellenti ipergolici*, ossia combustibile ed ossidante che reagiscono *spontaneamente* quando vengono a contatto, innescando in tal modo la combustione;
  2. *propellenti anergolici* (termine peraltro raramente usato), ossia che non reagiscono spontaneamente, ma hanno invece bisogno di una fonte di ignizione esterna.

## 18.2 Proprietà desiderabili dei propellenti

I propellenti liquidi sono oggetto di una lunga lista di desiderata:

– per quanto riguarda i requisiti in termini di *prestazioni*, si richiede:

  1. che la combustione dia luogo a prodotti ad alta temperatura $T_c$, in modo da ottenere un'alta velocità caratteristica (17.10);
  2. per lo stesso motivo, è opportuno che i prodotti presentino una bassa massa molare $\mathcal{M}$;

– per quanto riguarda i requisiti *fisici*, si chiede:

1. per poter operare entro un ampio campo di temperature ambiente, senza dover prendere accorgimenti per controllarne la temperatura nei serbatoi, i propellenti devono essere caratterizzati da una bassa temperatura di congelamento $T_{fr}$ ed un'alta temperatura di ebollizione $T_b$;
2. al fine di avere serbatoi di dimensioni contenute, quindi di peso (e resistenza aerodinamica) limitato, si desidera che i propellenti presentino un'elevata densità. Tale requisito viene talvolta quantificato associandolo all'impulso specifico, introducendo un impulso specifico basato sulla densità, definito come $I_d = \rho_p I_{sp}$, essendo $\overline{\rho}$ la densità mediata dei propellenti, vedi successiva (18.3);
3. si desidera inoltre che i propellenti siano stabili dal punto di vista chimico–fisico, ossia non si decompongano spontaneamente né cambino di fase;
4. i propellenti ed i loro prodotti di combustione dovrebbero non essere tossici, ai fini della sicurezza nella manipolazione;
5. per i propellenti impiegati per la refrigerazione della camera di spinta, si desidera un elevato calore specifico $c$ ed una elevata conducibilità termica $k$;
6. si desidera che i propellenti presentino un basso coefficiente di viscosità dinamica $\mu$, per contenere la potenza richiesta per pomparli in camera di combustione;
7. per contenere il *boil–off*, cioè l'evaporazione dei propellenti, si desidera che essi presentino una bassa pressione di vapore $p_{vap}$ alla temperatura ambiente;
8. si richiede che i propellenti possano essere facilmente immagazzinati (quindi non siano criogenici, né aggressivi verso i materiali dei serbatoi e del sistema di alimentazione);
9. i propellenti devono possibilmente essere ipergolici, cioè ossidante e combustibile devono accendersi spontaneamente al solo contatto;
10. i propellenti basati su idrocarburi emettono particolato, detto *soot*, che rappresenta combustibile non bruciato, e che causa una perdita di prestazioni, vedi par. 17.6; si desidera pertanto che la frazione di volume $f_v$ del particolato (cioè il volume occupato dalle particelle rispetto al volume di una data massa di sospensione gas/particolato) sia contenuta;
11. per applicazioni militari, è importante che la *plume*, ossia il getto che esce dall'ugello, sia poco luminoso, per evitare un facile rilevamento. La luminosità della *plume* è direttamente collegata alla frazione di volume $f_v$ di particolato trasportata, in quanto questo irradia pressoché come un corpo nero;

– per quanto riguarda i requisiti *economici*, si richiede che:

1. le materie prime da cui ricavare i propellenti siano di facile approvvigionamento;

2. la produzione dei propellenti non comporti difficoltà particolari;
3. il trasporto dei propellenti non comporti difficoltà;
4. i costi di produzione siano limitati.

Va detto che non esistono propellenti che assommino *tutte* queste proprietà desiderabili; la scelta dei propellenti deriverà pertanto da un compromesso.

## 18.3 Ossidanti

Elenchiamo qui di seguito gli ossidanti che possono essere usati in linea di principio, anche se vedremo che attualmente ne vengono impiegati non più di due o tre.

1. *Ossigeno liquido* ($O_2$), indicato come LOX (*Liquid Oxygen*). È un ossidante criogenico, essendo la temperatura di ebollizione alla pressione atmosferica $T_b = 90$ K = – 183 °C. In teoria potrebbe essere mantenuto allo stato liquido sotto pressione anche a temperature più elevate, essendo il punto critico $T_{cr} = 155$ K alla pressione $p_{cr} = 5.05$ MPa, ma ciò comporterebbe serbatoi sotto pressione, pertanto con pareti spesse per resistere agli sforzi indotti dalla pressione, e quindi molto pesanti. È caratterizzato da un'alta densità, $\rho = 1140$ kg/m$^3$, e dà prestazioni elevate;

2. *Fluoro liquido* ($F_2$), indicato come LF (*Liquid Fluorine*). È anch'esso un ossidante criogenico, con temperatura di ebollizione alla pressione atmosferica $T_b = 85$ K = – 188°C. Presenta una densità molto alta, $\rho = 1510$ kg/m$^3$, e dà prestazioni molto elevate, ma è tossico, corrosivo, estremanente reattivo, e tali sono i suoi prodotti di combustione, principalmente acido fluoridrico HF;

3. *Tetrossido di azoto*[1] ($N_2O_4$), indicato come NTO (*Nitrogen Tetroxide*). È un ossidante *storable*, cioè liquido a temperatura ambiente, anche se il campo di temperatura entro il quale rimane liquido è piuttosto ristretto, da 262 K = – 11°C fino a 294 K = 21°C, per cui deve essere trasportato sotto pressione (rimane liquido fino a $T_{cr} = 431$ K alla pressione $p_{cr} = 10.1$ MPa). Presenta un'elevata densità, $\rho = 1450$ kg/m$^3$, ma rilascia vapori tossici, causa bruciature a contatto con la pelle, può corrodere l'acciaio se umido. È ipergolico con la maggior parte dei combustibili;

4. *Acido nitrico* ($HNO_3$), ossidante *storable*, del quale sono state utilizzate in passato due varietà: WFNA (*White Fuming Nitric Acid*), composto al 99.9% da $HNO_3$, e RFNA (*Red Fuming*

[1] A volte chiamato tetrossido di diazoto.

*Nitric Acid*), contenente biossido di azoto $NO_2$ in soluzione, per cui la concentrazione di $HNO_3$ è intorno all'84%. È corrosivo, tossico, e provoca gravi bruciature; sotto questo aspetto il WFNA è meno pericoloso del RFNA, ma dà prestazioni lievemente inferiori. L'acido nitrico è liquido nel campo da $T_{fr}$ = 231 K = – 42°C fino a $T_b$ = 356 K = 83°C (1 atm). Presenta un'elevata densità, $\rho$ = 1510 kg/m$^3$;

5. *Perossido d'idrogeno* ($H_2O_2$), è anch'esso un ossidante *storable*, liquido nel campo da $T_{fr}$ = 273 K = 0°C fino a $T_b$ = 423 K = 150°C (1 atm). È stato usato in concentrazioni dal 70 al 99% (l'acqua ossigenata utilizzata in farmacia ne contiene circa il 3%), è tossico, corrosivo, provoca bruciature della pelle e brucia spontaneamente a contatto con i vestiti. Per l'utilizzo come ossidante, deve essere decomposto mediante un catalizzatore (permanganato di potassio). Si decompone lentamente spontaneamente. Ha una densità, allo stato puro, di 1450 kg/m$^3$;

6. *Protossido d'azoto* ($N_2O$, noto anche come gas esilarante), è un ossidante criogenico, che permane allo stato liquido in un campo molto ristretto di temperature, $T_{fr}$ = 182 K = – 91°C a $T_b$ = 185 K = – 88°C (1 atm). Non è tossico, e presenta una densità molto alta, 1980 kg/m$^3$.

Dalle caratteristiche degli ossidanti sopra elencate si trova conferma che non ne esiste alcuno che soddisfi *tutte* le proprietà desiderabili elencate nel par. 18.2. Attualmente gli unici ossidanti utilizzati sono l'ossigeno liquido nei sistemi criogenici, ed il tetrossido d'azoto in quelli *storable*; il protossido d'azoto è stato recentemente usato in motori a propellenti ibridi (ossidante liquido, combustibile solido). Si può notare quindi che la scelta degli ossidanti è ristretta a poche specie.

## 18.4 Combustibili

Elenchiamo di seguito alcuni dei combustibili più utilizzati. La scelta in questo caso è molto ampia, includendo, oltre ad idrogeno, idrazina e derivati, praticamente tutti gli idrocarburi liquidi (a temperatura ambiente o criogenica), poi alcol etilico, alcol furfurilico, anilina, etc.

1. *Idrogeno liquido* ($H_2$, LH, *Liquid Hydrogen*). È un combustibile criogenico, si può mantenere allo stato liquido solo a temperature estremamente basse ($T_b$ = 20 K = – 253°C ad 1 atm; solidifica invece a $T_{fr}$ = 14 K = – 259°C). Presenta inoltre l'inconveniente di una densità estremamente bassa, 70 kg/m$^3$, oltre un ordine di grandezza più bassa di tutti gli altri propellenti, per cui a parità di massa richiede serbatoi estremamente voluminosi, quindi pesanti, e che comportano una forte resistenza aerodinamica. Come è stato già osservato, vedi figg. 16.5 e

16.6, esso è tuttavia il combustibile in grado di sviluppare i più alti valori della velocità equivalente, in particolare in combinazione con l'ossigeno liquido come ossidante (con il fluoro liquido darebbe prestazioni ancora lievemente superiori, ma come detto tale scelta non è praticabile);

2. *Cherosene*. Come tutti gli idrocarburi commerciali, il cherosene è in realtà una miscela di centinaia, forse migliaia di specie chimiche, con numero di atomi di carbonio per molecola che spazia prevalentemente da 5 a 13 ed oltre [126]. Globalmente, per ogni atomo di carbonio vi sono nella miscela in media poco meno di due atomi di idrogeno, per cui la composizione *elementale* del cherosene viene indicata per esempio come $CH_{1.96}$. Il cherosene è un combustibile *storable*; temperatura di congelamento e di ebollizione dipendono dalla particolare composizione. In generale si può dire che la $T_{fr}$ è compresa tra – 50 e – 40 °C, mentre l'ebollizione dei componenti più leggeri comincia verso i 90°C, quella dei componenti più pesanti termina intorno ai 320°C. Come vedremo, il combustibile è utilizzato per la refrigerazione della camera di spinta; un inconveniente del cherosene in questo contesto è che per effetto delle alte temperature in camera, il cherosene che scorre nei canali di raffreddamento tende a decomporsi, formando depositi appiccicosi che aderiscono alle pareti ed ostruiscono quindi il deflusso del refrigerante (*fouling*). Negli Stati Uniti è disponibile un particolare tipo di cherosene, studiato appositamente per contenere il *fouling*, denominato RP–1 (*Rocket Propellant*); esso tuttavia non è disponibile in Europa. La densità del cherosene è intorno agli 800 kg/m$^3$; presenta il vantaggio di essere largamente disponibile ed economico;

3. *Metano liquido* ($CH_4$), combustibile criogenico (a volte indicato allo stato liquido come LCH4), con temperatura di ebollizione ad 1 atm $T_b = 112$ K = – 161°C. Sebbene finora scarsamente utilizzato, è oggetto attualmente di interesse[2] perché, pur essendo criogenico, è senz'altro meno problematico da gestire dello LH, ed inoltre presenta una densità $\rho = 425$ kg/m$^3$ pari a sei volte quella della LH. Inoltre, il fatto che la sua temperatura sia prossima a quella dell'ossigeno liquido comporta vantaggi nel disegno dei serbatoi (vedi par. 18.7.6). Rispetto al cherosene, presenta il vantaggio di un potere calorifico (energia liberata nella combustione per unità di massa di combustibile) di circa il 16% più alto, grazie al più alto rapporto tra numero di atomi di idrogeno e carbonio, assicurando perciò prestazioni lievemente superiori. Inoltre non causa *fouling* dei canali di raffreddamento, caratteristica che tra l'altro lo candida per motori riutilizzabili. In alcuni casi si considera come combustibile il gas naturale liquefatto (LNG, *Liquified Natural Gas*), composto prevalentemente da metano in percentuali variabili tra 87 e 97%, che dà prestazioni lievemente inferiori allo LCH4;

[2] Ad esempio, è il combustibile adottato dal motore Prometheus in fase di sviluppo da parte dell'ESA.

4. *Idrazina* ($N_2H_4$), combustibile *storable*, per quanto con temperatura di congelamento piuttosto alta, $T_{fr}$ = 275 K = 2°C (che ovviamente ne rende problematico l'uso in climi freddi); la temperatura di ebollizione è $T_b$ = 387 K = 114°C. La densità è 1020 kg/m$^3$. L'idrazina risulta ipergolica con molti ossidanti, come il tetrossido d'azoto, e si accende spontaneamente in contatto con molte sostanze. È fortemente tossica, corrosiva nei confronti del vetro, probabilmente cancerogena, ed inoltre instabile. È sensibilmente più costosa dei combustibili sopra considerati;

5. *Dimetilidrazina asimmetrica* (UDMH, *Unsymmetrical Dimethylhydrazine*) [$(CH_3)_2NNH_2$]. Combustibile *storable*, ovviamente un derivato dell'idrazina, rispetto alla quale tuttavia presenta una temperatura di congelamento molto più bassa, $T_{fr}$ = 216 K = – 57°C, ma anche la temperatura di ebollizione è più bassa, $T_b$ = 337 K = 64°C. È stabile, a differenza dell'idrazina; pur essendo anch'essa tossica e cancerogena, lo è in misura minore rispetto all'idrazina. Presenta però una densità più bassa, 790 kg/m$^3$, e dà prestazioni lievemente inferiori;

6. *Monometilidrazina* (MMH, *Monomethylhydrazine*) ($CH_3NHNH_2$). Combustibile *storable*, derivato dell'idrazina. Presenta una temperatura di congelamento $T_{fr}$ = 221 K = – 52 °C, di ebollizione $T_b$ = 361 K = 87.5°C. La densità è anche in questo caso più bassa di quella dell'idrazina, 875 kg/m$^3$, e le prestazioni lievemente inferiori; i rischi per la salute sono simili;

7. *Aerozina*. Combustibile *storable* consistente in una miscela al 50% (in massa) di UDMH ed idrazina, la quale presenta un punto di congelamento più basso dell'idrazina, una migliore stabilità, e prestazioni superiori a UDMH (ma più basse dell'idrazina pura).

Nel seguito tratteremo dapprima i sistemi monopropellente, poi quelli bipropellente.

## 18.5 Sistemi monopropellente

Quando è necessario assicurare la massima affidabilità del sistema propulsivo, come nel caso di un satellite che debba effettuare nel corso della sua vita operativa innumerevoli manovre di compensazione delle perturbazioni orbitali, oppure manovre di controllo d'assetto ripetute nel tempo, è opportuno puntare ad una soluzione della massima semplicità, per ridurre al minimo la possibilità di malfunzionamenti. Si ricorre in tal caso a sistemi propulsivi monopropellente, in cui un singolo propellente viene decomposto mediante un catalizzatore per dar luogo ad una reazione esotermica, che rilascia prodotti di combustione gassosi ad alta temperatura. Le prestazioni in termini di velocità equivalente sono tuttavia significativamente inferiori a quelle dei sistemi bipropellente. I monopropellenti utilizzabili sono i seguenti:

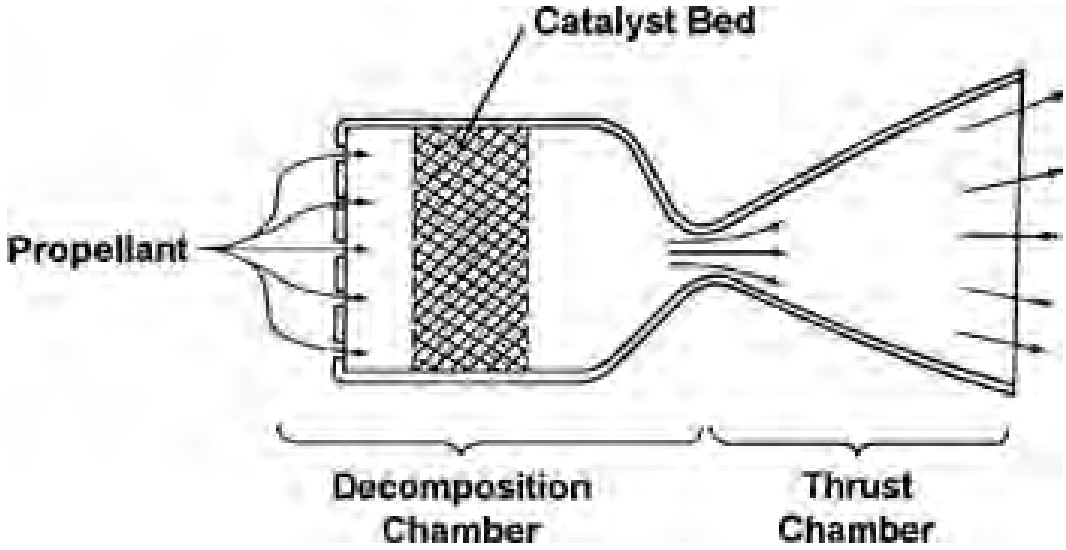



Figure 18.2: Schema di sistema monopropellente.

- *idrazina*, che si decompone sotto l'effetto di un catalizzatore (denominato Shell 405, a base di iridio, depositato su un ossido di alluminio a grande rapporto area/volume, per offrire una grande area di contatto tra l'idrazina e l'iridio). Le massime velocità equivalenti che si possono ottenere (nel vuoto, ovviamente) sono intorno ai 2300 m/s. La configurazione di un tipico *thruster* (motore di piccola spinta) monopropellente è riportata in fig. 18.2: il propellente passa attraverso un letto catalizzatore (pastiglie di Shell 405, trattenute da una rete) e quindi si decompone. La reazione di decomposizione è del tipo

$$3\ N_2H_4 \rightarrow 4\ (1-x)\ NH_3 + (1+2x)\ N_2 + 6\ x\ H_2 \tag{18.1}$$

  dove $x$ è l'efficienza del catalizzatore, la quale dipende dalla temperatura, come si può desumere dalla fig. 18.3. Si osserva che per avere un'efficienza (quindi una velocità equivalente, peraltro denotata come $I_{sp}$ in figura – le unità N·s/kg coincidono evidentemente con m/s) accettabile il catalizzatore deve operare ad una temperatura di almeno 500 K, per cui prima dell'accensione occorre preriscaldare il letto catalizzatore mediante resistenze elettriche.

  Si noti che i derivati dell'idrazina (MMH, UDMH) *non* possono essere impiegati come monopropellenti, in quanto la loro maggiore stabilità ne ostacola la decomposizione.

- *perossido d'idrogeno*, in grado di sviluppare velocità equivalenti fino a 1400 m/s. In questo caso la reazione esotermica di decomposizione è attivata mediante permanganato di potassio, argento o platino (ma questi ultimi due danno tassi di decomposizione molto bassi), dando luogo a

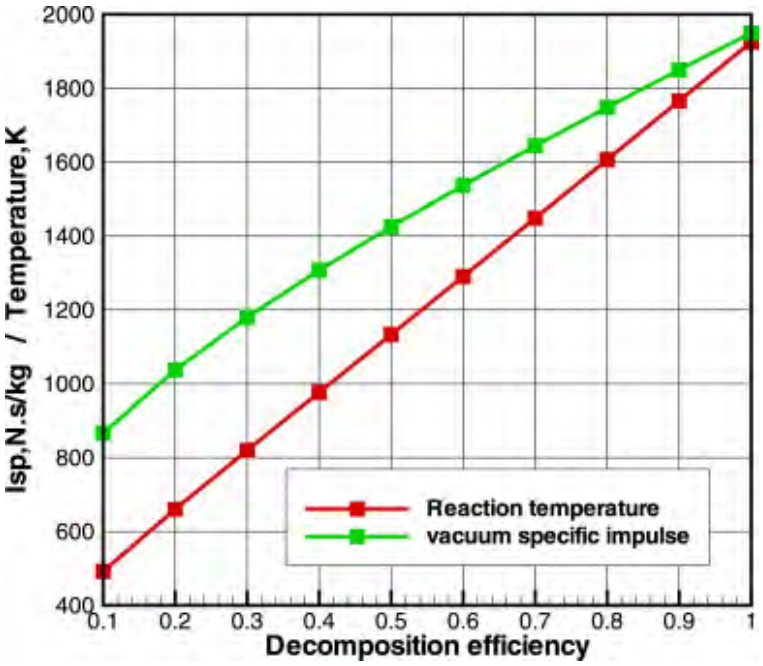



Figure 18.3: Efficienza del catalizzatore (in ascissa) in funzione della temperatura (in ordinata).

$$H_2O_2 \rightarrow H_2O + \frac{1}{2}\,O_2 \tag{18.2}$$

Per via delle sue basse prestazioni, il perossido d'idrogeno non viene correntemente impiegato.

- Sostituti *green* (non tossici/corrosivi/cancerogeni) dell'idrazina, attualmente in fase di sperimentazione, come il *nitrato di ossidrilammonio*, HAN, ($NH_3OHNO_3$), in grado di dare velocità equivalenti superiori all'idrazina [127], fino a 2650 m/s nel vuoto, e di densità molto elevata, 1840 kg/m$^3$; ancorché i prodotti di reazione non siano tossici, la soluzione di HAN è corrosiva, tossica, e forse cancerogena.

## 18.6 Sistemi bipropellente

Le tabb. 18.1 e 18.2 riportano le prestazioni di varie combinazioni ossidante/combustible in condizioni standard, vedi par. 17.4, rispettivamente al livello del mare e nel vuoto. Per ogni combinazione sono elencati: il valore di $O/F$ che dà il massimo valore della velocità equivalente, la corrispondente temperatura in camera, la densità mediata dei propellenti, vedi (18.3), la velocità caratteristica e la velocità equivalente.

Espansione da $p_c$=6.9 MPa a $p_a$ = 0.101 MPa

| Ossidante | Combustibile | $O/F$ | $T_c$ (K) | $\bar{\rho}$ (kg/m$^3$) | $c^*$ (m/s) | $u_{eq}$ (m/s) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_2$ | $H_2$ | 4.13 | 3013 | 290 | 2416 | 3810 |
| $F_2$ | $H_2$ | 7.94 | 3962 | 460 | 2556 | 4030 |
| $O_2$ | $CH_4$ | 2.75 | 3459 | 785 | 1910 | 3010 |
| $O_2$ | RP–1 | 2.58 | 3676 | 1030 | 1799 | 2940 |
| $N_2$ $O_4$ | MMH | 2.17 | 3396 | 1190 | 1745 | 2820 |
| $N_2$ $O_4$ | Aerozina | 1.98 | 3368 | 1120 | 1747 | 2820 |

Table 18.1: Prestazioni standard al livello del mare di diverse combinazioni di propellenti liquidi.

Espansione da $p_c$=6.9 MPa al vuoto con $\varepsilon = 40$

| Ossidante | Combustibile | $O/F$ | $T_c$ (K) | $\bar{\rho}$ (kg/m$^3$) | $c^*$ (m/s) | $u_{eq}$ (m/s) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_2$ | $H_2$ | 4.83 | 3251 | 320 | 2386 | 4460 |
| $F_2$ | $H_2$ | 9.74 | 4258 | 520 | 2530 | 4700 |
| $O_2$ | $CH_4$ | 2.81 | 3487 | 790 | 1909 | 3530 |
| $O_2$ | RP–1 | 2.77 | 3701 | 1030 | 1783 | 3510 |
| $N_2$ $O_4$ | MMH | 2.37 | 3398 | 1200 | 1724 | 3360 |
| $N_2$ $O_4$ | Aerozina | 2.15 | 3369 | 1200 | 1731 | 3360 |

Table 18.2: Prestazioni standard nel vuoto di diverse combinazioni di propellenti liquidi.

La densità *mediata* $\overline{\rho}$ dei propellenti è definita come la massa complessiva dei propellenti (ossidante più combustibile) diviso il loro volume complessivo:

$$\overline{\rho} = \frac{m_{fu} + m_{ox}}{\mathcal{V}_{fu} + \mathcal{V}_{ox}} = \frac{m_{fu}\,(1 + O/F)}{\dfrac{m_{fu}}{\rho_{fu}} + \dfrac{m_{ox}}{\rho_{ox}}} = \frac{m_{fu}\,(1 + O/F)}{m_{fu}\left(\dfrac{1}{\rho_{fu}} + \dfrac{O/F}{\rho_{ox}}\right)} = \frac{1 + O/F}{\dfrac{1}{\rho_{fu}} + \dfrac{O/F}{\rho_{ox}}} \tag{18.3}$$

ed è evidentemente importante in quanto essa determina, assegnata la massa totale dei propellenti, il volume complessivo dei serbatoi, e quindi il loro peso. Il volume dei serbatoi è comunque sempre lievemente superiore al volume del liquido contenuto, per la necessità di prevedere un *ullage*, cioè uno spazio vuoto al disopra del pelo libero del propellente liquido, ove si raccolgano i vapori di propellente, specialmente nel caso di propellenti criogenici (quindi con elevata tensione di vapore). La fig. 18.4 riporta la densità mediata di alcune combinazioni ossidante/combustibile.

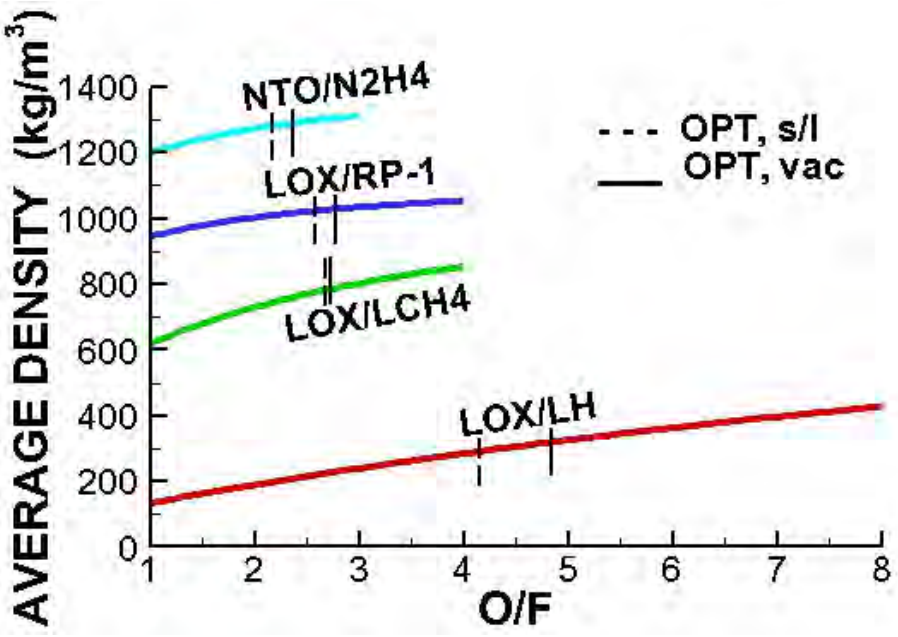



Figure 18.4: Densità mediata di combinazioni bipropellenti; sono indicati anche i valori di $O/F$ che danno la massima $u_{eq}$ a livello del mare e nel vuoto.

Come si può vedere la combinazione di propellenti che dà le più alte prestazioni in termini di velocità equivalente è quella fluoro/idrogeno (LF/LH), tuttavia come abbiamo detto nel par. 18.3 il fluoro, ed i suoi prodotti di combustione, sono tossici e corrosivi (in particolare, nei confronti dei serbatoi e del sistema di alimentazione stesso), per cui non viene in pratica utilizzata. La combinazione LOX/LH dà prestazioni molto vicine, ed è quindi molto utilizzata, anche se la gestione dell'idrogeno liquido non è affatto semplice; l'idrogeno inoltre produce infragilimento nell'acciaio. A causa della bassissima densità dell'idrogeno liquido, la densità mediata dei propellenti risulta varie volte più bassa di quella di altre combinazioni ossidante/combustibile, portando a serbatoi voluminosi, quindi pesanti, pertanto il coefficiente strutturale risulta più alto rispetto ad altri propellenti, vedi ancora le figg. 16.5 e 16.6. Come già osservato, questo inoltre sconsiglia di adottare i valori di $O/F$ che danno l'ottimo di $u_{eq}$, indicando invece valori significativamente superiori, per contenere l'ingombro ed il peso dei serbatoi dell'idrogeno liquido. La combinazione ossigeno liquido/cherosene (negli Stati Uniti LOX/RP–1) è stata usata estensivamente, consente valori di velocità equivalente alquanto inferiori a quella della combinazione LOX/LH, ma essendo la densità mediata dei propellenti notevolmente più alta, trae vantaggio dal più basso coefficiente strutturale, nonché dalla ridotta resistenza aerodinamica dovuta ai serbatoi meno voluminosi. La combinazione ossigeno/metano (LOX/LCH4), finora poco utilizzata, dà velocità equivalenti lievemente superiori rispetto alla combinazione ossigeno/cherosene, anche se la più bassa densità mediata penalizza in qualche misura il coefficiente strutturale; essa comunque offre i vantaggi di non dar luogo a *fouling*, permettendo pertanto l'eventuale riutilizzo

del sistema propulsivo, ed inoltre essendo le temperatura dei propellenti abbastanza vicine, si può adottare per i serbatoi la configurazione *common bulkhead* che permette di contenerne il peso, vedi par. 18.7.6. Le combinazioni NTO/MMH e NTO/aerozina sono storable, quindi non richiedono tecnologie criogeniche, anche se comunque bisogna controllare la temperatura dei reagenti perché come detto il tetrossido d'azoto bolle a 21°C. Inoltre, i propellenti sono di difficile gestione, tossici, corrosivi, e si sospetta siano cancerogeni.

## 18.7 Camera di spinta

La camera di spinta, vedi fig. 18.5, è l'insieme formato da iniettori dei propellenti (piastra d'iniezione), camera di combustione, ugello, sistema di raffreddamento, e sistema di accensione. La camera di spinta nei lanciatori deve prevedere un sistema di *Thrust Vector Control*, ossia controllo della direzione della spinta, per poter controllare la traiettoria di volo. Per tale ultimo sistema sono possibili diverse opzioni, vedi fig. 18.6. Per gli endoreattori a propellenti liquidi la configurazione più usata è quella che prevede l'uso di un *gimbal* (giunto cardanico) per orientare l'intera camera di spinta.

Nel seguito descriviamo sommariamente i componenti sopra indicati.

### 18.7.1 Iniettori

La fig. 18.7 illustra alcune tra le più diffuse tipologie di iniettori, per motori bipropellenti. Nei canali (*manifolds*, visibili in sezione nella figura, a forma di trapezio isoscele) che portano i propellenti agli iniettori si aprono più orifici attraverso i quali combustibile ed ossidante sono immessi in camera. Nella configurazione *doublet impinging* i getti di combustibile ed ossidante si scontrano a breve distanza dalla piastra d'iniezione, al fine di favorire l'atomizzazione ed il miscelamento tra i due propellenti. Nella configurazione *triplet impinging* vi sono ancora due getti di ossidante che si scontrano con un getto di combustibile. Nella configurazione *self impinging* si scontrano due getti di uno stesso propellente (combustibile o ossidante); sebbene questa configurazione sembri offrire un miscelamento meno efficace delle configurazioni descritte sopra, essa si rende a volte necessaria per contrastare l'instabilità di combustione (vedi par. 18.8). Nella configurazione *shower head* non vi è interazione fra i getti; anche in questo caso, nonostante atomizzazione e miscelamento meno efficaci, si possono avere vantaggi nei confronti della instabilità di combustione.

Quando è richiesto di poter variare la spinta in un campo molto ampio, per esempio nel campo 10:1 (come in operazioni di atterraggio morbido), si possono utilizzare iniettori *pintle*, vedi fig. 18.8, nei

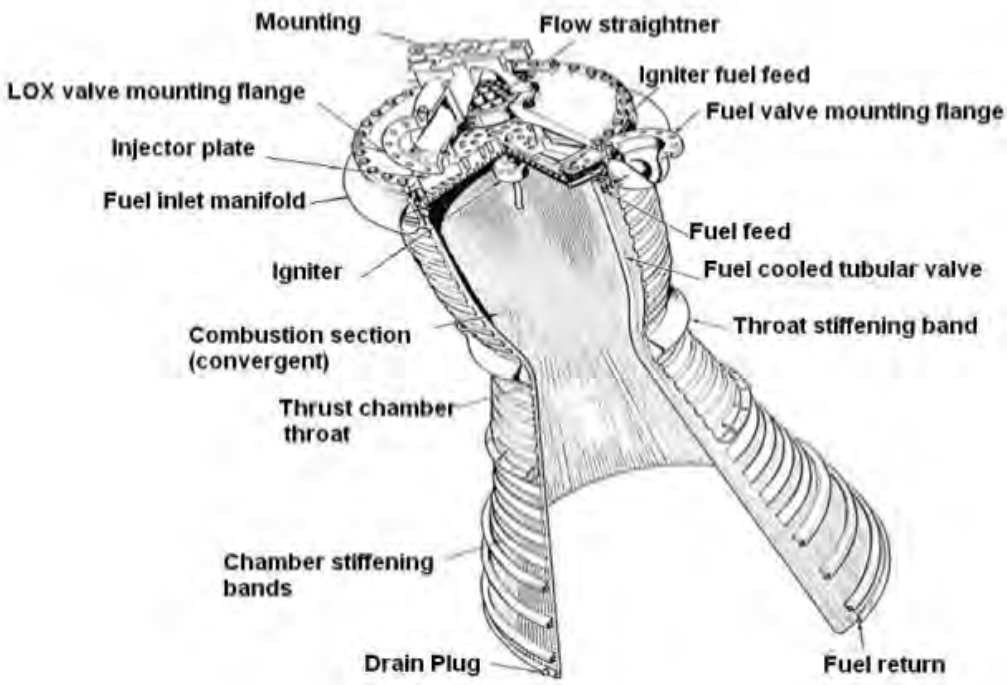



Figure 18.5: Spaccato di una camera di spinta.

qualui il flusso dei propellenti è controllato da una spina che può traslare.

Deriviamo ora, con riferimento alla fig. 18.9, la portata di propellente $\dot{m}_i$ attraverso un singolo iniettore. Sia $\rho_p$ la densità del propellente, $A_i$ la sezione trasversale del singolo iniettore; indichiamo con $\Delta p$ la differenza di pressione tra il condotto di adduzione dei propellenti nella piastra d'iniezione e la pressione in camera, quindi

$$\Delta p = \begin{cases} p_{ox} - p_c & \text{per l'ossidante} \\ p_{fu} - p_c & \text{per il combustibile} \end{cases} \tag{18.4}$$

Incidentalmente, le pressioni $p_{ox}$ e $p_{fu}$ potrebbero essere, anzi generalmente sono, diverse per i due propellenti, e quindi si avranno due differenti valori del $\Delta p$. Tralasciando questo particolare, e facendo riferimento ad uno dei due propellenti, chiamate $u_m$ ed $u_c$ le velocità del propellente nel condotto (*manifold*) nella piastra d'iniezione ed all'uscita dell'iniettore, e $p_m$ e $p_c$ le rispettive pressioni, possiamo scrivere l'equazione di Bernouilli tra le condizioni in $m$ e $c$, trascurando le perdite, come

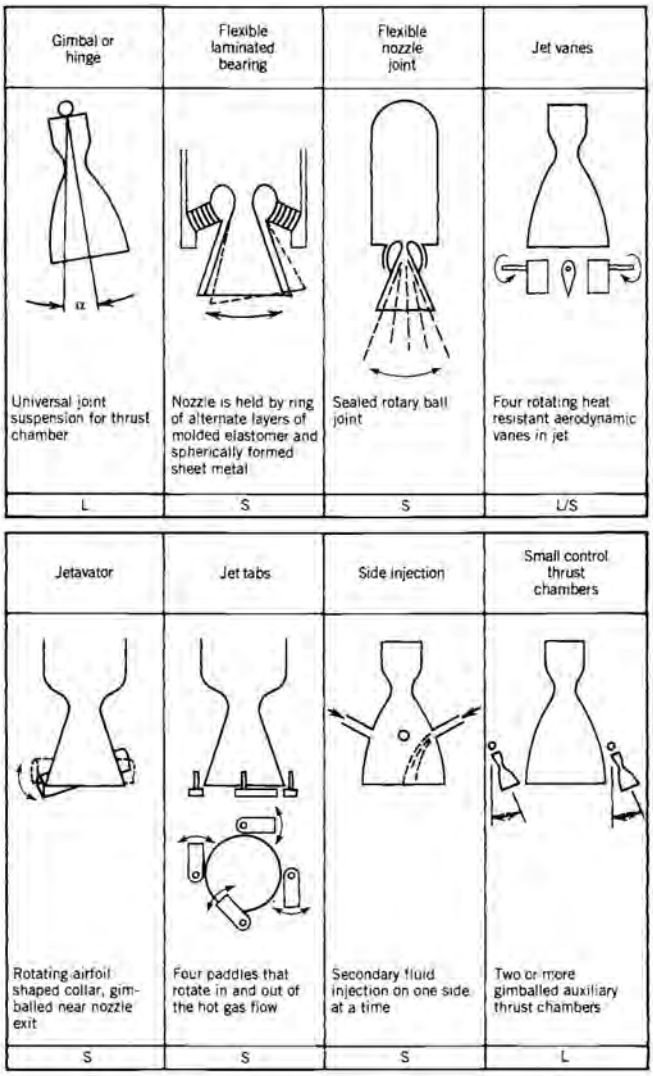



Figure 18.6: Sistemi di *Thrust Vector Control*; le opzioni indicate con L sono applicabili ad endoreattori a propellenti liquidi, quelle indicate con S ad endoreattori a propellenti solidi.

$$p_m + \frac{\rho_p u_m^2}{2} = p_c + \frac{\rho_p u_c^2}{2} \tag{18.5}$$

essendo tuttavia la velocità nel condotto $u_m$ molto minore della velocità all'iniezione in camera, possiamo scrivere per quest'ultima

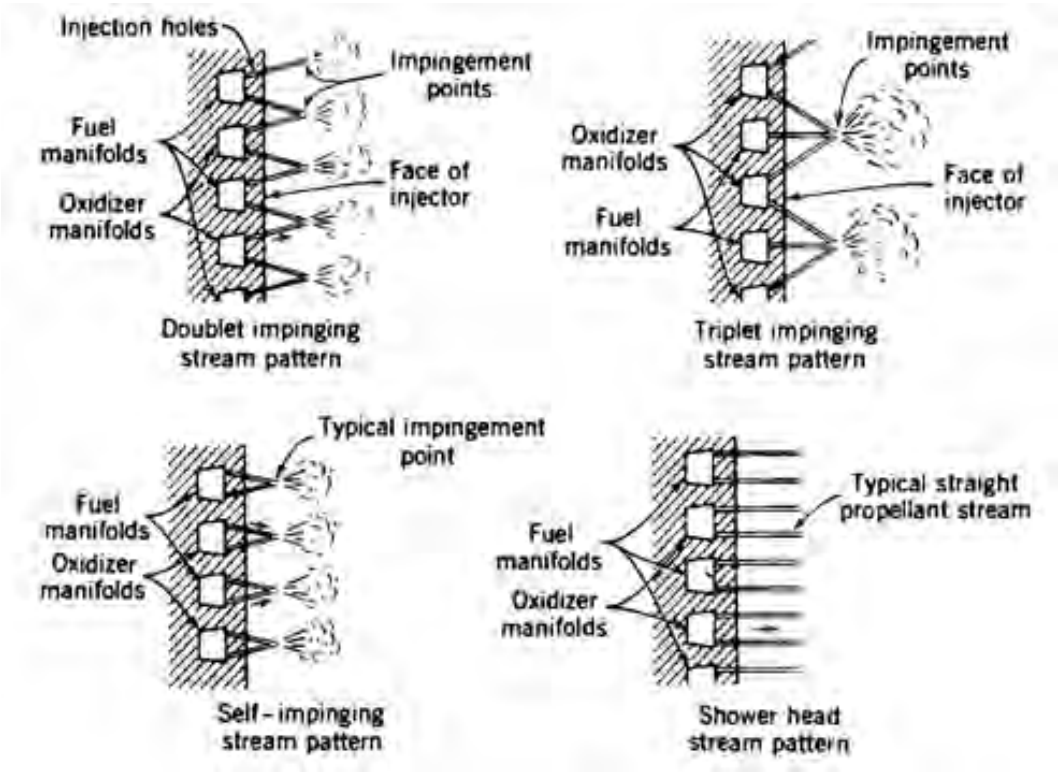



Figure 18.7: Schema di alcuni sistemi di iniezione.

$$u_c \simeq \sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\rho_p}} \tag{18.6}$$

per cui la portata attraverso il singolo iniettore risulta, in teoria

$$\dot{m}_i = \rho_p\, u_c\, A_i \simeq A_i \sqrt{2\,\rho_p\,\Delta p} \tag{18.7}$$

Tuttavia, per effetto delle perdite la portata sarà inferiore a questo valore; introduciamo perciò un *coefficiente di scarico* $C_d$ (dove $d$ sta per *discharge*), inferiore ad uno, determinato sperimentalmente, che dà l'espressione empirica

$$\dot{m}_i = C_d\, A_i \sqrt{2\,\rho_p\,\Delta_p} \tag{18.8}$$

Sottolineiamo l'importanza della scelta del valore della caduta di pressione $\Delta p$ attraverso gli iniettori,

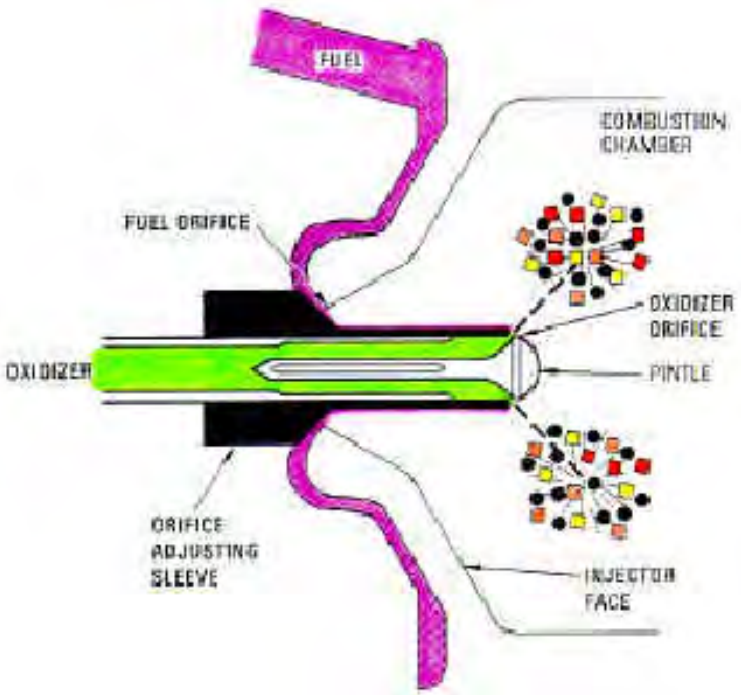



Figure 18.8: Iniettore *pintle*.

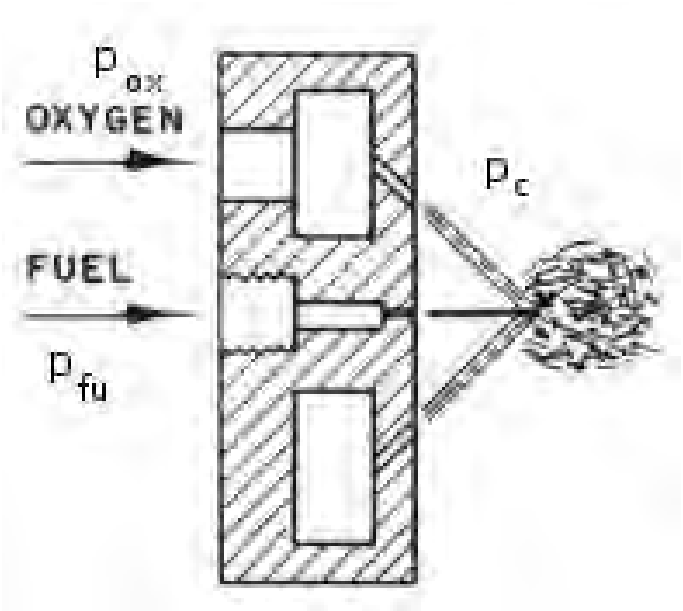



Figure 18.9: Schema di un iniettore.

che deriva da esigenze contrastanti:

- da una parte si vorrebbe $\Delta p$ contenuto per limitare la potenza necessaria al pompaggio dei propellenti in camera (vedi oltre);
- dall'altra parte si desidera invece un $\Delta p$ elevato per avere alte velocità di ingresso (18.6) dei propellenti in camera, e favorire in tal modo l'atomizzazione, e soprattutto per contenere l'instabilità di combustione (vedi par. 18.8).

Figure 18.10: Piastra d'iniezione di un motore F–1 del lanciatore Saturn V, (sinistra) prima e (destra) dopo l'uso, da [128, 129].

La caduta di pressione attraverso gli iniettori può ancora essere espressa attraverso una relazione del tipo (2.29), quindi può essere assegnata agendo in particolare sul diametro $D$ dei canali degli iniettori. I diametri degli iniettori comunemente adottati spaziano nel campo da 30 a 800 $\mu m$. Il diametro degli iniettori influenza anch'esso l'instabilità di combustione, vedi par. 18.8.

La fig. 18.10 mostra la piastra d'iniezione del motore F–1 del primo stadio del lanciatore Saturn V, prima del lancio e poi recuperata dopo la caduta dello stadio esaurito nell'oceano (si nota tra l'altro la formazione di ruggine). Si possono notare i numerosi iniettori, ed alcuni setti che partizionano il volume della zona di iniezione e miscelamento, al fine di contenere il fenomeno dell'instabilità di combustione, vedi par. 18.8.

### 18.7.2 Camera di combustione

Il dimensionamento di massima della camera di combustione è assai meno critico di quello dell'ugello, essendo essa solo un generatore di gas caldi, non l'organo in cui si produce la spinta. Occorre comunque notare come uno studio dettagliato delle condizioni di flusso nella camera di combustione

sia invece alquanto complesso, rispetto all'ugello, a causa della intensa turbolenza, dei complessi moti di ricircolazione, del forte rilascio di calore, e dei fenomeni di *sooting* che si verificano quando si utilizzano idrocarburi come combustibili.

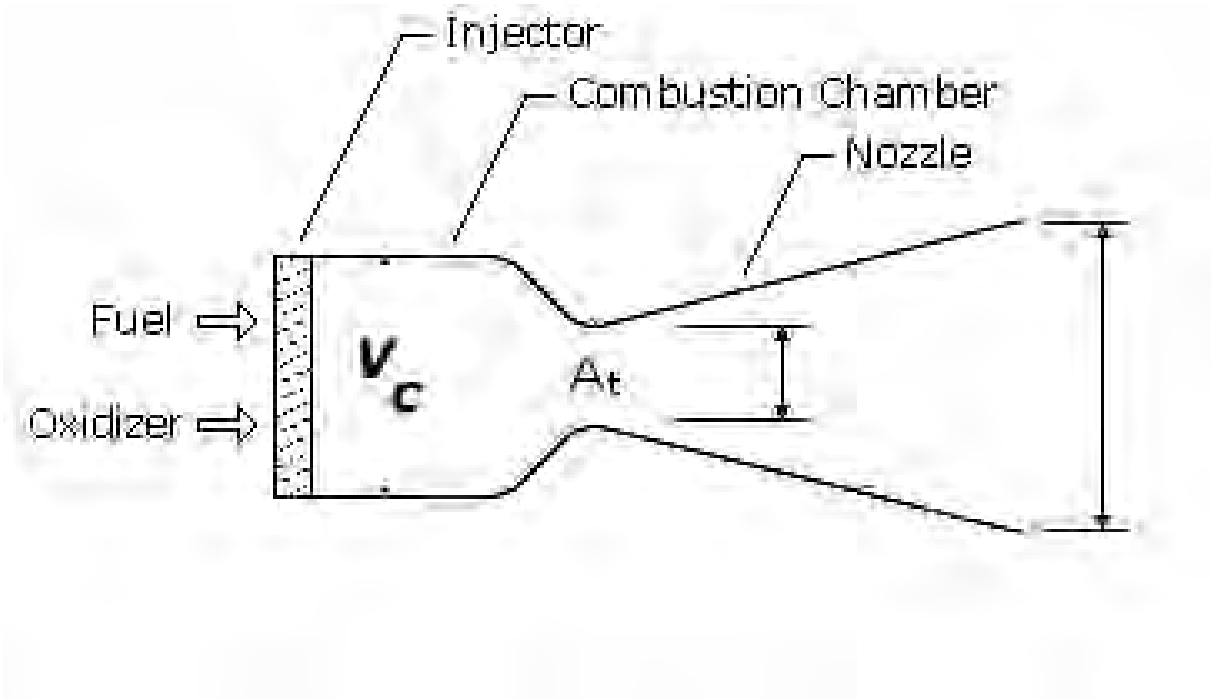



Figure 18.11: Schema di una camera di combustione, adattata da [122]

.

Nel dimensionare la camera di combustione, l'obiettivo che desideriamo raggiungere è che il tempo di residenza in camera $t_c$ di una particella fluida in camera di combustione sia sufficiente a completare i processi di iniezione e atomizzazione dei getti di propellente, vaporizzazione, miscelamento, eventuale decomposizione dell'ossidante (ad esempio l'acqua ossigenata $H_2O_2$ deve decomporsi in $H_2O + \frac{1}{2}$ $O_2$), ignizione della miscela, e completamento della combustione; tutti questi processi devono essere completati prima che i prodotti di combustione entrino nell'ugello. Nello stesso tempo, esigenze di contenimento dei pesi fanno sì che questi obiettivi debbano essere conseguiti in una camera di combustione di volume $\mathcal{V}_c$, vedi fig. 18.11, e quindi peso, contenuto. Il tempo di residenza $t_c$ deve perciò, per poter completare i processi citati, essere superiore ad un tempo $t^*$ che caratterizza tali processi. In realtà un confronto diretto di $t_c$ e $t^*$ non è possibile a causa della grossa difficoltà ad individuare entrambi questi tempi (che dipendono da molti complessi fattori). Adottiamo invece un approccio di tipo globale, che consente di evitare di considerare nel dettaglio i vari processi, limitandosi a constatarne l'effetto su grandezze globali facilmente individuabili. Questo approccio si basa sulle seguenti ipotesi semplificative, chiaramente discutibili ma che consentono di formulare il

problema in maniera semplice:

1. i propellenti sono completamente miscelati non appena entrano in camera di combustione;
2. la composizione chimica è uniforme in camera di combustione;
3. il flusso è isentropico.

Come detto, la rozzezza di queste ipotesi è accettabile in quanto il disegno della camera di combustione è meno critico di quello dell'ugello. Ai fini della nostra analisi globale, possiamo identificare il tempo di residenza in camera $t_c$ come rapporto tra il volume della camera $\mathcal{V}_c$ e la portata volumetrica $\dot{\mathcal{V}}$ di gas ($\rho_c$ è la densità in camera di combustione)

$$\dot{\mathcal{V}} \;=\; \frac{\dot{m}}{\rho_c} \tag{18.9}$$

entro la camera stessa. Tale tempo dovrà essere maggiore di $t^*$

$$t_c = \;\frac{\mathcal{V}_c}{\dot{\mathcal{V}}} = \frac{\rho_c\,\mathcal{V}_c}{\dot{m}} \geq \;t^* \tag{18.10}$$

da cui

$$\mathcal{V}_c \geq \frac{\dot{m}\,t^*}{\rho_c} \tag{18.11}$$

Dalle (2.119,2.5)

$$\dot{m} = \Gamma\,\frac{p_c\,A_t}{\sqrt{R\,T_c}} \;=\; \Gamma\,\rho_c\,A_t\cdot\sqrt{R\,T_c} \tag{18.12}$$

segue che il volume della camera dovrà essere, per la (18.11)

$$\mathcal{V}_c \geq \Gamma\, A_t\, t^* \sqrt{R\, T_c} \tag{18.13}$$

o in altri termini, il rapporto tra volume della camera e area di gola dovrà essere

$$\frac{\mathcal{V}_c}{A_t} \geq \Gamma\, t^* \sqrt{R\, T_c} \;=\; L^* \tag{18.14}$$

avendo introdotto la *lunghezza caratteristica* $L^*$ definita come

$$L^* \;=\; \frac{V_c}{A_t} \tag{18.15}$$

che può essere scritta, per la (17.10) come

$$L^* \;=\; t^*\, \Gamma \sqrt{R\, T_c} \;=\; t^*\, \Gamma^2\, c^* \tag{18.16}$$

Essa risulta quindi dipendere principalmente (attraverso $t^*$, $c^*$, $\Gamma$) dalla combinazione ossidante/combustibile utilizzata, poi dal rapporto $O/F$ (ma per ogni combinazione si tenderà ad adottare il valore di $O/F$ più conveniente), poi ancora (in misura minore) da $p_c$.

I valori tipici per diverse combinazioni di propellenti liquidi, determinati empiricamente, sono riportati nella tab. 18.3

| | |
|---|---|
| tetrossido d'azoto/idrazina | $L^* = 0.6 \div 0.9$ m |
| LOX/LH | $L^* = 0.75 \div 1.0$ m |
| LOX/cherosene | $L^* = 1.0 \div 1.25$ m |

Table 18.3: Valori della lunghezza caratteristica per diverse combinazioni ossidante/combustibile.

Per convenzione, in $\mathcal{V}_c$ si include anche il volume della parte convergente dell'ugello. La (18.13) consente quindi un primo dimensionamento della camera di combustione. Essa comunque determina solo il volume della camera, mentre non dà indicazioni sulla forma della stessa, che in genere sarà cilindrica per adattarsi alla geometria del lanciatore, anche se in teoria la forma sferica, grazie al minore rapporto superficie/volume, consentirebbe di contenere lo scambio termico complessivo dai gas caldi alle pareti.

### 18.7.3 Sistema di raffreddamento

La temperatura dei prodotti di combustione in camera e nell'ugello eccede nella maggioranza di casi i 3000 K, valore evidentemente ben oltre il punto di fusione dei materiali utilizzati per la camera, ed anche di molti materiali refrattari. Il raffreddamento delle pareti della camera è quindi necessario per evitare che la temperatura riduca eccessivamente le caratteristiche di resistenza del materiale. La quantità di calore trasferita dai gas alle pareti può raggiungere al massimo il 5% dell'energia totale generata dalla reazione di combustione. La maggior parte di questo calore viene trasferita alle pareti per convezione, mentre una quantità tra il 5% e il 25% viene trasferita per radiazione. Si rende quindi necessario un sistema di raffreddamento delle pareti. Sono disponibili diverse opzioni, vedi fig. 18.12. Nella configurazione *heat sink* il calore viene semplicemente assorbito dalla capacità termica delle pareti della camera di spinta, senza sistema di raffreddamento vero e proprio; tale configurazione richiede però una grande massa delle pareti, e comunque può operare solo per un tempo molto limitato, perché la temperatura delle pareti sale molto rapidamente. La configurazione ablativa utilizza materiali resistenti ad alta temperatura (come la grafite), che per via dello scambio di calore sublimano, asportando quindi il relativo calore latente. Nella configurazione rigenerativa *dump* le pareti sono raffreddate da una portata di liquido (propellente o altro), la quale viene poi semplicemente scaricata all'esterno. Nella configurazione a traspirazione una parte del propellente viene iniettata mediante numerosi piccoli orifici nelle pareti della camera al fine di formare un film protettivo relativamente freddo. La configurazione a *film–cooling* segue un concetto analogo, solo che l'iniezione del propellente attraverso le pareti mediante un numero relativamente limitato di (più grandi) orifici. Nel raffreddamento rigenerativo–radiativo la prima parte della camera di spinta è raffreddata mediante una portata di propellente, mentre la parte terminale (estensione) dell'ugello è raffreddata per radiazione verso l'ambiente esterno.

Si possono distinguere in generale due categorie di metodi di raffreddamento:

1. *metodi attivi*, in cui le pareti sono raffreddate mediante un liquido refrigerante (un propellente) che viene fatto scorrere attraverso canali ricavati nelle pareti stesse della camera di spinta, in condizioni di convezione forzata. Tali metodi richiedono pertanto un sistema apposito;

2. *metodi passivi*, in cui le pareti cedono calore irradiando verso l'esterno, oppure sono ricoperte da protezioni termiche composte di materiali refrattari che sublimano per effetto dell'alta temperatura, asportando quindi il relativo calore latente di sublimazione.

Esaminiamo ora in maggior dettaglio i principali sistemi di raffreddamento impiegati:

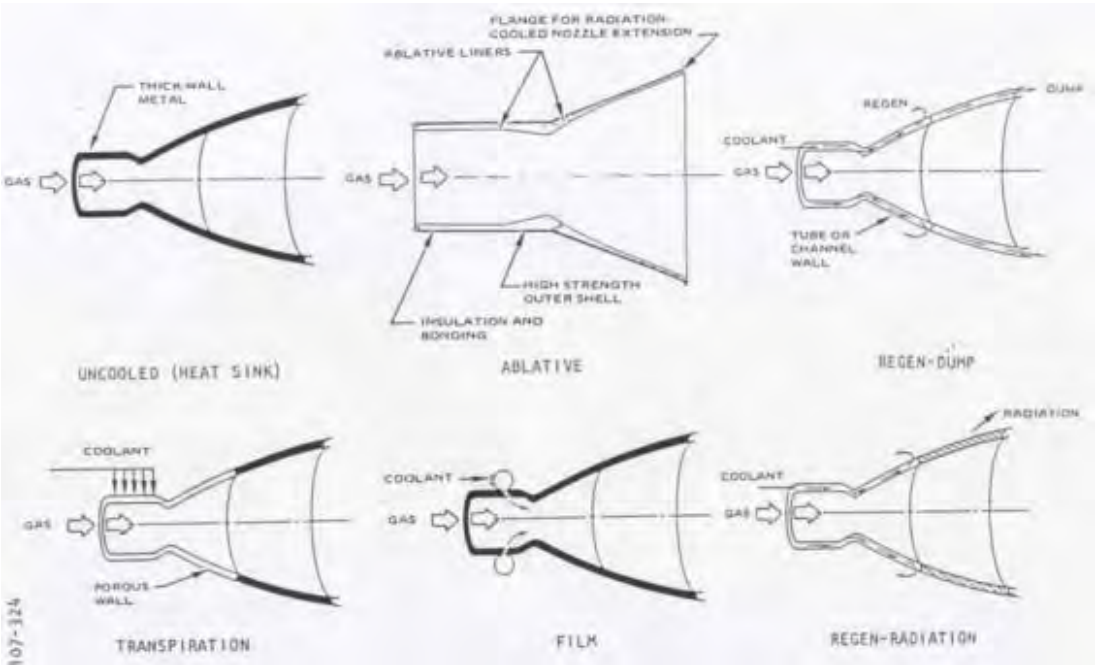



Figure 18.12: Opzioni per il raffreddamento della camera di spinta.

a. *Raffreddamento rigenerativo* (attivo). Uno dei propellenti viene fatto fluire in canali ricavati entro le pareti della camera prima di essere immesso in camera di combustione. A questo scopo, le pareti della camera di spinta sono in realtà costituite da un fascio di tubi (anche centinaia) accostati fra loro, entro i quali scorre appunto il refrigerante. Tali tubi sono visibili in fig. 18.5; sono anche visibili le cerchiature circonferenziali di irrigidimento (*stiffening bands*) che consentono alle pareti di resistere all'alta pressione interna alla camera. Il calore raccolto dal raffreddamento delle pareti non viene disperso, ma utilizzato per aumentare l'entalpia del propellente all'immissione in camera. Il propellente utilizzato per il raffreddamento è tipicamente il combustibile; infatti se venisse utilizzato l'ossidante questo, nell'eventualità di una cricca (fessurazione) di uno dei numerosi tubi che compongono le pareti (eventualità tutt'altro che improbabile, viste le durissime condizioni di pressione, temperatura, e sforzi meccanici cui sono sottoposte) entrerebbe in contatto con i prodotti di combustione in cui è presente combustibile in eccesso (vedi par. 17.4), per cui si avrebbe ulteriore combustione secondaria in corrispondenza alla cricca, che allargherebbe ulteriormente la fessurazione. Inoltre, molti metalli, tra cui il rame spesso utilizzato per la camera di combustione, bruciano ad alta temperatura a contatto con un ossidante;

b. *Raffreddamento a film* (*film cooling*, attivo). Parte del propellente viene iniettato tangenzialmente in prossimità delle pareti in modo da costituire un film freddo che protegge le pareti della

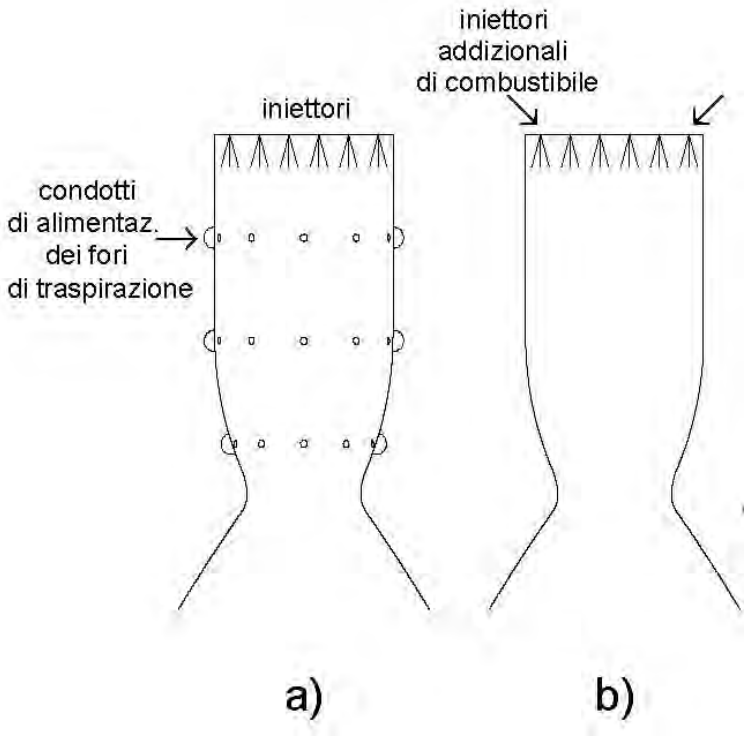



Figure 18.13: Metodologie per il *film cooling*.

camera di combustione e dell'ugello dalle elevate temperature del gas combusto. La fig. 18.13 mostra due opzioni per il *film cooling*: in quella a sinistra il refrigerante destinato a formare il film protettivo viene inettato attraverso fori disposti lungo condotti anulari posizionati a diversa distanza dalla piastra di iniezione, in quella a destra la piastra di iniezione presenta una fila aggiuntiva di iniettori di solo combustibile, che non avendo quindi la possibilità di bruciare per mancanza di ossidante, forma un film freddo (anche se ovviamente questo si scalderà lambendo le pareti della camera);

c. *Raffreddamento radiativo (passivo).* Il raffreddamento avviene semplicemente per irraggiamento verso l'esterno, senza utilizzo quindi di propellente. Può essere utilizzato se le temperature dei gas combusti non sono molto elevate, quindi nella parte terminale (cosidetta *estensione*) dell'ugello. Dà comunque un contributo, peraltro marginale, al raffreddamento di tutti gli ugelli;

d. *Protezioni termiche (passivo).* Si possono utilizzare inserti di grafite per proteggere le parti sottoposte a maggiore scambio termico con i gas caldi, in particolare la gola dell'ugello (anche se questi metodi sono prevalentemente impiegati in endoreattori a propellenti solidi).

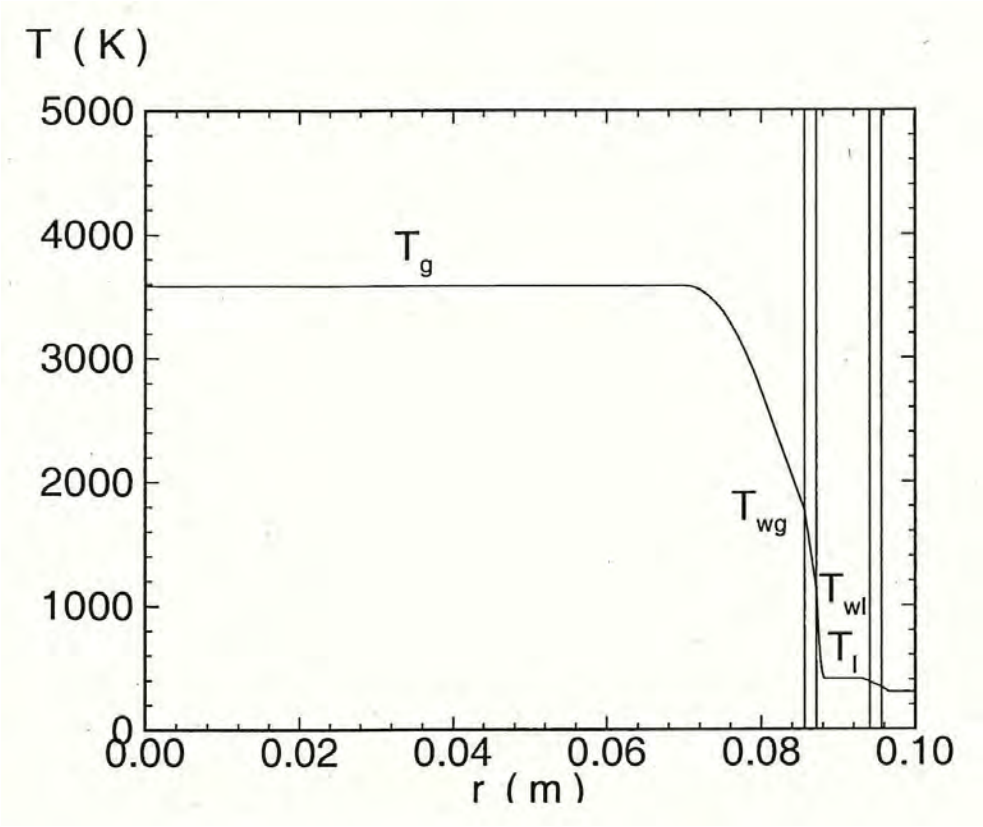



Figure 18.14: Schematizzazione dello scambio termico tra prodotti di combustione, parete, e fluido refrigerante.

Analizziamo ora le proprietà desiderabili nel caso di raffreddamento rigenerativo, largamento usato negli endoreatori a propellente liquido. Il calore si trasferisce dai prodotti di combustione alla parete principalmente per convezione (contribuisce però anche la radiazione), si trasmette per conduzione attraverso la parete, e nuovamente per convezione tra la faccia esterna della parete ed il fluido refrigerante. Sia $T_g$ la temperatura del gas (prodotti di combustione), $T_{wg}$ la temperatura della parete lato gas, $T_{wl}$ l'analoga temperatura lato liquido refrigerante, ed infine $T_l$ la temperatura del liquido stesso, vedi fig. 18.14, che mostra l'andamento radiale delle temperature. Supponiamo per semplicità di poter assimilare la parete ad una lastra piana (il che comunque comporta un errore trascurabile se i raggi di curvatura della parete sono molto maggiori dello spessore $t_w$ della parete stessa). In regime di convezione forzata, stazionaria, il flusso di calore, cioè la potenza termica specifica, risulta uniforme in direzione normale alla parete, per cui possiamo eguagliare i tre termini di scambio di calore tra gas caldi e pareti interna della camera (coefficiente di scambio termico per convezione $h_g$), di scambio termico per conduzione attraverso la parete (di conducibilità termica $k_w$, e gradiente di temperatura $(T_{wg} - T_{wl})/t_w$), e di scambio termico ancora per convezione (con

coefficiente di scambio termico per convezione $h_l$) tra la parete esterna della camera ed il liquido di raffreddamento:

$$\dot{q} \;=\; h_g\,(T_g \,-\, T_{wg}) \;=\; \frac{k_w}{t_w}\,(T_{wg} \,-\, T_{wl}) \;=\; h_l\,(T_{wl} \,-\, T_l) \tag{18.17}$$

Esplicitando le differenze di temperatura si ha

$$T_g \,-\, T_{wg} \;=\; \frac{\dot{q}}{h_g} \tag{18.18}$$

$$T_{wg} \,-\, T_{wl} \;=\; \frac{t_w}{k_w}\,\dot{q} \tag{18.19}$$

$$T_{wl} \,-\, T_l \;=\; \frac{\dot{q}}{h_l} \tag{18.20}$$

La (18.18) indica che per contenere la temperatura di parete lato gas $T_{wg}$ occorre puntare ad un *basso* valore del relativo coefficiente di scambio termico $h_g$, interponendo per esempio tra la parete e il gas caldo un film di gas (tramite traspirazione o *film cooling*). La (18.19) indica invece che per avere una temperatura della parete lato gas quanto più possibile vicina alla temperatura lato liquido conviene adottare per la parete stessa un materiale ad *alto* coefficiente di conducibilità termica, come rame, niobio, acciaio. Infine, per cercare di avvicinare la temperatura della parete lato liquido alla temperatura del liquido stesso occorre puntare, per la (18.20), ad un *alto* coefficiente di convezione $h_l$ lato liquido.

Sommando queste le equazioni (18.18,18.19,18.20) si ottiene

$$T_g \,-\, T_l \;=\; \left(\frac{1}{h_g} \,+\, \frac{t_w}{k_w} \,+\, \frac{1}{h_l}\right)\,\dot{q} \tag{18.21}$$

e definendo un coefficiente di scambio complessivo

$$h \;=\; \frac{1}{\left(\frac{1}{h_g} \,+\, \frac{t_w}{k_w} \,+\, \frac{1}{h_l}\right)} \tag{18.22}$$

si può infine scrivere

$$\dot{q} \;=\; h\,(T_g \,-\, T_l) \tag{18.23}$$

La fig. 18.15 illustra le diverse configurazioni adottate per far scorrere il liquido refrigerante. Come detto, la camera di spinta è costituita generalmente da fasci tubieri attraverso i quali defluisce il refrigerante; in alcuni casi, specie per motori di piccola taglia, si usano canali ricavati nelle pareti della camera di spinta mediante processi chimici o meccanici, vedi fig. 18.16.

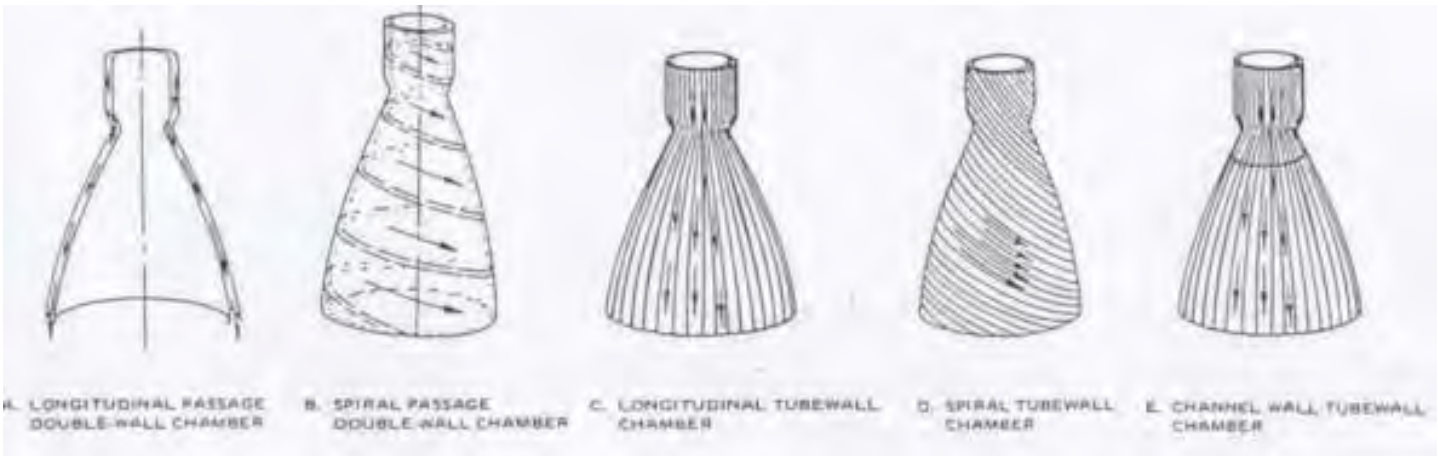



Figure 18.15: Configurazioni per il deflusso di liquido refrigerante.

Figure 18.16: Canali di refrigerazione scavati entro le pareti della camera di spinta.

La fig. 18.17 mostra diverse tipologie adottate per la sezione trasversale dei canali di refrigerazione. La geometria della sezione comunque varia lungo l'asse della camera, come mostrato in fig. 18.18, per cercare di mantenere circa costante la sezione trasversale di passaggio del refrigerante nonostante la strizione della camera in corrispondenza della gola, e il successivo allargamento nel divergente dell'ugello.

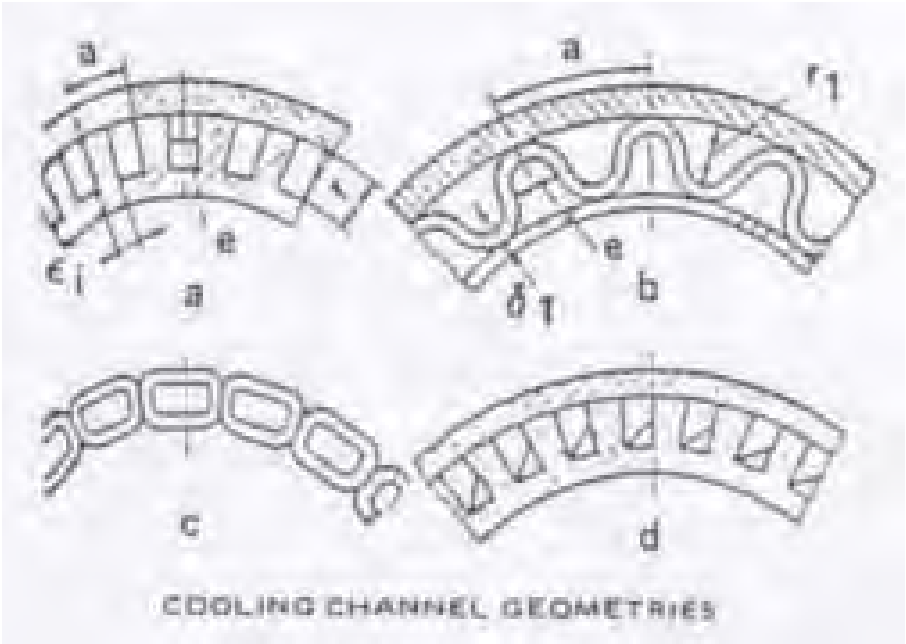



Figure 18.17: Sezioni trasversali di diversi tipi di canali di refrigerazione.

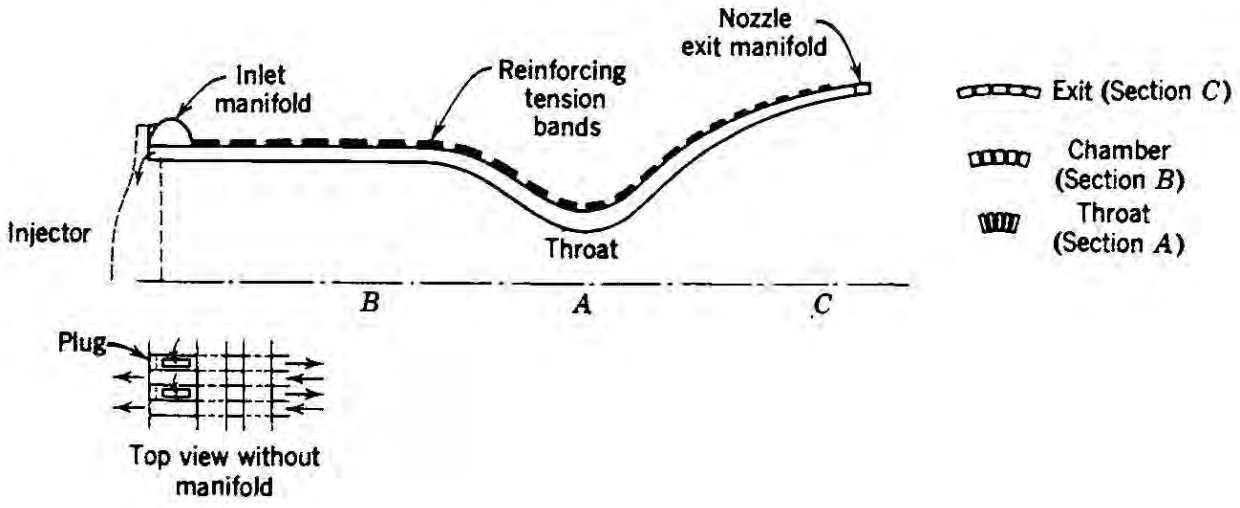



Figure 18.18: Variazione della sezione trasversale dei canali di refrigerazione lungo l'asse della camera.

### 18.7.4 Sistema di accensione

Il sistema di accensione si rende necessario in tutti i casi in cui i propellenti non siano ipergolici, come ad esempio nel caso della combinazione LOX/LH, oppure LOX/cherosene. Una volta accesa, la fiamma sopravvive spontaneamente. L'ignitore può essere una candela d'accensione, vedi fig. 18.19a, soprattutto nel caso in cui si richiedono più accensioni (come nel caso dei motori principali dello Space Shuttle, SSME, *Space Shuttle Main Engine*), oppure un sistema pirotecnico (cioè una carica di propellente solido, vedi fig. 18.19b) nel caso di un'unica accensione (come nel caso dei motore Vulcain dell'Ariane 5, non riaccendibili; la carica va sostituita ad ogni volo nel caso di veicoli riutilizzabili), o ancora si ricorre all'iniezione in camera, all'avviamento del motore, di una piccola quantità di propellenti ipergolici.

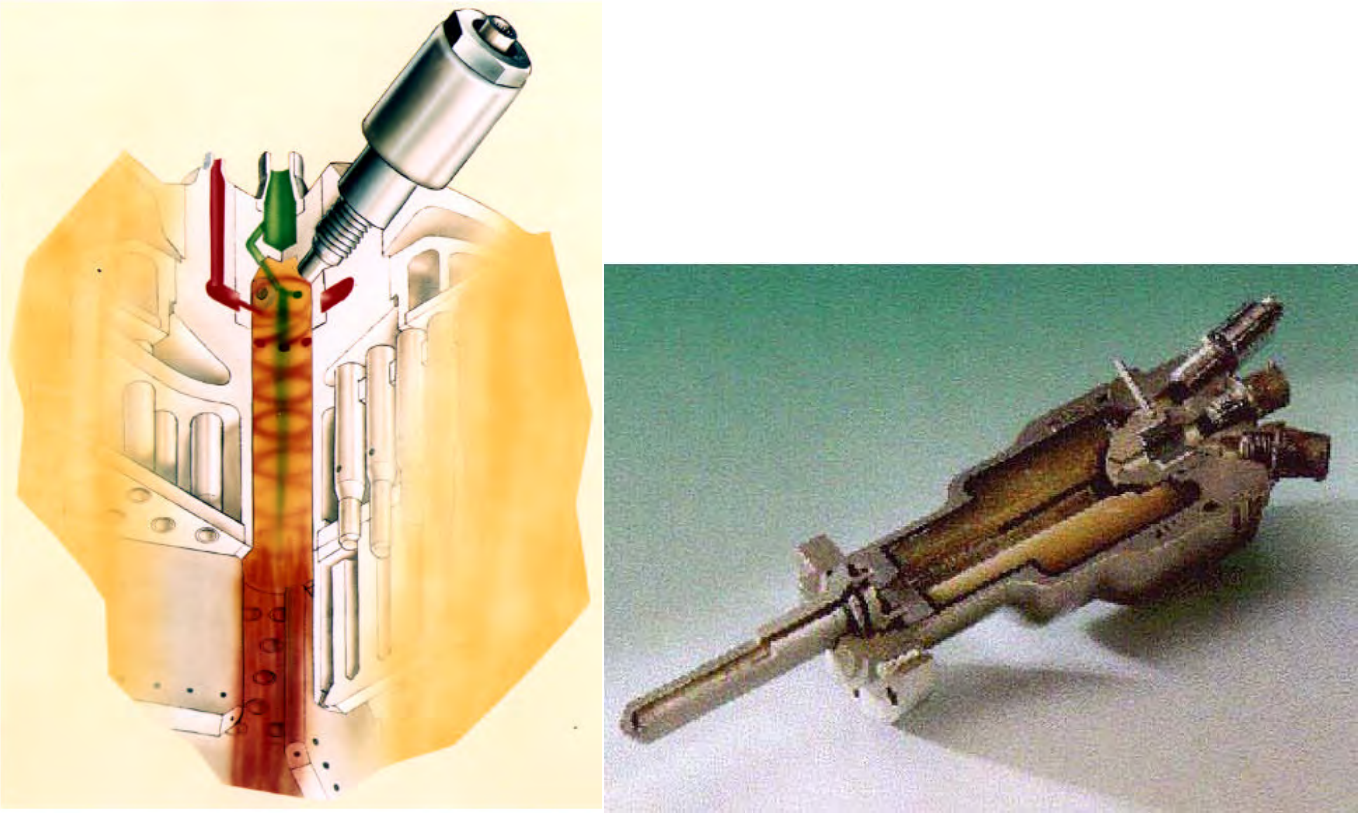


Figure 18.19: (sinistra) Accensione mediante candela, (destra) dispositivo pirotecnico di accensione dei motori Vulcain dell'Ariane 5.

### 18.7.5 Sistema di alimentazione

Il sistema di alimentazione permette ai propellenti di affluire nella camera di spinta. Come si è visto (17.6), la spinta è proporzionale a $p_c$, e quindi possono risultare interessanti $p_c$ elevate (fino a 10 – 20 MPa e oltre). I valori di portata e pressione che si stabiliscono dipendono dalle caratteristiche del sistema di iniezione e dalla pressione dei propellenti a monte di esso. In particolare, in un sistema bipropellente sarà

$$\dot{m} \;=\; \dot{m}_{fu} \;+\; \dot{m}_{ox} \tag{18.24}$$

quindi la portata può essere espressa in funzione del rapporto $O/F$ definito dalla (17.17) come

$$\dot{m} \;=\; \dot{m}_{fu} \left(1 \;+\; \frac{O}{F}\right) \tag{18.25}$$

dalla quale la portata di combustibile risulta

$$\dot{m}_{fu} \;=\; \frac{\dot{m}}{1 \;+\; \dfrac{O}{F}} \tag{18.26}$$

e quella di ossidante, sempre per la (17.17)

$$\dot{m}_{ox} \;=\; \frac{O}{F}\,\dot{m}_{fu} \;=\; \dot{m}\,\frac{\dfrac{O}{F}}{1 \;+\; \dfrac{O}{F}} \tag{18.27}$$

La portata di un propellente, per esempio l'ossidante, chiamato $N_{ox}$ il numero di inettori dell'ossidante e $\dot{m}_{i,ox}$ la portata attraverso un singolo iniettore, è evidentemente data da

$$\dot{m}_{ox} \;=\; N_{ox}\,\dot{m}_{i,ox} \tag{18.28}$$

che per la (18.8) dà

$$\dot{m}_{ox} \;=\; N_{ox}\, C_{d,ox}\, A_{i,ox}\, \sqrt{2\, \rho_{ox}\, \Delta_{p,ox}} \tag{18.29}$$

Assegnati quindi il numero di iniettori, la loro sezione trasversale e la loro tipologia (che individua il coefficiente di scarico $C_d$), si ricava il valore della differenza di pressione che deve sussistere attraverso gli iniettori per poter immettere in camera la portata desiderata di propellente. La pressione che dovrà essere fornita al propellente a monte degli iniettori sarà pertanto, per la (18.4a)

$$p_{ox} \;=\; p_c \;+\; \Delta p_{ox} \tag{18.30}$$

e analogamente per il combustibile

$$p_{fu} \;=\; p_c \;+\; \Delta p_{fu} \tag{18.31}$$

Il sistema di alimentazione deve quindi fornire ai propellenti le pressioni (18.30,18.31). Si possono adottare a questo scopo due tipi di sistemi:

a. *a gas pressurizzante*, in cui i serbatoi dei propellenti sono pressurizzati mediante un ulteriore gas contenuto in un serbatoio separato, ad alta pressione. Tale sistema è preferibile quando sono richieste numerose accensioni, come nei motori dei satelliti e per controllo d'assetto. I serbatoi tuttavia si trovano in pressione, per cui devono avere pareti spesse e risultano quindi pesanti;

b. *a turbopompe*, in cui i propellenti sono posti in pressione tramite pompe (azionate da una o più turbine) poste *a valle* dei serbatoi, i quali si trovano pertanto a bassa pressione e non necessitano perciò di pareti spesse (per cui sono leggeri). Tale sistema dà prestazioni superiori per $p_c$ elevate, ma è complesso e può essere riacceso un numero molto limitato di volte (perché le turbine devono ogni volta essere avviate con i gas caldi prodotti per esempio dalla combustione di una cartuccia di propellente solido).

In ogni caso, nella progettazione del sistema di alimentazione andranno considerati condotti, valvole, etc., ed anche i serbatoi, in quanto le loro caratteristiche (pressione alla quale devono resistere) sono strettamente correlate al tipo di sistema di alimentazione.

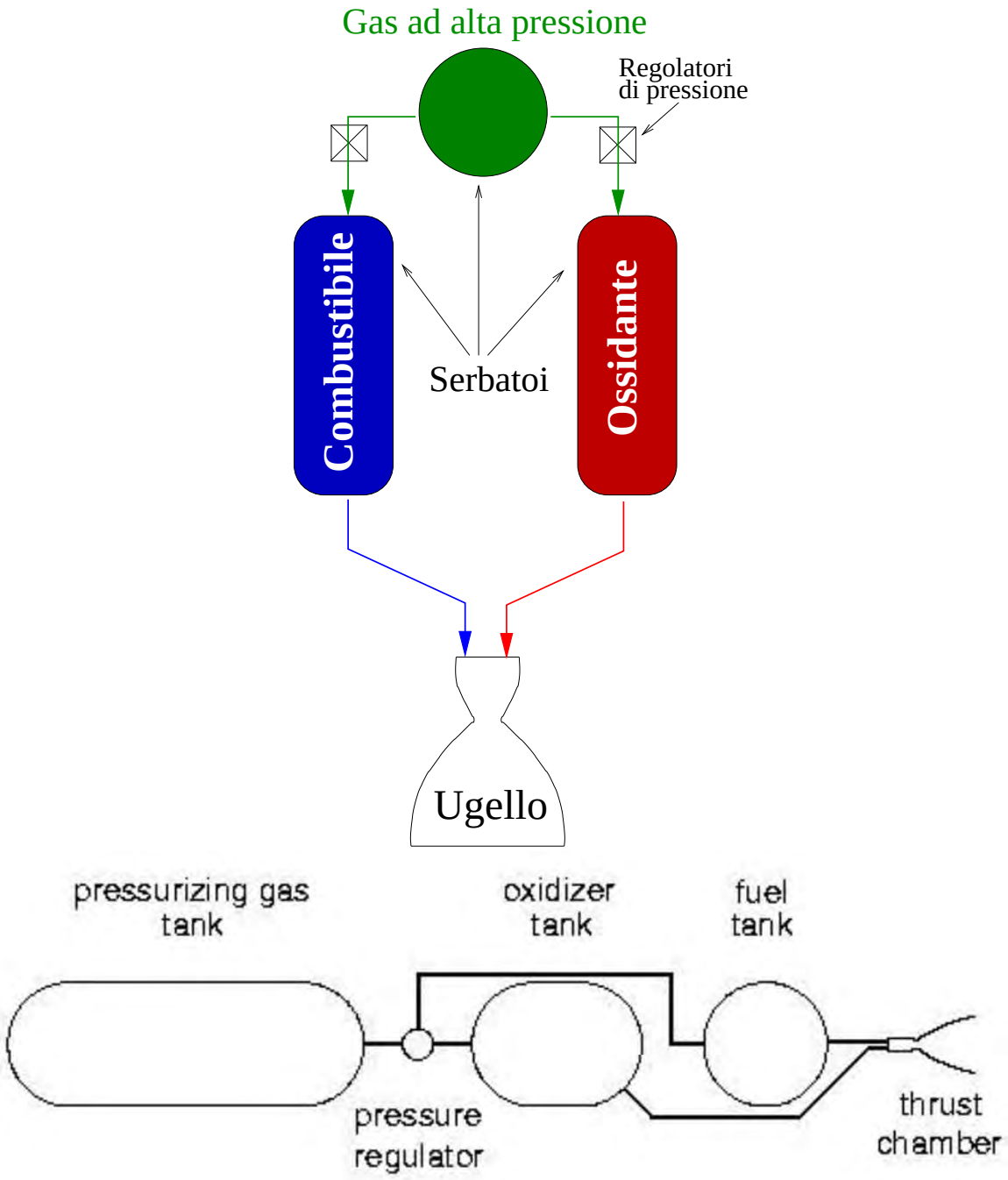



Figure 18.20: (alto) Schema di sistema di alimentazione a gas pressurizzante a pressione regolata, (basso) taglia indicativa dei diversi componenti.

#### 18.7.5.1 Sistema di alimentazione a gas in pressione

Il sistema di alimentazione a gas in pressione offre il vantaggio di essere relativamente semplice (ma la sua messa a punto è invece laboriosa), e di essere riaccendibile un gran numero di volte, ma presenta il grave handicap di essere alquanto pesante, poiché i serbatoi devono essere dimensionati per resistere ad alte pressioni. Inoltre, la massa di gas pressurizzante, e soprattutto del suo serbatoio (che deve resistere a pressioni ancora più elevate di quelle a cui sono sottoposti i serbatoi dei propellenti, dell'ordine di 20 MPa e oltre) contribuiscono ad aggravare il problema.

Come gas pressurizzante non può essere impiegata l'aria, che potrebbe reagire con i propellenti. Si adottano pertanto l'azoto, sostanzialmente inerte, che tuttavia risulta solubile in LOX e NTO (ed in questi casi bisogna interporre un diaframma metallico od una vescica di materiale plastico tra gas pressurizzante e propellente), oppure l'elio, assolutamente inerte, anche se più costoso dell'azoto. Nei sistemi *a pressione regolata* la pressione nei serbatoi viene mantenuta costante durante lo svuotamento del serbatoio del gas pressurizzante mediante opportuni regolatori di pressione, indicati anche in fig. 18.20; nei sistemi a *blowdown* invece i serbatoi dei propellenti si trovano alla stessa pressione del serbatoio del gas pressurizzante, la quale va gradualmente diminuendo man mano che quest'ultimo si svuota. Questo determina di conseguenza una diminuzione della pressione in camera, con conseguente calo delle prestazioni (per l'effetto di $p_c$ su $F$, $C_F$ e $c^*$, vedi (17.6) e figg. 17.3, 17.13). I sistemi a *blowdown* sono utilizzati tipicamente sui satelliti, nei quali è richiesto un gran numero di accensioni, per cui si punta al sistema più affidabile possibile, eliminando appunto anche i regolatori di pressione.

La pressione richiesta al sistema di alimentazione è determinata dalla somma della pressione in camera $p_c$ (la quale è legata linearmente alla portata in massa attraverso la (2.119)), della caduta di pressione idraulica $\Delta p_{idr}$ lungo le linee di alimentazione (e canali di raffreddamento della camera di spinta per il combustibile, usato come refrigerante), della caduta di pressione attraverso gli iniettori $\Delta p_{in}$, più la caduta introdotta da una valvola di calibrazione $\Delta p_{cal}$, introdotta per aggiustare il punto di funzionamento del sistema. A differenza di $p_c$, le cadute di pressione $\Delta p_{idr}$, $\Delta p_{in}$ e $\Delta p_{cal}$ sono proporzonali al *quadrato* della portata (essendo proporzionali al quadrato della velocità per la (2.29), la quale ultima è legata linearmente alla portata dalla (2.20)). Tale pressione complessiva $p_c + \Delta p_{idr} + \Delta p_{in} + \Delta p_{cal}$ deve essere fornita dal gas pressurizzante, il quale esce dal regolatore ad una pressione prefissata; la pressione con la quale il gas pressurizzante arriva ai serbatoi è però inferiore per via delle cadute di pressione lungo la linea del gas, proporzionali al quadrato della portata *di gas*, a sua volta legata alla portata di propellente. Si ha quindi una relazione tra portata desiderata di propellente e pressione complessiva richiesta ($p_c + \Delta p_{idr} + \Delta p_{in} + \Delta p_{cal}$) per conseguirla del tipo indicato in fig. 18.21 con linea tratteggiata. Le condizioni operative sono quelle determinate dall'intersezione della curva della pressione richiesta (crescente con la portata) e pressione del gas

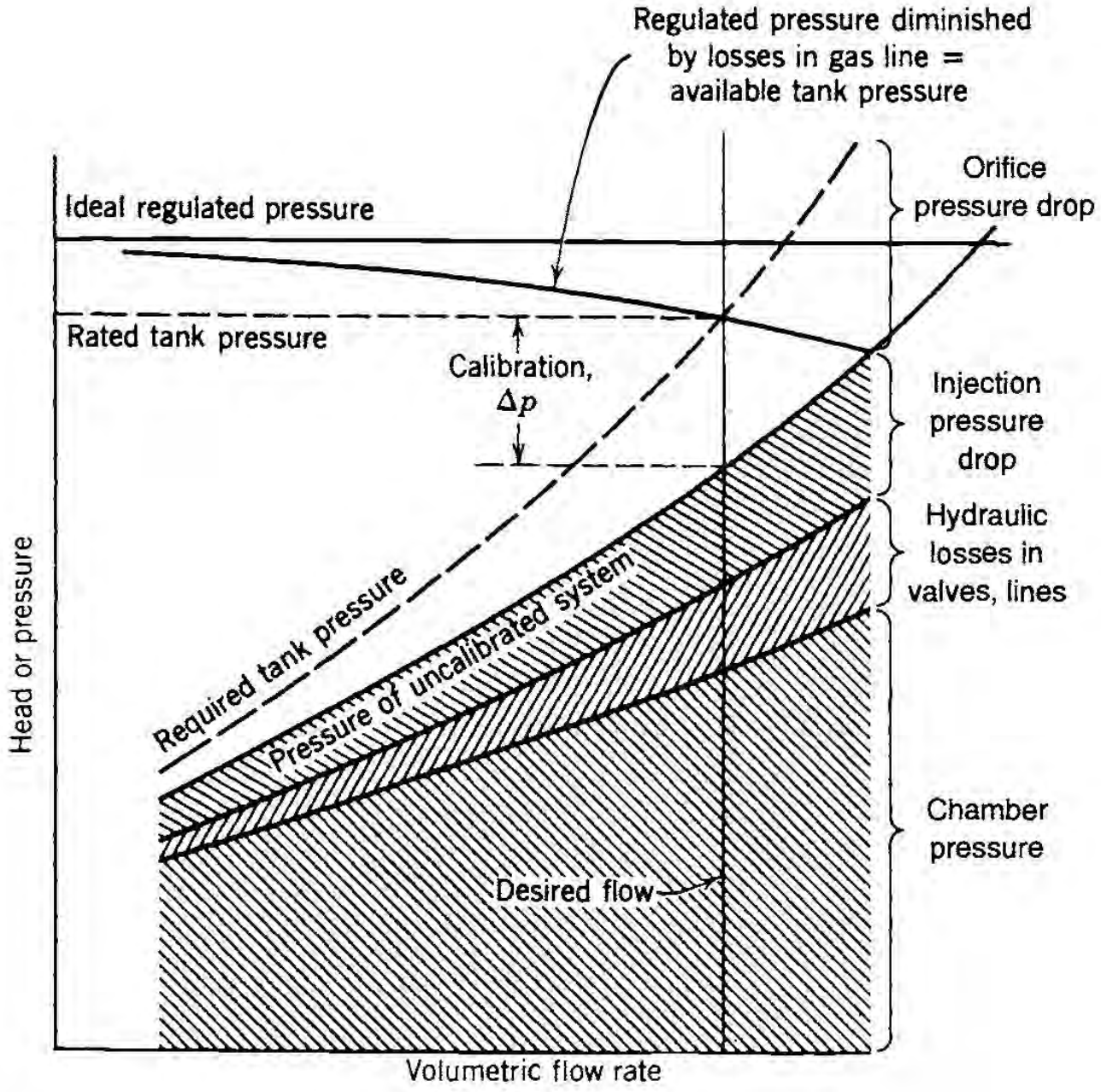



Figure 18.21: Individuazione del punto operativo di un sistema a gas in pressione.

nei serbatoi (decrescente).

#### 18.7.5.2 Sistema di alimentazione a turbopompe

Il sistema di alimentazione a gas pressurizzante è concettualmente semplice, ma comporta come detto serbatoi pesanti, specie se si desidera operare con $p_c$ elevate per ottenere elevate prestazioni. Invece, nel sistema di alimentazione a turbopompe, i propellenti sono pressurizzati mediante pompe, azionate da turbine che sfruttano una piccola parte dell'energia liberata nella combustione. In questo modo si possono realizzare serbatoi leggeri, in quanto i propellenti vengono posti in pressione *a valle* dei serbatoi, e si possono di conseguenza anche raggiungere valori elevati della pressione in camera di combustione.

La turbina (o le turbine) è azionata grazie all'espansione di un gas caldo, che può essere prodotto in diversi modi. Il sistema costituito dalla turbina e dalla pompa (turbopompa) può essere realizzato mediante diverse configurazioni, che si inquadrano in due classi principali:

- *Ciclo Aperto*: il gas di scarico della turbina è espulso attraverso un ugello separato (o più ugelli), oppure re–iniettato nel divergente dell'ugello, in una posizione nella quale la pressione locale dei gas sia circa pari (in effetti un poco inferiore, per consentire il deflusso) a quella all'uscita della turbina (turbina in parallelo con la camera di combustione);
- *Ciclo Chiuso*: il gas di scarico della turbina è re–iniettato nella camera di combustione (turbina in serie con la camera di combustione).

Si possono avere diverse configurazioni. Sia nei cicli aperti che in quelli chiusi si può avere un'unica turbina che aziona due pompe (per il combustibile e l'ossidante) sullo stesso albero (eventualmente tramite riduttori), oppure una turbina per ciascuna pompa. Può essere necessario adottare più pompe in serie per ciascun propellente (per esempio si può introdurre una pompa *booster*, a bassa velocità e prevalenza[3], per evitare la cavitazione, vedi par. 18.7.5.3). Per produrre il gas caldo che aziona la turbina, si possono considerare diverse soluzioni:

- gas generato in un apposito componente detto generatore di gas (o precombustore in alcuni casi), alimentato nella grande maggioranza dei casi da una piccola frazione delle portate degli stessi propellenti (sebbene con un valore di $O/F$ diverso da quello che si adotta in camera), oppure da propellenti specifici, come un propellente solido (in particolare all'avviamento del gruppo turbopompe), o anche un monopropellente;
- gas spillato direttamente dalla camera di combustione;

[3] La prevalenza è definita come $\Delta p/(\rho\, g)$, quindi, assegnato il propellente, è indicativa del salto di pressione (espresso in metri).

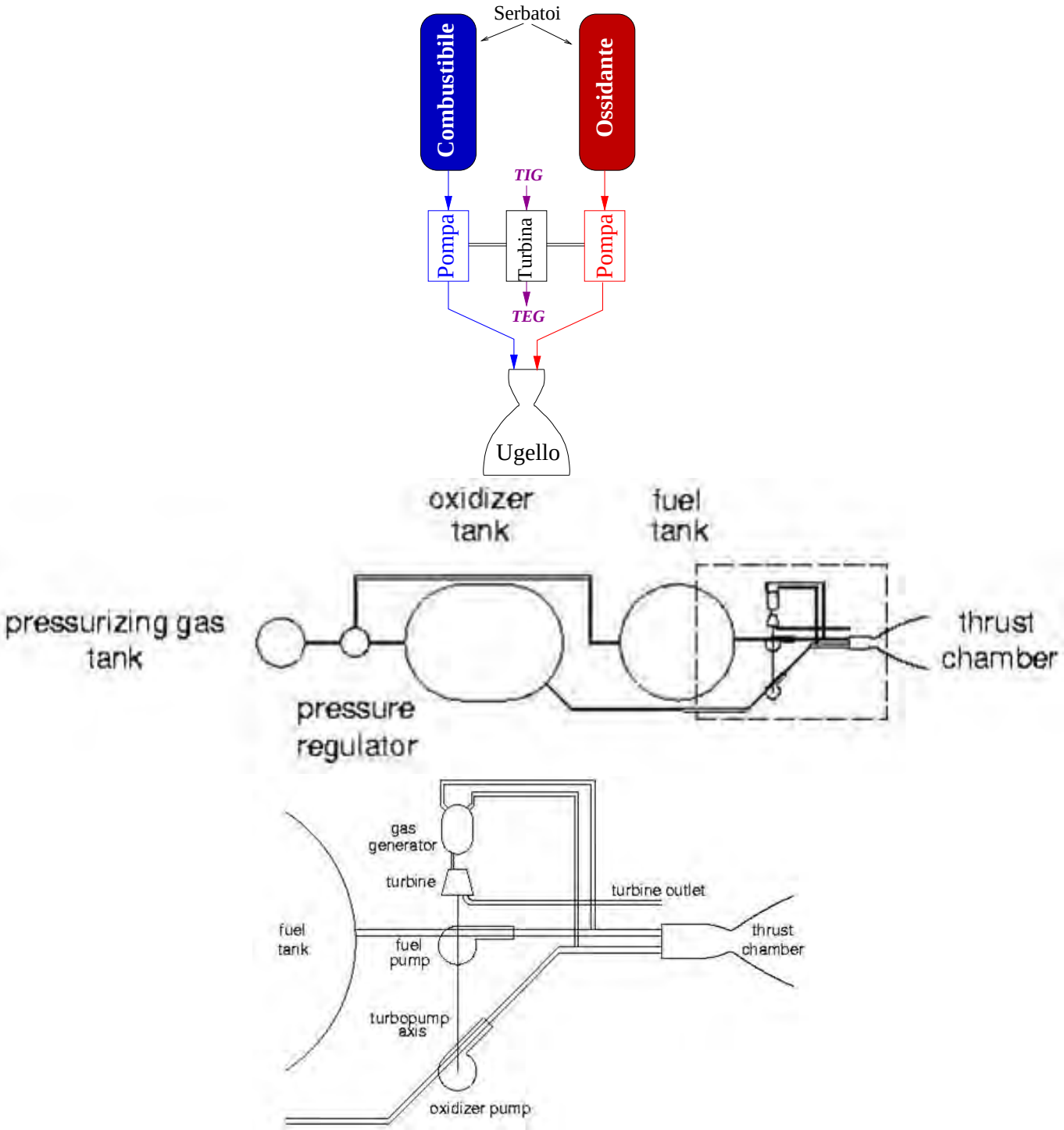



Figure 18.22: (alto) Schema di un sistema di alimentazione a turbopompe, (centro) taglia indicativa dei diversi componenti, (basso) dettaglio del sistema di alimentazione.

- in sistemi utilizzanti combustibili criogenici, si può utilizzare il combustibile che è vaporizzato dopo aver raffreddato la camera di spinta (ciclo *expander*).

La potenza meccanica da conferire al propellente da parte delle pompe per elevarne la pressione di un'entità $\Delta p$ può essere ricavata, *nel caso ideale*, a partire dalla relazione di Gibbs (2.63) scritta per flusso *isentropico*, che dà il lavoro necessario, per unità di massa, per innalzare la pressione del fluido di un infinitesmo $dp$

$$dL'_p \;=\; dh \;=\; \frac{dp}{\rho} \tag{18.32}$$

ed essendo la densità $\rho$ del liquido costante, si ottiene in termini finiti

$$L'_p \;=\; \frac{\Delta p}{\rho} \tag{18.33}$$

La potenza sarà quindi il prodotto della portata in massa per il lavoro per unità di massa

$$P' \;=\; \dot{m}\,\frac{\Delta p}{\rho} \;=\; \Delta p\,\dot{\mathcal{V}} \tag{18.34}$$

avendo indicato con $\dot{\mathcal{V}}$ la portata *volumetrica* di propellente $\dot{m}/\rho$ (in $\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$). Nel *caso reale* dovremo introdurre i rendimenti isentropici delle pompe del combustibile $\eta_{p,fu}$ e dell'ossidante $\eta_{p,ox}$, per cui le potenze necessarie risultano rispettivamente

$$P_{p,fu} \;=\; \frac{\dot{m}_{fu}}{\eta_{p,fu}}\,\frac{\Delta p_{fu}}{\rho_{fu}} \tag{18.35}$$

$$P_{p,ox} \;=\; \frac{\dot{m}_{ox}}{\eta_{p,ox}}\,\frac{\Delta p_{ox}}{\rho_{ox}} \tag{18.36}$$

Osserviamo che, essendo i propellenti allo stato liquido (quindi $\rho$ elevata), la potenza necessaria ad elevarne la pressione è di gran lunga inferiore a quella necessaria a comprimere un gas, a parità di salto di pressione.

Dovremo poi considerare i rendimenti meccanici delle due pompe, $\eta_{mp,fu}$ e $\eta_{mp,ox}$, nonché quello della turbina (supponiamo per semplicità sia una sola che aziona entrambe le pompe), per cui infine la potenza meccanica $P_t$ che la turbina deve estrarre dal fluido risulta data dal seguente bilancio

$$\eta_{m,t}\, P_t \;=\; \frac{P_{p,fu}}{\eta_{mp,fu}} + \frac{P_{p,ox}}{\eta_{mp,ox}} \tag{18.37}$$

Parallelamente a quanto indicato alla fine del par. 18.7.5.1, la fig. 18.23 consente di individuare le condizioni operative di un sistema a turbopompe, questa volta date dall'intersezione della curva della pressione richiesta (crescente con la portata) e della curva caratteristica della pompa (pressione fornita in funzione della portata richiesta). Quest'ultima curva è anch'essa tipicamente decrescente perché all'aumentare della portata attraverso la pompa aumentano le cadute di pressione attraverso di essa.

Esaminiamo ora brevemente i diversi cicli utilizzati (per quanto in realtà siano possibili un gran numero di varianti):

**Ciclo a Generatore di Gas (aperto)** Lo schema di questo ciclo è illustrato in fig. 18.24, che si riferisce al caso in cui gli stessi propellenti vengono utilizzati nel generatore di gas e nella camera di combustione principale. Dopo essere stati pressurizzati dalle pompe (P), una piccola parte della portata dei propellenti liquidi, anziché andare direttamente (od eventualmente dopo essere stato utilizzata per raffreddare la camera di spinta) in camera di combustione, viene inviata nel generatore di gas (GG). Questo è una camera di combustione in cui i propellenti sono miscelati in proporzione tale da avere una temperatura all'uscita compatibile con quella massima ammissibile dalle turbine. Diversamente da quanto avviene per motori aeronautici, in questo caso si possono accettare anche rendimenti bassi (essendo la potenza elaborata dalla turbina una piccola frazione di quella sviluppata in camera) e palette non raffreddate, allo scopo di ridurre al massimo il peso (e il costo) delle turbopompe. La temperatura dei gas all'ingresso in turbina dovrà pertanto essere limitata a non più di 900 K (orientativamente), adottando perciò rapporti $O/F$ alquanto più lontani dallo stechiometrico rispetto al valore adottato nella camera di combustione principale. Le portate di propellente nel generatore di gas sono molto ridotte rispetto a quelle complessive elaborate dalle pompe (si tratta in genere

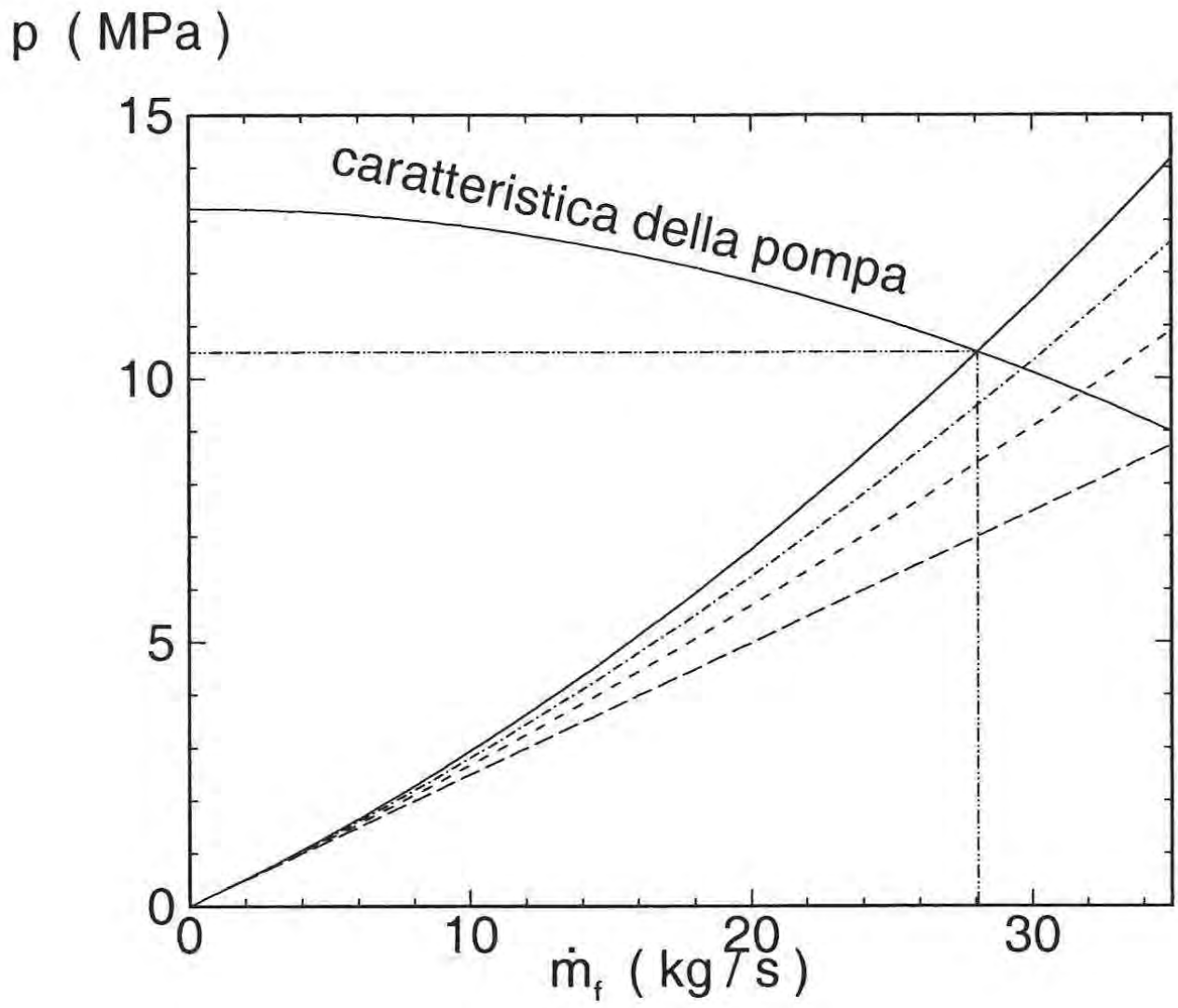



Figure 18.23: Individuazione del punto operativo di un sistema a turbopompe.

dell'1–5%). Tra le proprietà di questo ciclo vanno ricordate la relativa semplicità, l'ampia possibilità di regolazione con piccole variazioni di portata, ma le prestazioni sono lievemente inferiori rispetto ai cicli chiusi, in quanto in un ciclo aperto i prodotti di scarico del generatore di gas espandono a partire da una pressione inferiore a quella che si ha nella camera di combustione principale;

**Ciclo *expander* (chiuso).** Il ciclo *expander* è illustrato schematicamente in fig. 18.25. In questo caso non è presente un generatore di gas, ma il gas per la turbina è il propellente impiegato come refrigerante della camera di spinta, che quindi vaporizza. Rispetto al ciclo a generatore di gas

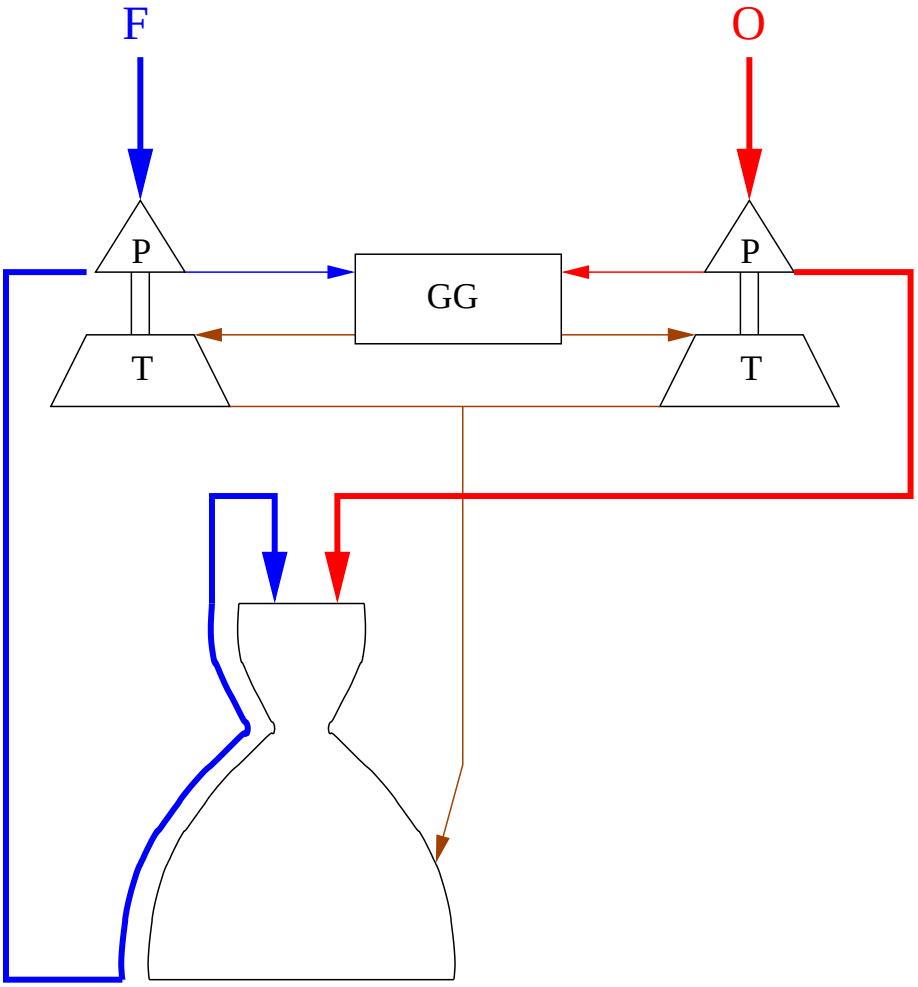


Figure 18.24: Schema di sistema a turbopompe con ciclo a generatore di gas (in questo caso si è assunto che i prodotti del generatore di gas siano re–iniettati nell'ugello), ed esempio applicativo (motore Vulcain Mk1, in cui i prodotti dei due generatori defluiscono da ugelli separati).

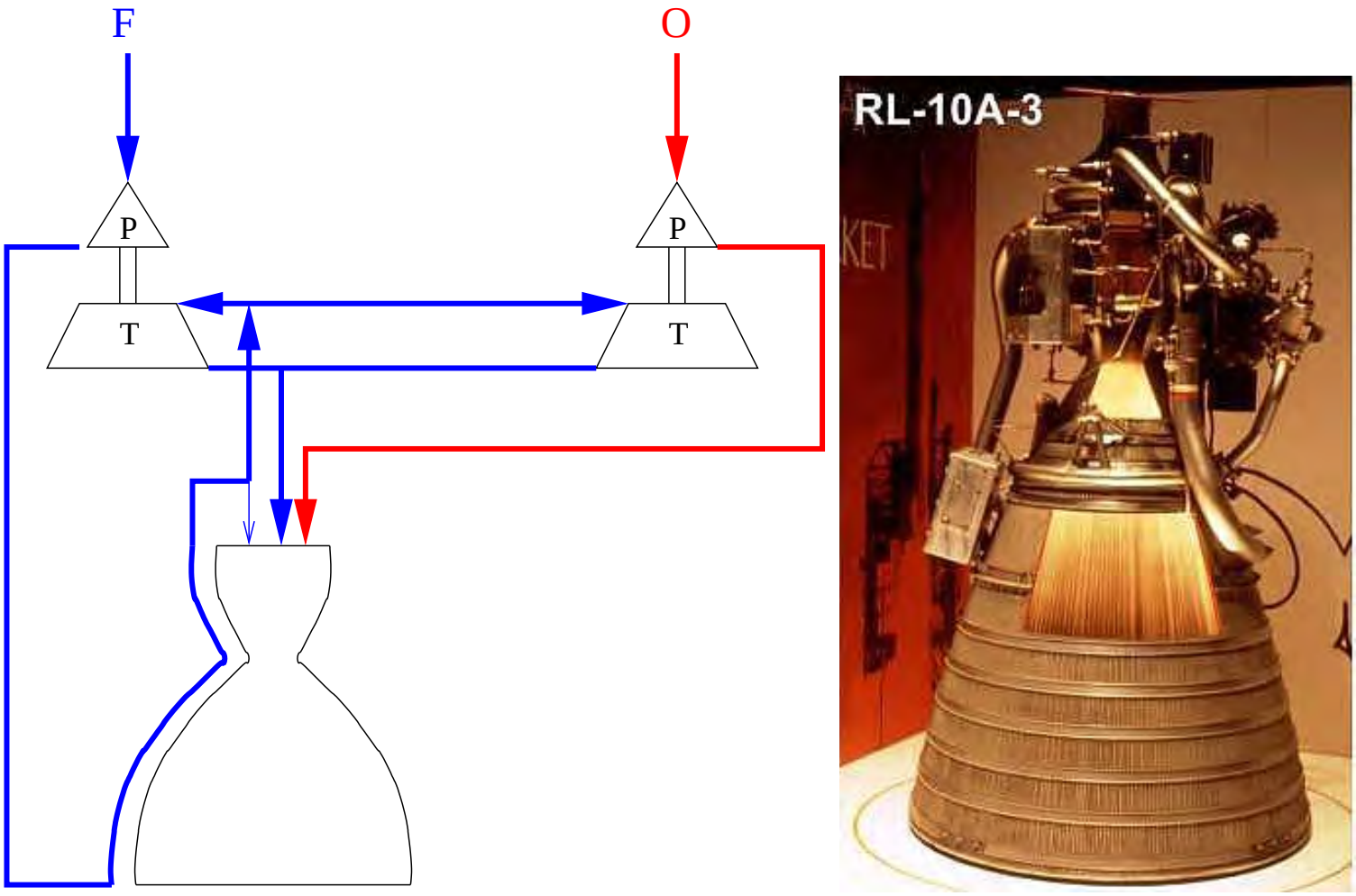



Figure 18.25: Schema di sistema di alimentazione a turbopompe con ciclo *expander* ed esempio applicativo (motore di stadio superiore LOX/LH2 RL-10A-3).

bisogna considerare che il rapporto di pressione utilizzabile in turbina è limitato dal fatto che il gas, dopo essere stato elaborato in turbina, deve essere immesso in camera di combustione (ciclo chiuso). Quindi per ottenere $p_c$ sufficientemente elevate, bisognerà utilizzare turbine con limitati rapporti di pressione ma elevate portate. Ad esempio, in cicli *expander* in cui il combustibile e refrigerante è l'idrogeno, dall'85% al 95% dell'idrogeno va mandato in turbina.

Si tratta di un ciclo relativamente semplice (quindi più affidabile), ma per quanto detto limitato nella pressione massima conseguibile in camera di combustione (al più fino a 7 MPa).

**Ciclo *staged combustion* (chiuso)** .

Il ciclo *staged combustion* (ciclo a combustione stadiata, o ciclo a precombustione, vedi fig. 18.26) è simile al ciclo a generatore di gas, ma il gas in uscita dalla turbina viene immesso nella

camera di combustione principale anziché essere espulso separatamente. Per questa ragione la prima camera di combustione, dove parte dei propellenti viene bruciata per alimentare la turbina, viene detta in questo caso *precombustore* (in quanto lo stesso propellente passa prima attraverso precombustore e poi nella camera di combustione principale). Poiché la pressione *all'uscita* del precombustore dovrà essere abbondantemente al disopra del valore in camera, per superare le perdite attraverso la piastra ad iniettori (mentre nel ciclo a generatore di gas non sussistono vincoli rispetto alla $p_c$), la pressione *in ingresso* al precombustore sarà *alquanto* superiore a $p_c$, per cui le pompe devono fornire un $\Delta p$ più elevato rispetto al sistema a generatore di gas, pertanto saranno più pesanti e richiederanno una maggiore potenza, quindi una più grande frazione della portata dei propellenti dovrà essere inviata nel precombustore. Per esempio, nel caso dei motori principali dello *Space Shuttle*, SSME (*Space Shuttle Main Engine*), per quanto la pressione in camera sia dell'ordine di 20 MPa, la pressione all'uscita della pompa dell'ossidante è di 30 MPa, e quella all'uscita della pompa del combustibile (il quale deve raffreddare la camera di spinta) è di ben 45 MPa. Il sistema di alimentazione dello SSME è schematizzato in fig. 18.26b; tutto il combustibile e solo parte dell'ossidante vanno nel precombustore (indicato come $PC$ nella fig. 18.26a), per assicurare una temperatura accettabile in turbina. Poiché tutta la portata di propellente evolve attraverso lo stesso rapporto di pressione $p_c/p_e$, si hanno prestazioni lievemente superiori, in termini di $u_{eq}$, ai cicli aperti. Il sistema tuttavia è più pesante e più complesso.

#### 18.7.5.3 Cavitazione nelle pompe

Se applichiamo l'equazione di Bernouilli tra le condizioni nel serbatoio (indice *tank*) di un generico propellente e le condizioni all'aspirazione (indice *asp*) della relativa pompa, otteniamo, trascurando le perdite

$$p_{tank} + \frac{\rho\, u_{tank}^2}{2} = p_{asp} + \frac{\rho\, u_{asp}^2}{2} \tag{18.38}$$

ma essendo la velocità del flusso nel serbatoio, di grande sezione trasversale, trascurabile rispetto a quella all'aspirazione, possiamo da questa ricavare la pressione all'aspirazione come

$$p_{asp} \simeq p_{tank} - \frac{\rho\, u_{asp}^2}{2} \tag{18.39}$$

dalla quale si evince che la pressione all'aspirazione è inferiore a quella nel serbatoio, e può scendere

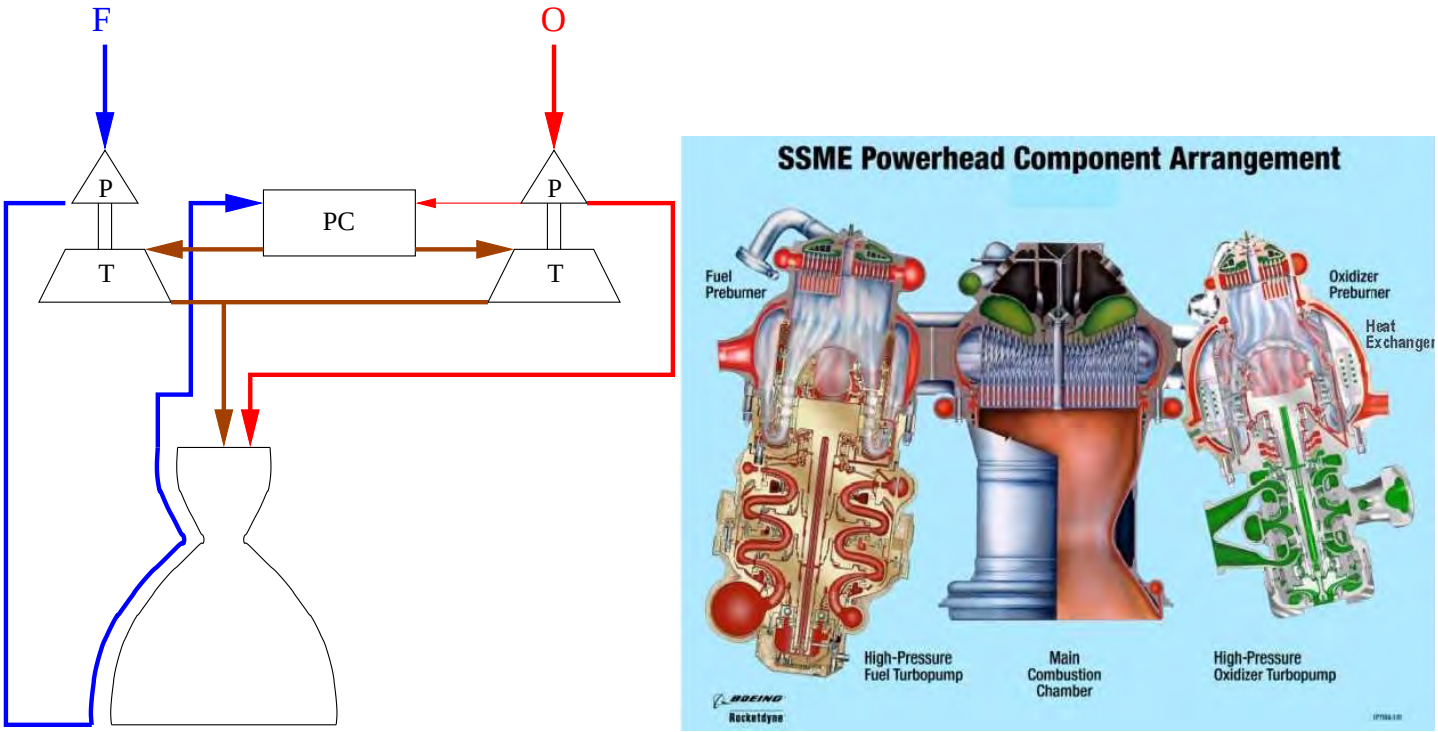
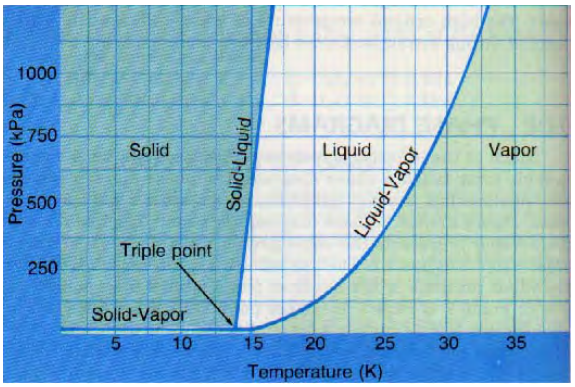



Figure 18.26: Schema di sistema di alimentazione a turbopompe con ciclo *staged combustion* ed esempio applicativo (motore principale LOX/LH2 dello *Space Shuttle*).

sotto la pressione di vapore alla temperatura del propellente, $p_{vap}(T)$, funzione della temperatura del propellente, vedi fig. 18.27. Da questa figura si può vedere come un propellente originariamente allo stato liquido, per effetto di una caduta di pressione può passare allo stato gassoso. In queste condizioni si ha formazione di bolle di vapore, le quali vengono poi trascinate attraverso la pompa verso stadi a pressione più alta [di $p_{vap}(T)$], ove esse implodono, generando forti onde di pressione. Questo fenomeno è chiamato cavitazione; in pompe per applicazioni di terra, esso può distruggere la pompa in un'ora. Nel caso di un endoreattore, il danneggiamento della pompa è un problema relativo, in quanto la durata di funzionamento del motore è di pochi minuti al massimo; tuttavia le onde di pressione possono innescare l'instabilità di combustione, vedi par. 18.8. Per prevenire la cavitazione, occorre dare una lieve pressurizzazione ai serbatoi, mediante gas in pressione stivato in un serbatoio apposito; le quantità di gas pressurizzante richiesto sono tuttavia molto piccole rispetto a quelle richieste dai sistemi di alimentazione a gas in pressione.



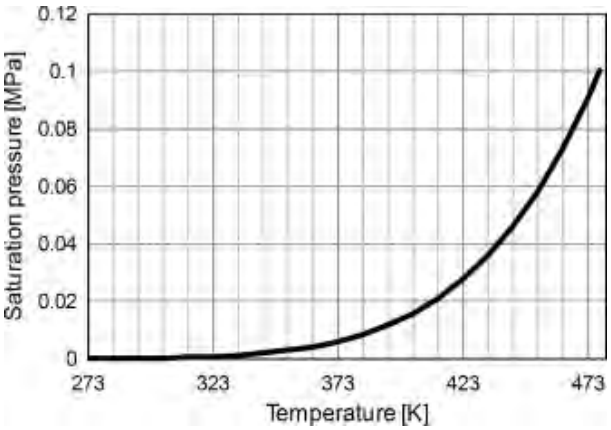




Figure 18.27: (sinistra) Diagramma di stato dell'idrogeno, da [130]; (destra) pressione di vapore del cherosene, da [131].

### 18.7.6 Serbatoi

I serbatoi possono costituire gran parte della massa strutturale degli endoreattori. Il numero e le caratteristiche dei serbatoi dipendono dal particolare tipo di endoreattore considerato. Per avere un'idea delle differenze si considerano i casi più generali. Nel caso di un sistema monopropellente può essere sufficiente un solo serbatoio, mentre in uno bipropellente occorrono almeno due serbatoi distinti: uno per il combustibile, l'altro per l'ossidante. Negli endoreattori alimentati mediante gas pressurizzante occorre un ulteriore serbatoio per tale gas (peraltro, come detto, un piccolo serbatoio di gas è necessario anche nei sistemi a turbopompe per evitare la cavitazione).

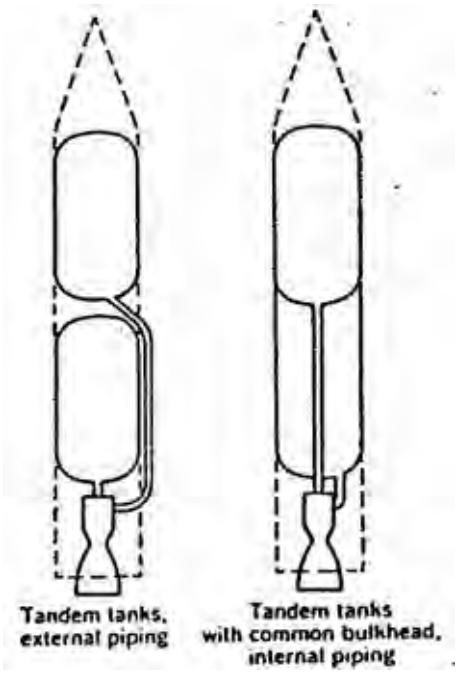



Figure 18.28: Disposizione dei serbatoi.

I requisiti che devono soddisfare i serbatoi sono al solito minimo peso, compatibilità con i propellenti (problema che si può rivelare decisivo) e resistenza strutturale ai carichi cui sono soggetti, e cioè peso e pressione dei liquidi o gas. In particolare, quanto maggiore è la pressione del liquido o gas stivato nel serbatoio, tanto maggiore dovrà essere lo spessore delle pareti del serbatoio e quindi il suo peso.

Un ruolo importante è anche giocato dalla forma, per la quale non si può sempre adottare quella più conveniente in termini di peso. Infatti quest'ultima sarebbe, a parità di pressione e volume, quella sferica. Questa forma è però poco adatta per i veicoli che operano nell'atmosfera, per cui si preferisce una forma allungata (cilindrica con calotte ellissodali alle estremità).

Possiamo in generale distinguere tra tre tipologie di serbatoi:

**Alta pressione (20 – 40 MPa).** Di solito sferici (per limitare il rapporto superficie/volume, dato l'elevato spessore delle pareti necessario per resistere a tali elevate pressioni, e quindi il peso), sono destinati a contenere il gas pressurizzante negli endoreattori alimentati appunto a gas in pressione;

**Media pressione (2 – 6 MPa).** Contengono i propellenti liquidi negli endoreattori con sistema di alimentazione a gas pressurizzante (la pressione dei liquidi nei serbatoi deve essere superiore a $p_c$).

**Bassa pressione (0.1 – 0.6 MPa).** Destinati a contenere i propellenti liquidi negli endoreattori con sistema di alimentazione a turbopompe (una leggera sovrapressione è necessaria per evitare problemi di cavitazione nelle pompe).

Per i serbatoi dei propellenti criogenici è necessario prevedere un isolamento termico dei serbatoi per contenere il *boil–off* (lenta evaporazione del liquido criogenico); esso è realizzato mediante materiali isolanti espansi, che tuttavia comportano un certo aumento di peso e di ingombro, con conseguente aumento anche della resistenza aerodinamica.

La fig. 18.28 mostra due diverse disposizioni dei serbatoi di combustibile ed ossidante. In quella di sinistra, i due serbatoi sono separati ed il propellente del serbatoio superiore fluisce verso la camera di spinta attraverso una linea esterna al serbatoio inferiore. Nella configurazione di destra invece, detta *common bulkhead*, i due serbatoi hanno in comune una calotta, e la tubazione che conduce dal serbatoio superiore alla camera di spinta passa attraverso il serbatoio inferiore. Quest'ultima disposizione permette di risparmiare il peso di una calotta, e di ridurre lievemente le dimensioni del lanciatore; essa tuttavia può essere adottata solo se le temperature dei due propellenti sono simili, altrimenti essendo separati solo da una calotta e dallo spessore della tubazione, uno dei due potrebbe congelare, l'altro andare in ebollizione, almeno localmente.

## 18.8 Instabilità di combustione in endoreattori a propellenti liquidi

Con il termine *instabilità di combustione* si designa un fenomeno di oscillazione della pressione in camera di combustione, che si verifica tanto negli endoreattori a propellente liquido che in quelli a propellente solido. Tali oscillazioni risultano accettabili solo se la loro ampiezza non supera il 5% circa della pressione in camera nominale, altrimenti, a causa del fortissimo rilascio di energia che si ha in camera di combustione, si innescano processi distruttivi. Il collasso della camera di combustione può aversi o per vibrazioni eccessive, o per l'aumentato scambio termico, come vedremo.

Le instabilità di combustione possono essere classificate in base ai modi spaziali, in base ai modi temporali, ed in base alla loro frequenza.

Una classificazione in base ai modi spaziali distingue, a seconda della direzione di propagazione delle onde di pressione, fra modi longitudinali, vedi fig. 18.29a (le zone che all'istante di tempo considerato risultano in sovrapressione sono denotate con il segno +, quelle in depressione con il segno –), tangenziali e radiali.

In una classificazione in base alle frequenze si distinguono tre classi:

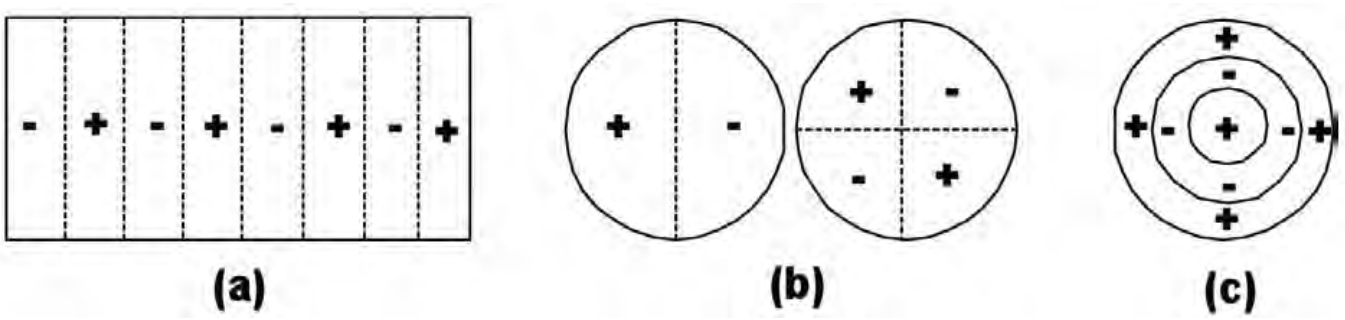



Figure 18.29: Zone di sovrapressione (+) e depressione (–) in instabilità (a) longitudinale, (b) tangenziale, (c) radiale.

- frequenze comprese tra 10 e 400 Hz, che danno luogo ad un'instabilità denominata *chugging* ('ciuf ciuf' di un treno); questa instabilità è dovuta a fenomeni associati con le linee di alimentazione, per esempio, la cavitazione delle pompe;
- frequenze comprese tra 400 e 1000 Hz, con instabilità denominata *buzzing* (ronzio) o *acustica*, dovuta a vibrazioni meccaniche;
- frequenze maggiori di 1000 Hz, che danno luogo ad un'instabilità detta *screaming* (urlo), associate con onde di pressione, e risonanze con frequenze proprie del sistema.

Si noti che per quanto riguarda le frequenze proprie della camera di combustione, quelle longitudinali sono inversamente proporzionali a $n\,L$, dove $L$ indica la lunghezza della camera di combustione ed $n$ un intero, mentre quelle radiali e tangenziali sono inversamente proporzionali a $m\,R$, essendo $R$ il raggio della camera di combustione ed $m$ un intero. Per $n$ o $m$ uguale ad uno si ha il modo a più bassa frequenza (fondamentale), per $n$ o $m$ uguale a due si ha la seconda armonica, etc. Per esempio nella fig. 18.29b si può distinguere il modo tangenziale fondamentale (a sinistra) e la seconda armonica (a destra).

In una classificazione in base ai modi temporali, si distinguono, per le instabilità tangenziali, i moti stazionari da quelli *travelling* o *spinning*, viaggianti o rotanti, vedi fig. 18.37. Le figure riportano schematicamente a sinistra la situazione del campo di pressione al tempo iniziale, ed a destra la situazione dopo un sesto di ciclo.

Per il controllo delle instabilità si ricorre a smorzatori, come possono essere perforazioni praticate sul *liner* (rivestimento) adiacente alla parete della camera di combustione, vedi fig. 18.31 (in alto). I prodotti di combustione 'intrappolati' tra il liner e le pareti della camera sono richiamati verso la camera quando la pressione scende al disotto del valore medio, mentre l'opposto si verifica in corrispondenza ad una sovrapressione; questo comportamento dà luogo ad uno smorzamento analogo a

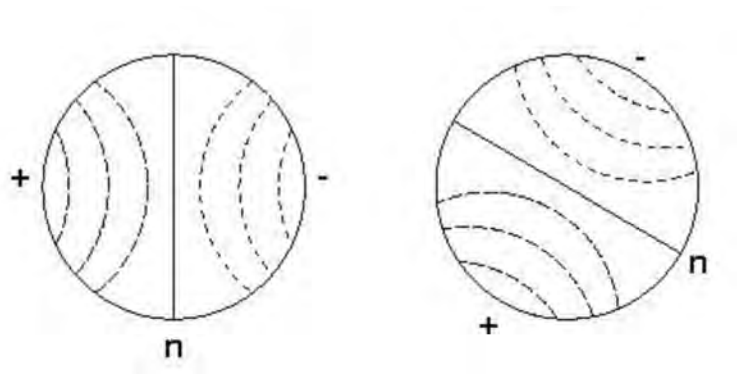



Figure 18.30: Modo tangenziale *spinning* del 1° ordine.

quello introdotto da un ammortizzatore. Possono anche essere utilizzate a questo scopo cavità adiacenti alla piastra di iniezione, vedi fig. 18.31 (in basso). Si possono anche utilizzare setti o deflettori che suddividono il volume della camera ed ostacolano la propagazione delle onde di pressione, vedi fig. 18.10.

Il modo spaziale tangenziale *spinning* è quello più pericoloso, perché tende ad assottigliare enormemente lo strato limite sulle pareti della camera (il quale controlla il coefficiente di scambio termico), causando aumenti del flusso termico alla parete di 4 – 10 volte, e picchi di pressione fino 7 volte il valore nominale.

Per il controllo del *chugging* (che come abbiamo detto è associato con le linee di alimentazione dei propellenti, in particolare con il fenomeno della cavitazione nelle pompe), occorre che le cadute di pressione lungo le linee di alimentazione (compresi gli iniettori) siano superiori al 15% circa della pressione in camera. Questo perché la (2.29) può essere riscritta facendo comparire la portata in massa come

$$\Delta p \;=\; f' \,\frac{\dot{m}^2}{2\,\rho\,A^2}\,\frac{L}{D} \;=\; \frac{8}{\pi^2}\,f'\,\frac{\dot{m}^2}{\rho}\,L \tag{18.40}$$

dove l'ultima espressione vale per condotti circolari; da essa si ricava una relazione tra portata in massa e salto di pressione[4] $\Delta p = p_m - p_c$ attraverso un iniettore (per quanto di valore indicativo)

[4]Qui l'indice $m$ sta per *manifold*, vedi par. 18.7.1.

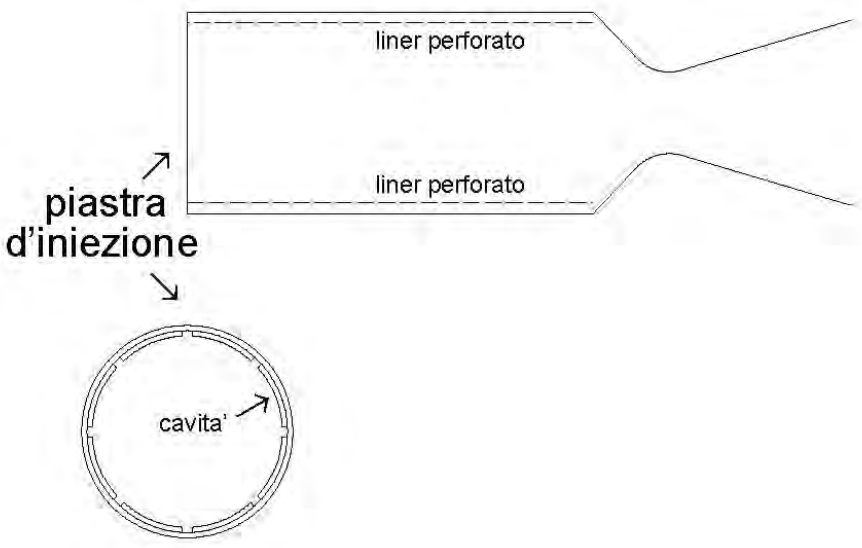



Figure 18.31: Camere di combustione con perforazioni (in alto) e cavità (in basso) per il controllo dell'instabilità.

$$\dot{m} \;=\; \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\rho\,\Delta p}{f'\,L}} \tag{18.41}$$

Da questa espressione si vede che, quando si verifica in camera un aumento di pressione rispetto al valore nominale, per cui la differenza di pressione tra condotto di alimentazione degli iniettori e camera si riduce, la portata si riduce. La camera tende quindi a 'svuotarsi' e la pressione tende perciò a riportarsi al valore nominale. Se invece si ha una depressione in camera, il $\Delta p$ aumenta per cui la portata aumenta, la camera tende a 'riempirsi' e la pressione ancora a ritornare al valore nominale. Affinché tale meccanismo di autoregolazione sia efficace occorre però che la differenza di pressione attraverso gli iniettori sia significativa, come detto almeno il 15% di $p_c$.

Il *buzzing* risulta invece meno pericoloso.

Il controllo dello *screaming* è invece importante, in quanto queste oscillazioni ad alta frequenza sono molto energetiche, e possono portare ad oscillazioni di diverse decine di atmosfere (cioè diversi MPa). È necessario adottare quindi provvedimenti come serbatoi e camere con pareti perforate, come visto in fig. 18.31, cavità per alloggiare gli iniettori, oppure porre deflettori in corrispondenza della piastra ad iniettori, che suddividono lo spazio in prossimità degli iniettori in un certo numero di compartimenti, i quali pertanto hanno assai minore possibilità di interagire tra loro, riducendo così le possibilità di

instabilità.

Un altro effetto che tende a smorzare le instabilità è lo scambio di calore per radiazione. Quando la pressione in camera cresce, aumenta anche il flusso termico per radiazione verso la parete, contribuendo così a far diminuire il carico sulla camera.

Nello studio dell'instabilità i modelli matematici risultano di limitato aiuto, per cui hanno grande importanza i risultati ricavati attraverso l'esperienza. In generale, l'instabilità di combustione è esaltata da alte pressioni in camera, pur desiderabili per avere alti valori della spinta, del coefficiente di spinta e della velocità caratteristica. Occorre quindi come sempre trovare un compromesso.

Si è trovato poi che quanto più il fronte di fiamma che si stabilisce in camera di combustione è vicino alla piastra di iniezione, tanto più probabile risulta il verificarsi di instabilità di combustione. Si può pertanto attenuare l'instabilità aumentando il diametro delle goccioline generate dagli iniettori (ossia aumentando il diametro di quest'ultimi), in quanto questo porta ad un allontamento del fronte di fiamma dalla piastra ad iniettori. Infatti il tempo impiegato da una gocciolina per evaporare è dato dal rapporto tra il calore latente richiesto per l'evaporazione dell'intera goccia (proporzionale alla sua massa, ossia al suo volume, quindi al suo diametro al cubo), diviso la potenza termica ricevuta dalla gocciolina dai gas caldi in camera (proporzionale alla superficie di scambio, cioè al diametro della goccia al quadrato), perciò in definitiva il tempo di evaporazione risulta proporzionale al diametro. Goccioline più grandi pertanto evaporeranno più lentamente, ed il fronte di fiamma si stabilirà ad una maggiore distanza dalla piastra ad iniettori. Questa scelta però non è senza conseguenze: allontanare il fronte di fiamma, ossia la zona dove inizia la combustione, dalla piastra vuol dire ridurre la lunghezza della camera disponibile per completare la combustione, quindi si avrà all'uscita della camera una maggior quantità di incombusti, ossia un rendimento più basso. Si potrebbe contrastare questo effetto adottando una camera più lunga, ma questo comporterebbe un aumento di peso. Al solito, occorre trovare un compromesso tra prestazioni e peso.

Inoltre, bisogna considerare gli effetti sulla dinamica del lanciatore degli *interstadi* smorzanti tra i diversi stadi. La soppressione delle instabilità di combustione rappresenta una delle maggiori voci di costo nello sviluppo di un endoreattore a propellenti liquidi.

## 18.9 *Sloshing* nei serbatoi

Durante il volo del lanciatore, possono verificarsi all'interno dei serbatoi oscillazioni del pelo libero del liquido (*sloshing*), come schematizzato in fig. 18.32, con formazione di onde su tale superficie libera. Questo porta ad uno spostamento del centro di massa del liquido contenuto nel serbatoio, e di conseguenza dell'intero lanciatore. Per effetto della propagazione dell'onda sul pelo libero,

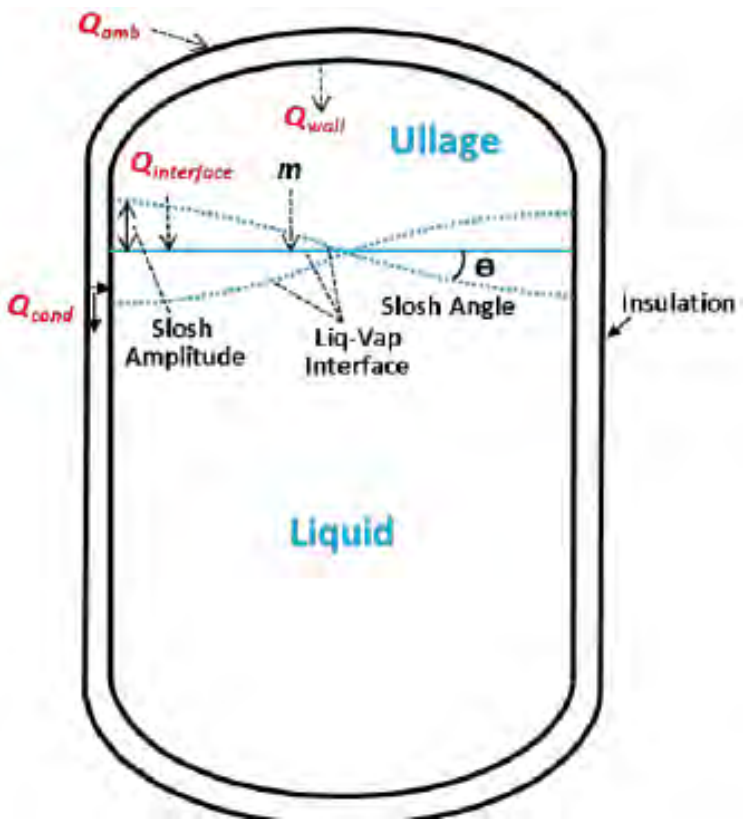



Figure 18.32: Oscillazione del pelo libero di un serbatoio di propellente liquido.

questo spostamento del centro di massa assumerebbe un andamento a pendolo, come illustrato dalla fig. 18.33. Se la direzione della spinta venisse mantenuta in direzione assiale, questo indurrebbe momenti che tenderebbero a far deviare la traiettoria del lanciatore; per compensare questo effetto, occorre ricorrere al *thrust vectoring* dell'ugello. Essendo tuttavia lo spostamento del centro di massa altalenante, questo porta alla necessità di una correzione continua della direzione della spinta, la quale può esaltare ulteriormente lo *sloshing*. Le onde sul pelo libero possono propagarsi anche in direzione circonferenziale, richiedendo una compensazione mediante *thrust vectoring*, che anche in questo caso può esaltare il fenomeno, fino a portare alla perdita del controllo del lanciatore.

Per contrastare il fenomeno dello *sloshing* si possono usare diaframmi circonferenziali, come mostrato in fig. 18.34a, oppure setti per ostacolare i moti in senso circonferenziale, posti su piani meridiani del serbatoio, vedi fig. 18.34b. In quest'ultimo caso, i setti sono perforati per contenerne il peso.

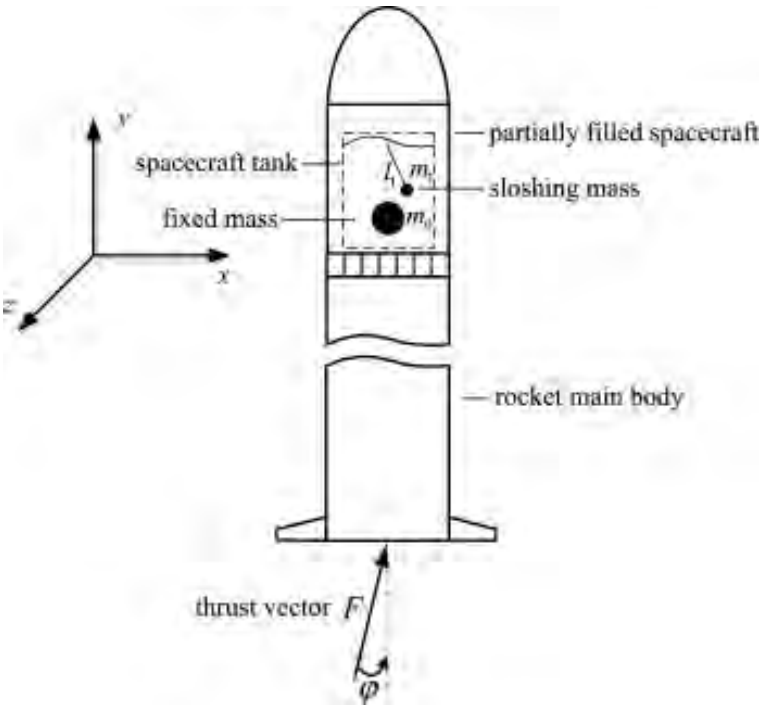



Figure 18.33: Spostamento del centro di massa del propellente dovuto allo *sloshing*, e compensazione del momento indotto per mezzo di *thrust vector control* dell'ugello.

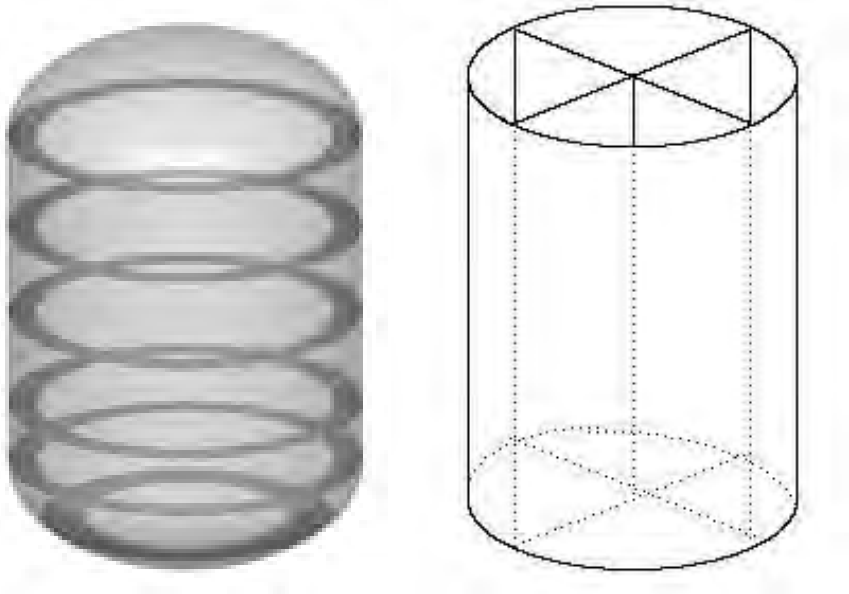


Figure 18.34: Diaframmi circonferenziali e setti su piani meridiani per contrastare lo sloshing.

## 18.10 Sistemi di propulsione secondaria per satelliti e sonde

I satelliti e le sonde per missioni lunari o interplanetarie sono dotati di un sistema propulsivo a bordo, detto di propulsione secondaria o ausiliare, che deve essere acceso molte volte durante la vita operativa del satellite/sonda, al fine di:

1. compensare le perturbazioni orbitali (*stationkeeping*);
2. controllare l'assetto;
3. scaricare le ruote di reazione;
4. effettuare manovre di minore entità.

Tale sistema propulsivo è normalmente integrato con lo *spacecraft* (satellite o sonda), opera ovviamente nel vuoto, e deve effettuare nel corso della sua vita operativa un grandissimo numero di accensioni, che orientativamente può essere compreso tra le migliaia fino ad un milione. Sono quindi necessari sistemi estremamente affidabili, quindi semplici; si ricorre pertanto a soluzioni monopropellente, utilizzanti idrazina, alimentati a gas in pressione mediante un sistema a *blowdown*, ossia il gas pressurizzante defluisce direttamente dal suo serbatoio al serbatoio del propellente, senza regolatore di pressione (organo potenzialmente passibile di malfunzionamento). Ciò implica che, via via che il serbatoio si svuota, il volume a disposizione del gas aumenta, per cui la sua pressione diminuisce, e diminuisce pertanto anche la pressione in camera di combustione, il che porta ad un progressivo deterioramento delle prestazioni, in particolare della velocità efficace d'uscita, per quanto discusso nel par. 17.4, vedi fig. 17.13 in particolare.

### 18.10.1 Controllo dell'assetto

Per poter controllare l'assetto dello *spacecraft* occorre disporre piccoli motori che possono generare una coppia, in entrambi i sensi, rispetto a ciascuno dei tre assi attorno ai quali questo può ruotare, vedi fig. 18.35. Occorrono quindi, per ciascun asse, due motori per generare una coppia in un dato senso, e quattro per poter generare coppie in entrambi i sensi. Per tre assi risultano pertanto necessari 12 motori. Tuttavia, per assicurare la continuità di funzionamento durante tutta la vita operativa del satellite (tipicamente intorno ai 10 anni), occorre prevedere una ridondanza, per cui si adottano tipicamente 24 motori. Il sistema propulsivo prevede quindi due sistemi di alimentazione indipendenti, ciascuno con un proprio serbatoio, per i due gruppi di 12 motori ciascuno, vedi fig. 18.36; le linee di alimentazione dei due rami possono tuttavia eventualmente essere poste in comunicazione

in caso di necessità. Si noti in figura l'assenza di valvole di regolazione della pressione (sistema a *blowdown*); inoltre lungo le linee di alimentazione e sui serbatoi sono presenti elementi riscaldanti (resistenza elettriche) allo scopo di impedire il congelamento dell'idrazina, che come detto si verifca se la temperatura scende sotto 2°C.

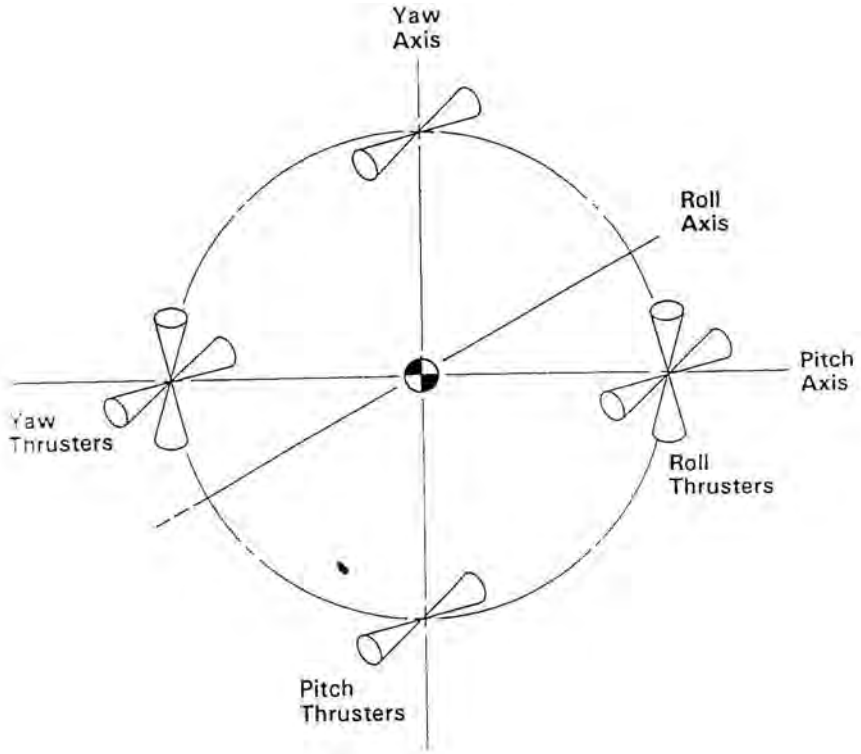



Figure 18.35: Sistema di controllo d'assetto su tre assi.

Una configurazione più semplice per il controllo d'assetto può essere adottata su *spacecrafts* stabilizzati mediante *spin*, ossia ruotanti attorno al proprio asse (configurazione che tuttavia non può essere adottata in molti casi, quali satelliti di telecomunicazione, osservazione terrestre ed astronomica, come pure in sonde interplanetarie che fanno riferimento ad alcune stelle fisse per determinare l'assetto). In questo caso sono in linea di principio sufficienti 6 motori, vedi fig. 18.37; tuttavia, per assicurare una ridondanza, si adottano 12 motori.

### 18.10.2 Desaturazione delle ruote di reazione

Il controllo fine dell'assetto dello *spacecraft* può essere effettuato mediante le ruote di reazione (*reaction wheels*), vedi fig. 18.38. Supponiamo per esempio di voler arrestare una rotazione del satellite con velocità angolare $\omega_0$ intorno ad un dato asse, e sia $L_0$ il corrispondente momento angolare del

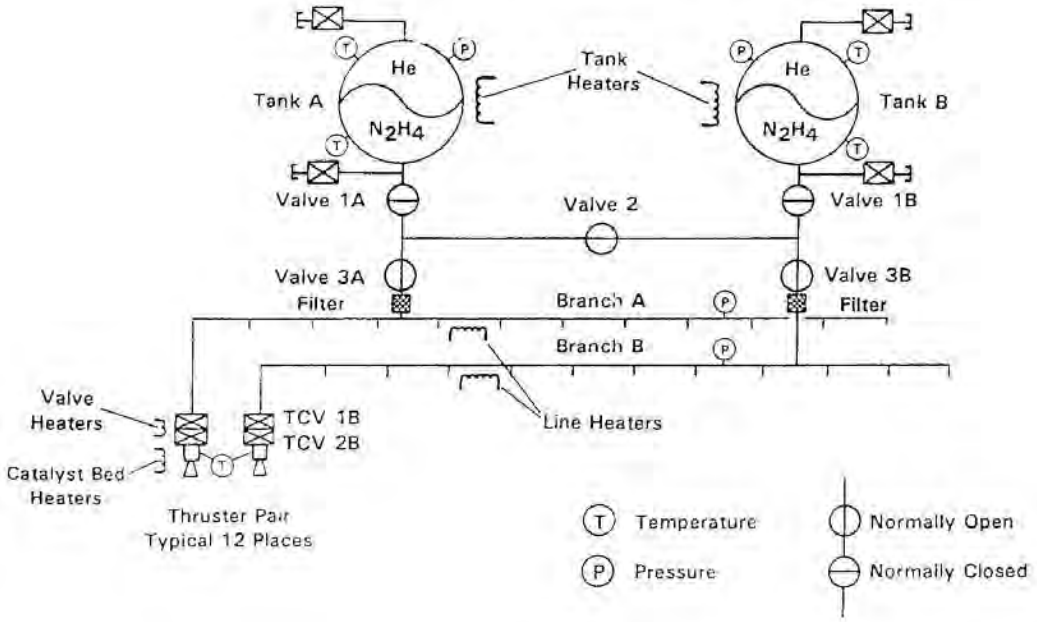



Figure 18.36: Schema delle linee di alimentazione di un sistema per il controllo d'assetto su 3 assi.

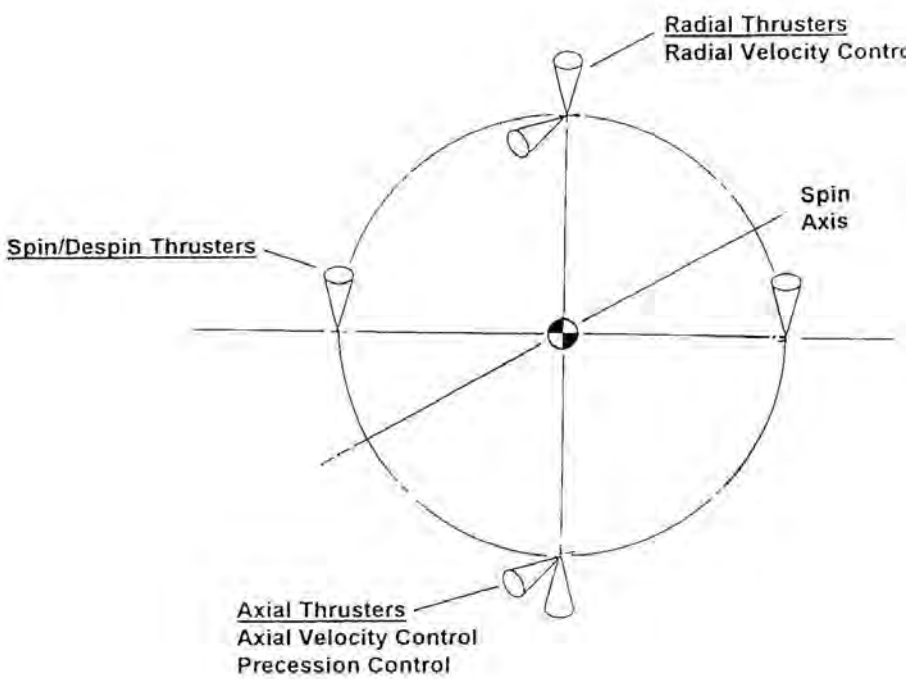



Figure 18.37: Sistema di controllo d'assetto mediante *spin*.

sistema lungo tale asse, prodotto del momento d'inerzia $I$ per la velocità angolare. Il momento d'inerzia dello *spacecraft* lungo l'asse considerato può essere scisso nel momento d'inerzia della ruota di reazione allineata con tale asse $I_{rw}$, ed il momento d'inerzia $I_{rest}$ della restante parte del satellite, per cui il momento angolare può essere scritto come

$$L_0 \;=\; (I_{rw} \,+\, I_{rest}) \,\cdot\, \omega_0 \tag{18.42}$$

Il moto di rotazione dello *spacecraft* può essere arrestato portando (mediante motori elettrici) la ruota di reazione ad una opportuna velocità angolare di rotazione $\omega_{rw}$, tale che

$$L_0 \;=\; I_{rw} \,\cdot\, \omega_{rw} \,+\, I_{rest} \,\cdot\, 0 \tag{18.43}$$

Il momento angolare dell'intero *spacecraft* ovviamente si conserva, ma la sua rotazione viene arrestata, in quanto tutto il momento angolare viene assunto dalla ruota di reazione.

Per assicurare il controllo su tre assi sono quindi necessarie tre ruote, ma per assicurare una ridondanza ne vengono normalmente utilizzate quattro, vedi schema concettuale in fig. 18.39.

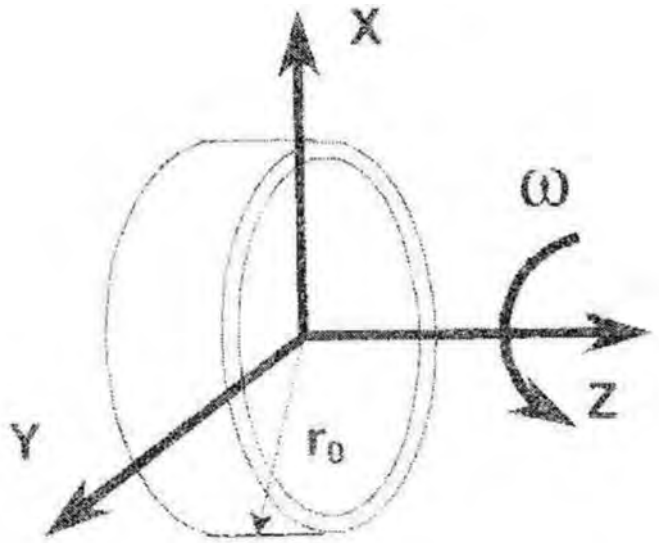



Figure 18.38: Ruota di reazione (la massa è concentrata in un anello per aumentare il momento d'inerzia a parità di massa della ruota).

Quando tuttavia una ruota di reazione ha raggiunto la massima velocità di rotazione consentita dal motore elettrico, ossia è saturata, occorre desaturarla (o scaricarla) applicando al satellite una coppia in senso opposto a quello di $\vec{L}_0$, mediante l'accensione di due motori di controllo d'assetto, vedi fig. 18.35.

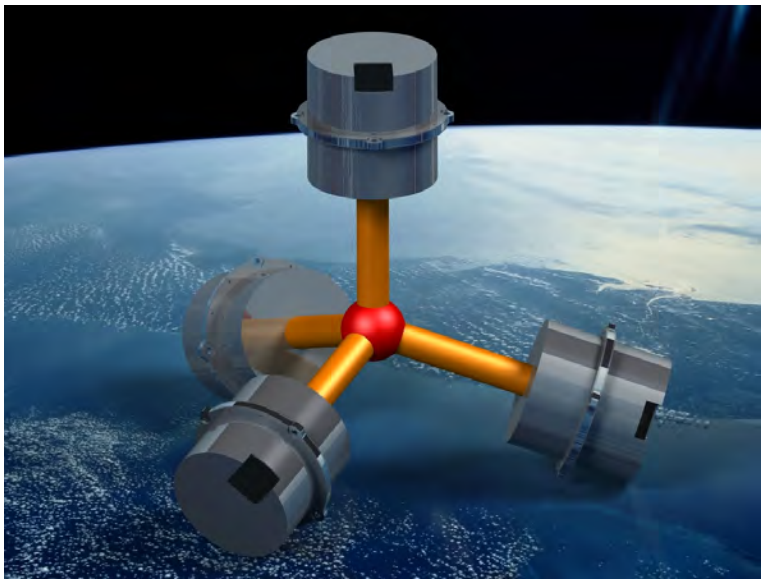


Figure 18.39: Schema concettuale di un sistema di ruote di reazione su quattro assi.

### 18.10.3 Espulsione positiva del propellente

In un satellite od una sonda, nei serbatoi parzialmente svuotati sono presenti sia propellente liquido che sotto forma di vapore, vedi fig. 18.40. Trovandosi in condizioni di assenza di gravità, le due fasi non si stratificheranno, per cui può molto facilmente accadere che al momento dell'accensione del motore non si trovi propellente liquido presso l'uscita verso la linea di alimentazione dei motori, con conseguente impossibilità di avviarli.

Per ovviare a questo inconveniente, occorre adottare *sistemi di espulsione positiva dei propellenti*, che assicurino appunto l'espulsione di propellente liquido. Si possono adottare a tale scopo differenti configurazioni, vedi figg. 18.41 e 18.42, come diaframmi metallici che, sotto l'azione del pressurizzante, si deformano progressivamente riducendo in tal modo il volume a disposizione del propellente, evitando la formazione di sacche di vapori, oppure vesciche di materiale elastico che sfruttano lo stesso principio, oppure pistoni i quali sempre sotto l'azione del gas pressurizzante spingono il propellente liquido verso l'uscita, o ancora cilindri dalle pareti ondulate le quali collassano progressivamente sotto l'azione della pressione del gas.

Altri dispositivi sfruttano il fenomeno della capillarità, che implica che il liquido rimanga preferenzialmente a contatto con una rete metallica per effetti di tensione superficiale, assicurando pertanto la presenza del liquido all'uscita del serbatoio anche in presenza di una fase vapore nel serbatoio.

Dispositivi analoghi devono essere adottati in stadi superiori di lanciatori che, dopo l'iniezione in orbita, devono riaccendersi per effettuare l'inserimento in una traiettoria opportuna, per esempio

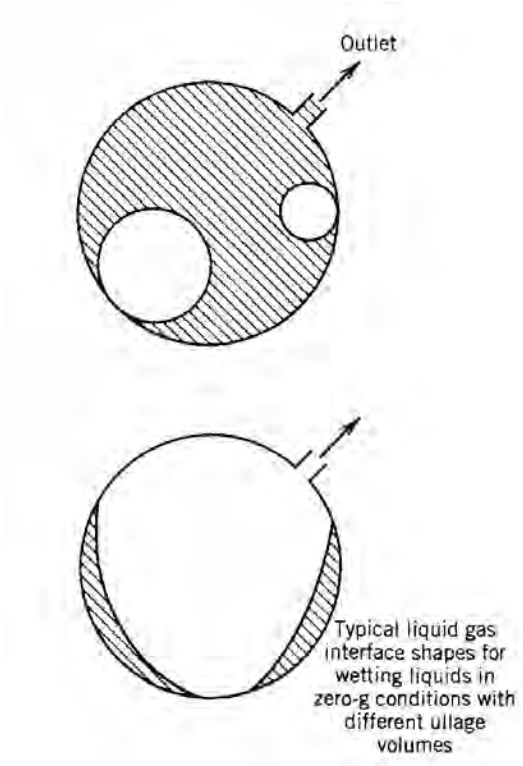



Figure 18.40: Possibili disposizioni di bolle di vapore nei serbatoi in condizioni di assenza di gravità.

lunare o interplanetaria, quando si apre la relativa finestra di lancio.

### 18.10.4 Propellenti per sonde interplanetarie

Nella scelta del propellente per sonde interplanetarie, occorre tenere in conto della possibilità di mantenere i propellenti nei serbatoi allo stato liquido per tutta la lunga durata della missione, la quale oltretutto comporta una variazione della quantità di energia solare ricevuta per effetto dell'allontanamento dal (o avvicinamento al) Sole. Tale propellente è necessario per effettuare manovre di correzione di traiettoria, ed eventuali manovre in prossimità del pianeta obiettivo come inserimento in orbita o atterraggio morbido.

La fig. 18.43 riporta le temperature di equilibrio di un corpo grigio[5] in funzione della distanza dal Sole (espressa in unità astronomiche), la quale deriva da un bilancio tra la potenza radiativa ricevuta da Sole (inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal Sole), e potenza radiativa irradiata dal corpo stesso verso lo spazio (sostanzialmente proporzionale alla quarta potenza della temperatura del corpo); la temperatura di equilibrio è quella per cui questi due termini risultano uguali. La

[5]Ossia le cui proprietà radiative non dipendono dalla lunghezza d'onda della radiazione.

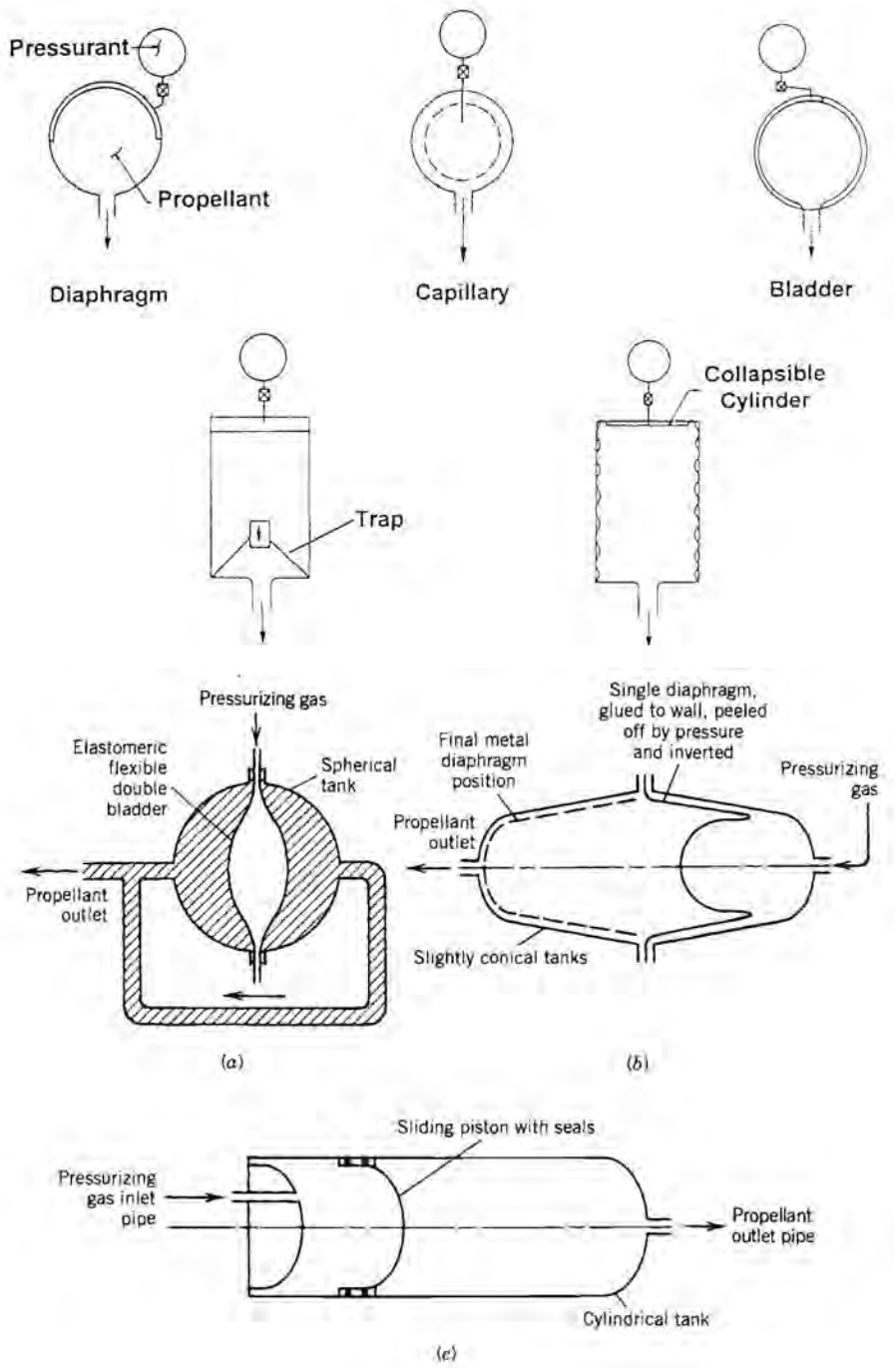



Figure 18.41: Sistemi per l'espulsione positiva dei propellenti.

figura riporta anche le fasce di temperatura entro le quali i diversi propellenti si mantengono allo stato liqido. Per una sonda che si allontana da Sole sarà quindi probabilmente necessario adottare propellenti *storable* quali tetrossido di azoto $N_2O_4$ ed idrazina $N_2H_4$ o MMH, tuttavia al diminuire

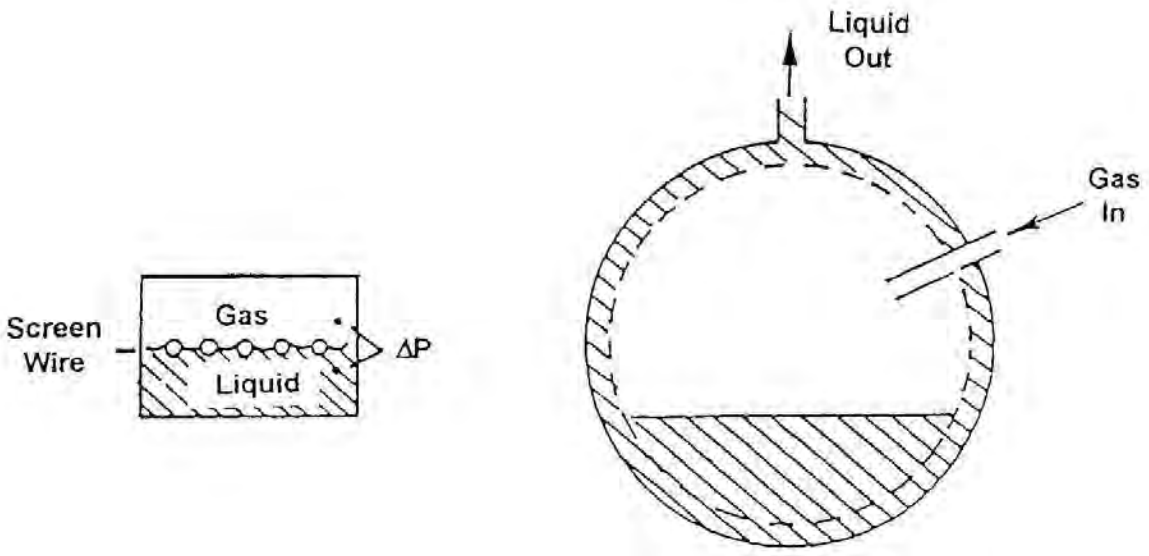



Figure 18.42: Sistema di espulsione positiva per capillarità.

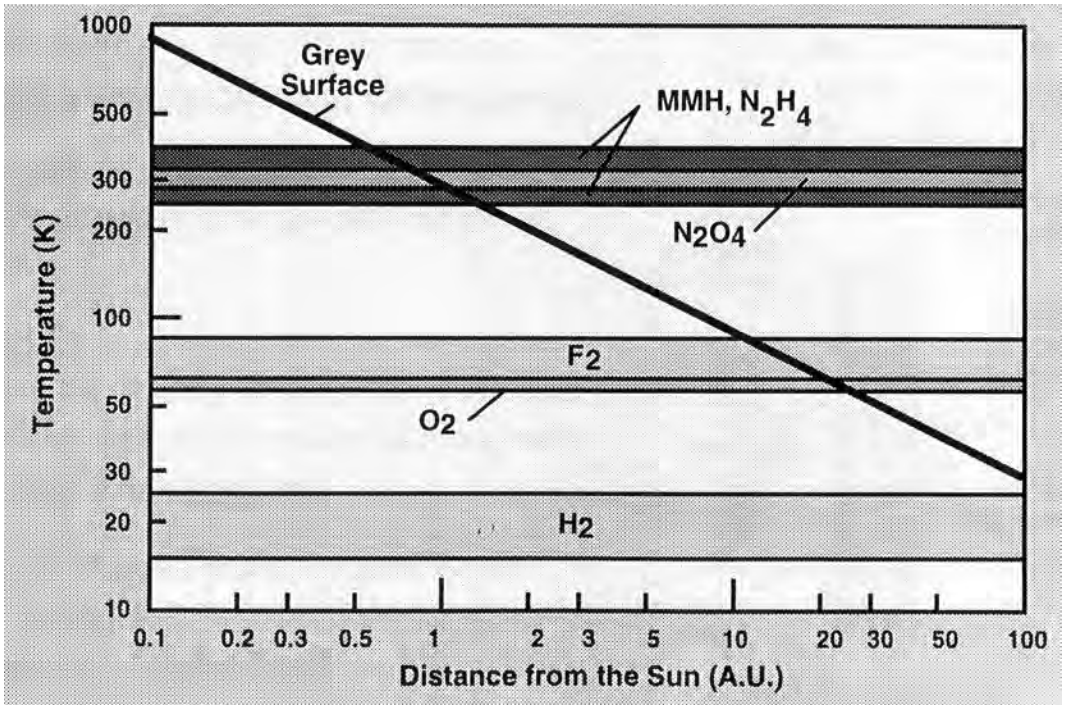



Figure 18.43: Temperature di equilibrio in funzione della distanza dal Sole, e fasce di temperatura entro le quali i propellenti si mantengono allo stato liquido.

della temperatura di equilibrio sarà necessario provvedere a controllare la temperatura dei serbatoi (e delle linee di alimentazione) mediante riscaldatori (resistenze elettriche). I propellenti criogenici

darebbero invece un eccessivo *boil–off* fino a grandi distanze dal Sole. Si tenga comunque presente che è possibile contenere la temperatura dei serbatoi mediante opportuni schermi che li proteggano dalla radiazione solare; questo permette per esempio di utilizzare l'ossigeno liquido (ma certo non l'idrogeno liquido) come propellente *space storable*, anche per valori della distanza dal Sole attorno all'unità.

## 18.11 Combinazione di propellente LOX/LCH4

La fig. 18.44 riporta la velocità efficace d'uscita (ancorché designata come impulso specifico) idealmente ottenibile nel vuoto da diverse combinazioni ossidante/combustibile liquidi, in funzione del rapporto ossidante/combustibile, assumendo una pressione in camera[6] di 100 bar ed un rapporto di espansione dell'ugello pari a 45 (si tratta quindi di condizioni non–standard, a differenza di quelle considerate nel par. 17.4).

Dalla figura risulta chiaramente che la combinazione LOX/LH è quella che dà nettamente le prestazioni migliori. Tuttavia, abbiamo detto che la bassissima densità dell'idrogeno liquido porta a serbatoi di grande volume, e quindi grande sezione trasversale (che implicano pertanto una notevole resistenza aerodinamica), e soprattutto di conseguenza pesanti, come si può constatare dai valori del coefficiente strutturale riportati in fig. 16.5 e 16.6. Inoltre, la forte differenza di temperatura tra la temperatura dell'ossigeno liquido (90 K) ed idrogeno liquido (20 K) impedisce l'uso per i serbatoi di una soluzione *common bulkhead*, vedi par. 18.7.6. Può allora essere interessante considerare la seconda combinazione di propellenti in termini di prestazioni, ossigeno liquido e metano liquido, LOX/LCH4, per la quale, grazie alla limitata differenza di temperatura tra LOX (90 K) e LCH4 (112 K) è possibile adottare serbatoi *common bulkhead*. Soprattutto, la densità del metano liquido (circa 6 volte quella dell'idrogeno liquido) permette di ridurre le dimensioni dei relativi serbatoi, quindi il peso e la resistenza aerodinamica. Di grande interesse risulta inoltre la possibilità di riutilizzo del motore, vedi par. 18.4. La soluzione LOX/LCH4 sta quindi suscitando interesse per i primi stadi dei lanciatori, come testimoniato dallo sviluppo di diversi programmi in questo senso, in Europa (Prometheus), Italia (per quanto in questo caso applicata ad uno stadio superiore, MIRA, del lanciatore Vega), Giappone (LE–8), Russia (RD–169) ed USA (Raptor).

[6] Il bar è pari a $10^6$ barie, dove la baria è l'unità di misura della pressione del sistema cgs (centimetro, grammo, secondo). Risulta 1 bar = 100 kPa $\sim$ 1 atm, motivo per cui il bar è spesso utilizzato per esprimere le pressioni in camera.

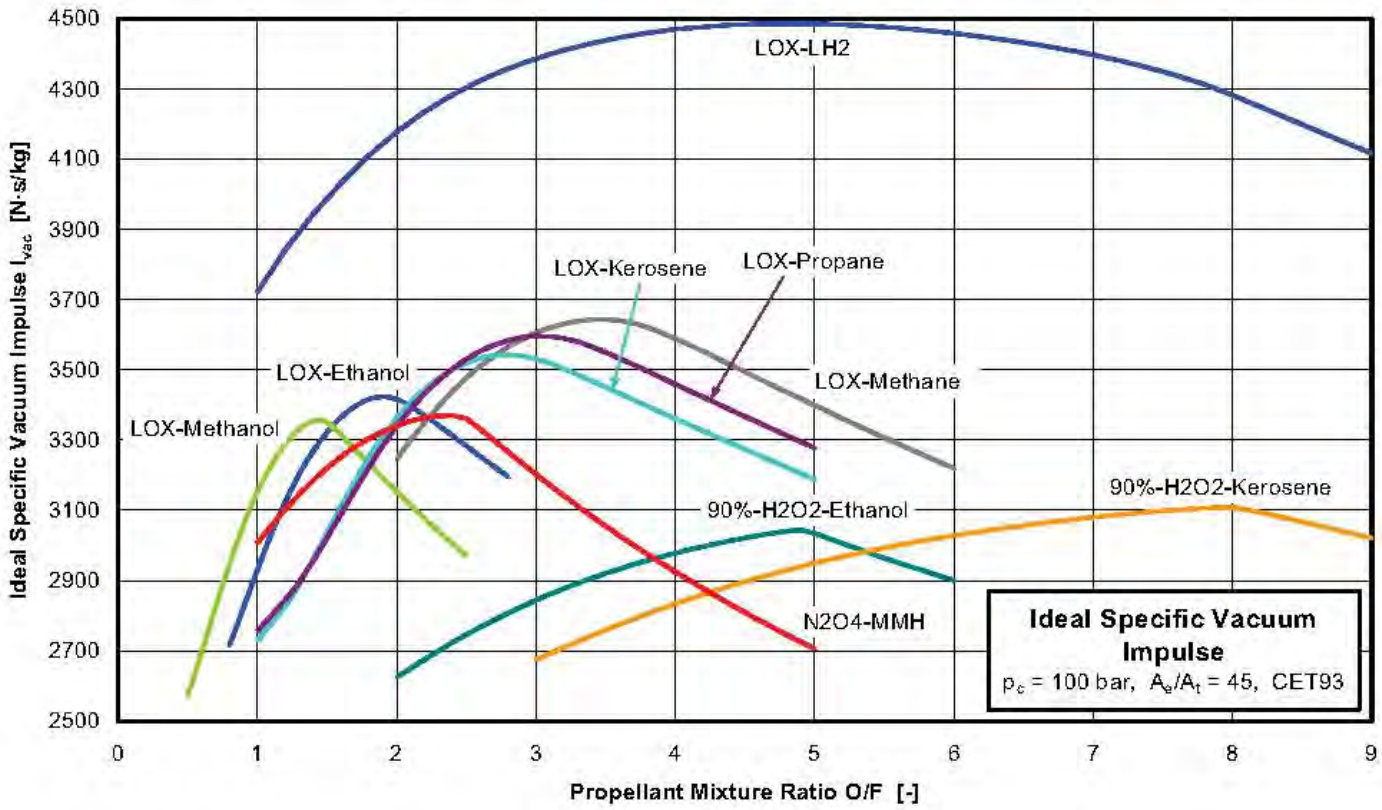



Figure 18.44: Velocità efficace di uscita ideale ottenibile da diverse combinazioni ossidante/combustibile, in funzione del rapporto in massa tra portate di ossidante e combustibile.

# Domande di verifica

1. Quali sono le parti principali che compongono un endoreattore a propellente liquido?
2. Qual è la differenza tra sistema bipropellente e sistema monopropellente?
3. Qual è la differenza tra sistemi criogenici e immagazzinabili (*storable*)?
4. Cosa si intende per propellenti ipergolici?
5. Indicare almeno due tipi diversi di ossidanti usati negli endoreattori a propellente liquido.
6. Indicare almeno due tipi diversi di combustibili usati negli endoreattori a propellente liquido.
7. Qual è il più comune monopropellente?
8. Indicare alcune tra le più comuni combinazioni di combustibile e ossidante utilizzate per gli endoreattori a propellenti liquidi.

9. Cos'è la lunghezza caratteristica di una camera di combustione? Da quali proprietà dipende?

10. Indicare alcuni gas utilizzati come pressurizzanti.

11. Quali sono le differenze tra sistemi di alimentazione a gas pressurizzante e sistemi di alimentazione a turbopompe?

12. Descrivere il funzionamento di un endoreattore a propellente liquido alimentato a gas pressurizzante.

13. Descrivere il funzionamento di un endoreattore a propellente liquido alimentato a turbopompe.

14. Quando conviene utilizzare un sistema a turbopompe rispetto ad un sistema a gas pressurizzante?

15. Qual è la differenze tra ciclo chiuso e ciclo aperto in un sistema di alimentazione a turbopompe?

16. Cos'è l'instabilità di combustione? Quali provvedimenti possono essere adottati per controllarla?

# Esercizi

1. Consideriamo un endoreattore a propellenti liquidi, alimentato da una combinazione LOX/cherosene con rapporto di miscela $O/F$=3, tempo di combustione $t_b$=120 s, pressione in camera $p_c$=7 MPa; si desidera una spinta nel vuoto $F_{vac} = 100$ kN. Sia $T_c = 3500$ K la temperatura in camera, $\mathcal{M} = 22$ kg/kmol la massa molare dei prodotti di combustione, $\gamma = 1.2$ il rapporto dei calori specifici; si vuole inoltre progettare l'ugello in modo da dare una pressione all'uscita $p_e$=50 kPa.

   Determinare il rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon$, la velocità caratteristica $c^*$, il coefficiente di spinta al livello del mare $C_{F,s/l}$ e nel vuoto $C_{F,vac}$, la velocità equivalente a livello del mare $u_{eq,s/l}$ e nel vuoto $u_{eq,vac}$, la portata in massa di propellenti richiesta $\dot{m}$, il diametro di gola dell'ugello $D_t$, la portata di ossidante $\dot{m}_{ox}$ e di combustibile $\dot{m}_{fu}$, la massa complessiva dell'ossidante $m_{ox}$ e del combustibile $m_{fu}$, i relativi volumi $\mathcal{V}_{ox}$ e $\mathcal{V}_{fu}$, ed i volumi dei serbatoi $\mathcal{V}_{tank,ox}$ e $\mathcal{V}_{tank,fu}$, tenendo conto di un *ullage* del 5%.

   Sia inoltre $\kappa_s$=0.08 il coefficiente strutturale dello stadio, $\rho_{ox}$=1140 kg/m$^3$ la densità dell'ossidante e $\rho_{fu}$=800 kg/m$^3$ quella del combustibile. Ipotizzata una massa del carico utile $m_{pl} = 1000$ kg, determinare la massa delle strutture $m_s$, la massa iniziale $m_0$ e quella finale $m_f$, ed infine il $\Delta v$

(ideale) che si ottiene dallo stadio.

→ Dalla (2.74), noto il rapporto $p_c/p_e$, si ricava il numero di Mach all'uscita dell'ugello $M_e = 3.576$, quindi dalla (2.115) si ricava il rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon = 15.35$; tale rapporto può anche essere ottenuto direttamente dalla (17.12). Per ricavare la velocità caratteristica, si calcola dapprima la costante del gas dalla (2.4), che dà $R$= 378 J/(kg K), poi la funzione di Vandenkerckhove dalla (2.8), $\Gamma$=0.6485; quindi dalla (17.10) si ricava $c^* = 1773$ m/s. Il coefficiente di spinta al livello del suolo si ricava dalla (17.8) ponendo $p_a = 101.3$ kPa, quello nel vuoto ponendo ovviamente $p_a$=0; si ottiene $C_{F,s/l} = 1.57$ e $C_{F,vac} = 1.793$. Dalla (17.7) le velocità equivalenti risultano pertanto $u_{eq,s/l} = 2785$ m/s e nel vuoto $u_{eq,vac} = 3179$ m/s. La portata complessiva di propellente si ricava dalla (3.8), data la spinta richiesta nel vuoto, come $\dot{m} = 31.46$ kg/s. La portata di ossidante si ottiene dalla (18.27) come $\dot{m}_{ox} = 23.59$ kg/s, quella di combustibile dalla (18.26), che dà $\dot{m}_{fu} = 7.86$ kg/s. Dalla (2.119) si ricava l'area di gola $A_t = 0.00797$ m$^2$, quindi il diametro di gola $D_t = 0.1$ m. La massa dell'ossidante è $m_{ox} = \dot{m}_{ox} \cdot t_b = 2831$ kg, ed analogamente per il combustibile $m_{fu} = \dot{m}_{fu} \cdot t_b = 944$ kg. I rispettivi volumi dei propellenti sono pertanto $\mathcal{V}_{ox} = m_{ox}/\rho_{ox} = 2.483$ m$^3$ e $\mathcal{V}_{fu} = m_{fu}/\rho_{fu} = 1.18$ m$^3$. Tenendo conto di un *ullage* del 5%, si ottengono i volumi dei serbatoi come $\mathcal{V}_{tank,ox} = 1.05 \cdot \mathcal{V}_{ox}$= 2.608 m$^3$e $\mathcal{V}_{tank,fux} = 1.05 \cdot \mathcal{V}_{fu}$= 1.239 m$^3$.

Nota la massa dei propellenti $m_p = m_{ox} + m_{fu} = 3775$ kg, la massa strutturale si ricava dalla (16.11) come $m_s = 328$ kg. La massa iniziale pertanto è data dalla (16.5) come $m_0 = 5103$ kg, mentre la massa finale dalla (16.6) è $m_f = 1328$ kg. Dalla (16.17) si ricava pertanto $\Delta v = 4279$ m/s.

# Capitolo 19

# Endoreattori a propellenti solidi

## 19.1 Introduzione

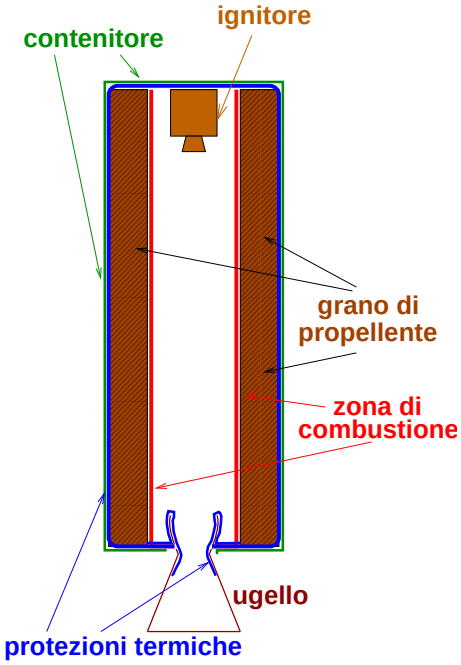



Figure 19.1: Principali componenti di un endoreattore a propellente solido.

I principali componenti di un endoreattore a propellente solido (SRM, *Solid Rocket Motor*[1]) sono schematizzati in fig. 19.1. Si possono distinguere il *grano* di propellente solido, che solitamente brucia sulla faccia interna (vedi oltre), un *ignitore* che avvia la combustione del grano, un ugello (come si

[1]In inglese il termine *engine* è riservato a motori complessi, come turbine a gas, motori alternativi od endoreattori a propellente liquido, mentre il termine *motor* si riferisce a macchine più semplici, come ad esempio i motori elettrici.

può vedere parzialmente sommerso nella camera di spinta, come spesso avviene per contenere la lunghezza del motore), protezioni termiche localizzate nelle zone più esposte allo scambio di calore con i gas caldi, tipicamente la gola, vedi par. 18.7.3, nonché un contenitore o *cassa* del motore.

Gli endoreattori a propellente solido presentano diversi vantaggi rispetto agli endoreattori a propellenti liquidi:

1. innanzitutto sono più semplici, in quanto non è presente il complesso sistema di alimentazione;
2. sono immagazzinabili per lungo tempo, rimanendo sempre pronti all'uso, caratteristica fondamentale per applicazioni militari;
3. il progetto di un grano è diciamo facilmente scalabile, nel senso che dal progetto di un endoreattore di taglia data è possibile estrapolare quello di uno di taglia più grande (o più piccola) semplicemente alterando in scala tutte le dimensioni, anche se in realtà alcuni particolari devono essere adattati alla taglia. Negli endoreattori a propellenti liquidi invece l'intero sistema di alimentazione va riprogettato.

A questi vantaggi si contrappongono non indifferenti svantaggi:

a. le prestazioni, in termini di velocità equivalente, sono sensibilmente inferiori;
b. i motori, una volta spenti, non possono essere riaccesi, caratteristica che li rende inadatti come propulsori di satelliti, nei quali sono richieste numerose ripetute accensioni per la compensazione delle perturbazioni orbitali, ed il controllo d'assetto;
c. la spinta inoltre non è modulabile, il che ne impedisce l'impiego per esempio in manovre di *rendez–vous*, *docking* di satelliti, nonché manovre di atterraggio morbido di sonde dirette verso altri corpi celesti.

Essi sono largamente usati come per assistere la fase iniziale del volo di lanciatori come Ariane, Space Shuttle, Atlas, Delta, etc., grazie alla possibilità di sviluppare con relativa facilità motori di grande taglia. Sono tuttavia anche utilizzati come motori di stadi superiori. Sono poi anche utilizzati come generatori di gas caldi per avviare le turbopompe di motori a propellenti liquidi. Nel campo militare sono praticamente l'unica opzione possibile (anche se in passato sono stati, almeno per applicazioni più impegnative come ICBM – *InterContinental Ballistic Missile* e IRBM – *Intermediate Range Ballistic Missile*, utilizzati anche endoreattori a propellenti liquidi).

La citata relativa facilità a sviluppare motori a propellente solido di grande taglia ha fatto sì che gran parte della spinta di molti lanciatori pesanti al decollo sia fornita dagli *strap–on boosters* a propellente solido. Ad esempio l'Ariane 5 al decollo utilizza un motore a propellenti liquidi LOX/LH che fornisce (al suolo) una spinta di 0.96 MN, assistito da due *boosters* a propellente solido da 7.08 MN di spinta (al suolo) ciascuno; quindi al *lift–off* il 94% circa della spinta è fornita dai motori a propellente solido. Analogamente, lo Space Shuttle utilizzava tre motori a propellenti liquidi LOX/LH che al suolo fornivano ciascuno 1.75 MN di spinta, assistiti da due *boosters* a propellente solido da 12.5 MN di spinta (sempre al suolo) ciascuno, per cui questi ultimi fornivano circa l'83% della spinta complessiva.

Ancora, il motore a propellente liquido più potente sinora realizzato è l'Energomash RD–170[2], che sviluppa 7.25 MN al suolo e 7.9 MN nel vuoto, mentre i motori a propellente solido più potenti sono appunto i *boosters* dello Space Shuttle, che svilupano 12.5 MN al suolo e 14 MN nel vuoto.

## 19.2 Propellenti solidi

Elenchiamo anche per i propellenti solidi le relative caratteristiche desiderabili:

- per quanto riguarda i requisiti in termini di *prestazioni*, si richiede:
  1. che la combustione dia luogo a prodotti ad alta temperatura $T_c$, in modo da ottenere un'alta velocità caratteristica (17.10);
  2. per lo stesso motivo, è opportuno che i prodotti presentino una bassa massa molare $\mathcal{M}$;
- per quanto riguarda i requisiti *fisici*, si chiede:
  1. al fine di avere un contenitore del grano di dimensioni contenute, quindi di peso (e resistenza aerodinamica) limitato, si desidera che il propellente presenti un'elevata densità;
  2. si desidera che il propellente sia chimicamente stabile a lungo termine, in modo da rimanere sempre pronto per l'uso;
  3. i propellenti ed i loro prodotti di combustione dovrebbero non essere tossici, ai fini della sicurezza nella manipolazione;
  4. si desidera che la velocità di regressione del grano, vedi par. 19.3.1, sia poco sensibile alla pressione in camera $p_c$ (il che vuol dire basso indice di combustione $n$);

[2]Questo motore presenta la singolare caratteristica di avere un unico sistema di alimentazione che però alimenta quattro camere di spinta; questa configurazione a quanto pare è stata adottata per contenere il fenomeno dell'instabilità di combustione.

5. si desidera che la velocità di regressione del grano sia poco sensibile alla temperatura ambiente $T_{amb}$ (basso $\Pi_r$), vedi par. 19.3.3;
6. si desidera che il grano di propellente presenti ridotta combustione erosiva, vedi par. 19.3.4;
7. il grano deve poter essere acceso con relativa facilità;
8. le prestazioni devono essere riproducibili (specifica non ovvia per propellenti che, come vedremo, sono una miscela fisica di diversi ingredienti);
9. il grano deve possedere buone proprietà meccaniche, per resistera alle notevoli sollecitazioni che subisce (accelerazione, pressione) senza fessurarsi;
10. il grano deve presentare una buona aderenza alle pareti della cassa;
11. il coefficiente di espansione termica del grano deve essere prossimo a quello della cassa, per evitare il distacco del grano dalla cassa (*debonding*) per effetto di escursioni della temperatura ambiente;
12. il grano deve essere sicuro in fase di manipolazione (cioè non dar luogo ad esplosioni accidentali);
13. il grano deve essere opaco alla radiazione termica (proveniente dai gas caldi in camera di combustione);
14. per applicazioni militari di desidera che la *plume* sia poco luminosa. La luminosità della *plume* è ancora direttamente collegata alla frazione di volume $f_v$ di particolato trasportata (l'origine del particolato è tuttavia diversa rispetto ai propellenti liquidi);

– per quanto riguarda i requisiti *economici*, si richiede che:

1. le materie prime da cui ricavare i propellenti siano di facile approvvigionamento;
2. i costi di produzione siano limitati; notiamo che il costo unitario (per unità di massa) del propellente solido è significativamente più alto rispetto a quello dei propellenti liquidi.

Anche in questo caso, non esistono propellenti che assommino *tutte* le proprietà desiderabili; la scelta dei propellenti deriverà pertanto da un compromesso.

Esistono due categorie di propellenti solidi, che esaminiamo separatamente: propellenti doppia base (o omogenei) e propellenti compositi (o eterogenei).

### 19.2.1 Propellenti doppia base

I propellenti doppia base consistono in nitroglicerina assorbita su nitrocellulosa; ognuno dei componenti possiede nella molecola tanto il combustibile che l'ossidante, e sono di conseguenza esplosivi,

molto instabili. L'assorbimento della nitroglicerina su nitrocellulosa ne migliora la stabilità; si aggiungono inoltre additivi per migliorare ulteriormente la stabilità. Presentano evidentemente un'elevata pericolosità.

Il costo di produzione è relativamente basso, ed i prodotti di combustione non sono tossici, ma le prestazioni sono piuttosto basse, al massimo si può ottenere una velocità equivalente, al livello del mare, dell'ordine di circa 2200 m/s. Anche la densità del grano è relativamene bassa, intorno a 1600 kg/m$^3$. Presentano tuttavia una caratteristica che li rende particolarmente adatti all'impiego in campo militare, in quanto bruciano senza produrre fumo.

### 19.2.2 Propellenti compositi

I propellenti compositi (o eterogenei) consistono in una miscela fisica (un miscuglio) di ossidante e combustibile, più eventuali additivi.

#### 19.2.2.1 Ossidanti

I possibili ossidanti sono i seguenti sali:

1. *perclorato d'ammonio*, (AP, *Ammonium perchlorate*, $NH_4ClO_4$), che presenta un'elevata densità, 1950 kg/m$^3$. È l'ossidante che fornisce le prestazioni migliori, tuttavia l'ammonio che contiene è anche un combustibile, e questo ne determina l'instabilità ed il conseguente rischio di esplosioni. Inoltre i prodotti di combustione contengono grosse quantità di acido cloridrico, fortemente tossico, aggressivo e corrosivo;

2. *nitrato d'ammonio*, (AN, *Ammonium nitrate*, $NH_4NO_3$), ha una densità di 1725 kg/m$^3$;

3. *perclorato di potassio*, (KP, $KClO_4$), sebbene presenti una densità molto alta, 2524 kg/m$^3$, dà prestazioni significavamente inferiori a d AP e AN;

4. *nitrato di potassio*, (KN, $KNO_3$), densità elevata 2109 kg/m$^3$, ma ancora prestazioni inferiori.

#### 19.2.2.2 Combustibili

Per quanto riguarda i combustibili, essi sono costituiti in parte da polveri metalliche, ed in parte da una sostanza gommosa o plastica che agisce come legante: entrambi sono combustibili. I possibili leganti, che quindi amalgamano le polveri di ossidante e le polveri metalliche, e determinano le proprietà meccaiche del grano, sono:

1. asfalto, utilizzato in passato;

2. polibutadiene con radicali ossidrilici terminali (HTPB, Hydroxil–Terminated PolyButadiene), liquido che viene appunto mescolato con le polveri e fatto essiccare con l'aiuto di appositi additivi. È ampiamente utilizzato attualmente.

Le polveri metalliche utilizzabili sono:

1. *alluminio* (Al), il quale presenta una densità di 2700 kg/m$^3$. Nel processo di combustione si ossida ad ossido di alluminio (od allumina), $Al_2O_3$, la quale presenta un elevato punto di fusione, 2350 K, e di ebollizione, 3250 K, per cui rimane allo stato condensato nei prodotti di combustione, irradiando fortemente e dando luogo ad un flusso bifase. Le polveri di alluminio hanno generalmente un diametro compreso tra i 10 ed i 30 $\mu$m;

2. *berillio* (Be), densità 1850 kg/m$^3$, il quale darebbe prestazioni molto elevate ma è estremamente cancerogeno, per cui non viene utilizzato.

#### 19.2.2.3 Composizione del grano

Per propellenti compositi, la percentuale di legante è generalmente compresa tra il 10% ed il 15% o poco più, mentre le polveri metalliche non possono superare il 20% altrimenti le proprietà meccaniche del grano risulterebbero inaccettabili; il resto è ossidante. Quindi una tipica composizione del grano potrebbe essere per esempio, con riferimento ai *boosters* a propellente solido dell'Ariane 5, denominati P230, il 68% di perclorato d'ammonio, il 18% di alluminio, ed il 14% di polibutadiene; i *boosters* a propellente solido dello *Space Shuttle*, denominati RSRM (*Redesigned Solid Rocker Motor*), erano composti per il 70% di perclorato d'ammonio, il 16% di alluminio, ed il resto legante PBAN (Polybutadiene acrylonitrile), con una piccola percentuale di additivi per favorire l'essicazione del propellente e renderlo opaco alla radiazione termica. In realtà per ottenere il massimo delle prestazioni occorrebbe elevare il contenuto di ossidante all'80%, ma questo porterebbe ancora a proprietà meccaniche inaccettabili del grano.

I grani di propellente composito possono dare velocità equivalenti fino a 2500 m/s al livello del mare, e 2900 m/s nel vuoto; la loro densità tipica è intorno ai 1800 kg/m$^3$. Presentano generalmente una bassa pericolosità.

## 19.3 Balistica interna

La disciplina che studia le caratteristiche di combustione dei grani di propellente solido, il tasso di combustione, l'influenza della geometria del grano sulla combustione, prende il nome di *balistica interna*. La combustione in questi grani avviene in fase gassosa, in quanto i propellenti pirolizzano e sublimano prima di reagire, per effetto del calore proveniente dal fronte di fiamma o, all'accensione, fornito dal sistema d'accensione.

### 19.3.1 Velocità di regressione del grano

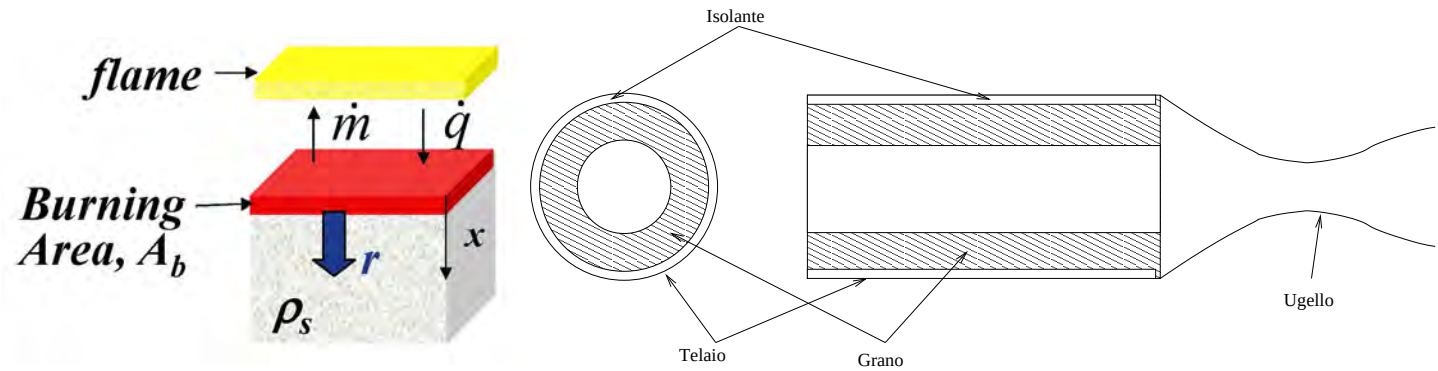



Figure 19.2: (sinistra) Definizione della velocità di regressione del grano; (destra) ipotetico grano a propellente solido.

La superficie di combustione recede, per effetto del consumo di propellenti, in direzione normale a sé stessa, vedi fig. 19.2, con una velocità indicata con $r$, e chiamata velocità di regressione del grano. Tale velocità $r$ dipende dalla composizione del grano, dalla pressione in camera di combustione $p_c$, dalla temperatura iniziale dei propellenti prima dell'accensione $T_p$, e dalla velocità $u_{gas}$ dei gas di combustione che lambiscono il grano stesso. Se, una volta fissata la composizione del grano, operiamo a $T_p$ fissata ad un valore di riferimento (15 °C = 288.15 K) e con $u_{gas}$ prossima a zero, la velocità di regressione risultante, talvolta indicata con $r_0$, sarà solo funzione di $p_c$:

$$r_0 \;=\; r_0(p_c) \tag{19.1}$$

La forma della relazione (19.1) è stata individuata empiricamente da Saint–Robert come

$$\boxed{r_0 \;=\; a\, p_c^n} \tag{19.2}$$

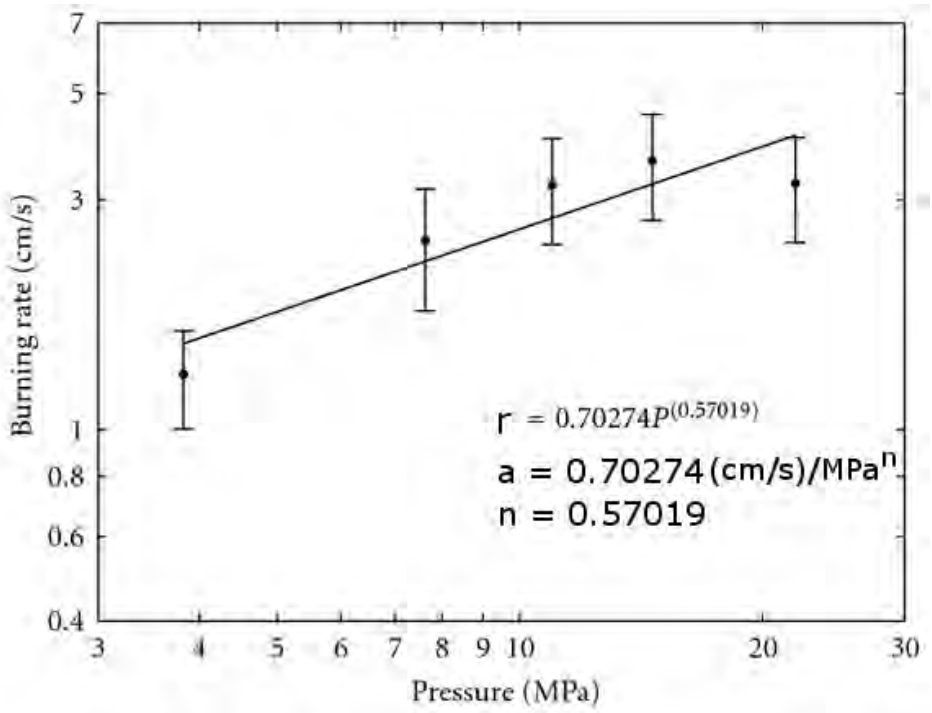



Figure 19.3: Velocità di regressione del grano in funzione della pressione, per uno specifico grano di propellente.

dove $a$ ed $n$ sono costanti che dipendono dalla composizione del grano; $n$ è talvolta detto indice di combustione. Questa dipendenza è confermata dai dati sperimentali riportati in fig. 19.3 per uno specifico propellente[3]. Come si vede dalla figura, il coefficiente $a$ (detto coefficiente di temperatura) è normalmente dato in unità di (cm/s)/MPa$^n$, essendo come detto $n$ l'indice di combustione individuato dalla (19.2). Occorre porre attenzione nella conversione di tale valore in unità del sistema SI, essendo $n$ un numero decimale; per i valori dati in fig. 19.3 si avrebbe

$$a \;=\; 0.7\,\frac{\text{cm/s}}{\text{MPa}^{0.57}} \;=\; 0.01\cdot\frac{0.7}{(10^6)^{0.57}} \;=\; 2.66\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{m/s}}{\text{Pa}^{0.57}} \tag{19.5}$$

[3]La relazione lineare tra logaritmo della velocità di regressione e logaritmo della pressione può essere posta nella forma

$$\log r_0 \;=\; n\,\log p_c \;+\; \text{const} \tag{19.3}$$

dalla quale, prendendo gli esponenziali di ambo i membri, si ha

$$r_0 \;=\; \exp(n\,\log p_c) \;+\; \text{const} \;=\; \exp(\text{const})\cdot\exp\left(\log p_c^n\right) \;=\; \exp(\text{const})\cdot p_c^n \tag{19.4}$$

dalla quale, posto $\exp(\text{const}) = a$, si recupera la (19.2).

I valori di $r$ possono spaziare tra 0.5 e 75 mm/s, ma generalmente sono ristretti al campo tra 6 e 13 mm/s.

### 19.3.2 Pressione di equilibrio in camera

Vediamo ora come si determina il 'punto di funzionamento' del motore, cioè la pressione $p_c$ e la portata in massa $\dot{m}$. Assumiamo per semplicità che le condizioni in camera di combustione (quindi $T_c$, $\mathcal{M}$, $\gamma$, che sono ricavabili imponendo l'equilibrio chimico in camera – nota la composizione chimica del grano), possano essere considerate in prima approssimazione indipendenti da $p_c$ (anche se sappiamo che esiste una dipendenza, peraltro piuttosto debole, vedi par. 17.4). Supponiamo inoltre di operare con $u_{gas} \sim 0$ e $T_p$ uguale alla temperatura di riferimento, per cui $r \simeq r_0$ dato dalla (19.2).

La portata che *esce* dalla camera attraverso l'ugello è ancora data dalla (2.119)

$$\dot{m}_{out} \;=\; \Gamma \, \frac{p_c \, A_t}{\sqrt{R T_c}} \tag{19.6}$$

mentre la portata dei gas prodotti nella combustione, cioè che *entra* in camera, è data dal prodotto dell'area di combustione $A_b$, cioè l'area della superficie sulla quale avviene la combustione, per la velocità di regressione del grano $r$ (prodotto che dà il *volume* di propellente che brucia nell'unità di tempo), per la densità del propellente $\rho_p$, che dà infine la portata *in massa*

$$\dot{m}_{in} \;=\; r \, \rho_p \, A_b \tag{19.7}$$

In condizioni di equilibrio tra portata entrante ed uscente

$$\dot{m}_{in} \;=\; \dot{m}_{out} \tag{19.8}$$

si ricava

$$p_c \;=\; \frac{r \, \rho_p \, A_b \sqrt{R T_c}}{\Gamma \, A_t} \tag{19.9}$$

nella quale sostituendo per $r$ l'espressione di Saint–Robert (19.2) si ottiene

$$p_c \;=\; \frac{a\, p_c^n\, \rho_p \sqrt{R\, T_c}}{\Gamma}\, \frac{A_b}{A_t} \tag{19.10}$$

Si ricava da questa il valore della pressione in camera di equilibrio

$$\boxed{p_c \;=\; \left(a\, c^*\, \rho_p\, K\right)^{\frac{1}{1-n}}} \tag{19.11}$$

avendo introdotto il rapporto tra la superficie di combustione e l'area di gola, denominato *klemmung* (termine tedesco che può essere approssimativamente tradotto come strizione)

$$K \;=\; \frac{A_b}{A_t} \tag{19.12}$$

Come si vede, $p_c$ dipende dalle caratteristiche del propellente (attraverso $a$, $n$, $T_c$, $\mathcal{M}$) e da $K$; quindi, per un dato propellente, $p_c$ dipende sostanzialmente da $K$ (anche se, osserviamo ancora, dal par. 17.4 sappiamo che $T_c$ e $\mathcal{M}$ dipendono anche, sia pur debolmente, dalla $p_c$ stessa). Se in particolare l'indice di combustione $n$ è prossimo all'unità, $p_c$ risulta estremamente sensibile a $K$.

### 19.3.3 Effetto della temperatura del grano

All'aumentare della temperatura del propellente (prima dell'accensione, per effetto di un aumento della temperatura ambiente), il grano brucia più velocemente (aumenta cioè la velocità di regressione del grano); l'opposto si verifica per una diminuzione della temperatura. L'entità di tale effetto viene quantificato introducendo una grandezza che dà la variazione relativa del coefficiente $a$ della relazione di Saint–Robert (19.2) con la temperatura (a pressione in camera fissata), definita quindi come

$$\Pi_r \;=\; \frac{1}{a}\left(\frac{\partial a}{\partial T_p}\right)_{p_c} \tag{19.13}$$

I valori tipici di $\Pi_r$ sono compresi tra 0,001 e 0,009 per grado Kelvin (o in percentuale 0,1 – 0,9%/K). Quindi variazioni di 10 K possono provocare variazioni di $r$ comprese tra l'1 e il 9%. Aumentando (diminuendo) la velocità di regressione del grano, per la (19.9) andrà anche aumentando (diminuendo) la pressione in camera per cui, ammesso di poter considerare il coefficiente di spinta (17.8) costante, aumenterà (o diminuirà ) la spinta $F$ del motore. Tuttavia, poiché il grano brucia più velocemente (lentamente), il tempo di combustione si riduce (o aumenta), ma l'impulso totale fornito dal motore

$$I_{tot} \;=\; \int_0^{t_b} F\,dt \;\simeq\; m_p\,u_{eq} \;=\; m_p\,C_F\,c^* \tag{19.14}$$

rimane circa costante. In realtà non è esattamente così, perché abbiamo detto che sia $c^*$ sia, in particolare, $C_F$, dipendono dalla pressione in camera, ma possiamo considerare tali effetti di ordine superiore. La fig. 19.4 mostra indicativamente come variano la $p_c$ (dalla quale dipende la spinta), e la sua durata, al variare della temperatura del propellente; sono stati anche indicati i transitori di accensione e spegnimento.

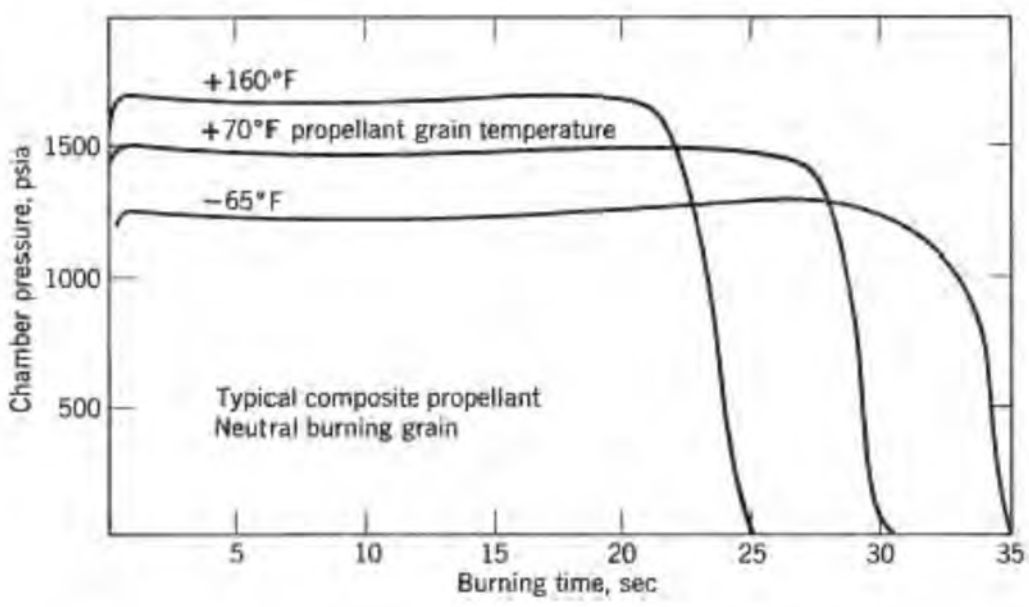



Figure 19.4: Andamento della pressione in camera in funzione del tempo a diverse temperature iniziali $T_p$ dei propellenti (in gradi Fahrenheit).

Per evitare che la forte radiazione termica proveniente dai gas caldi e dalle particelle di $Al_2O_3$ nei prodotti in camera innalzi la temperatura del propellente, alterandone la velocità di regressione,

occorre rendere il grano, che di per sé sarebbe translucido, opaco mediante l'aggiunta di nerofumo (sostanzialmente polvere di carbonio) all'impasto del propellente composito. In alcune applicazioni militari invece, nelle quali si richiede di bruciare il propellente nel più breve tempo possibile per avere alte spinte e soprattutto fortissime accelerazioni (come nel caso di missili anti–aereo o anti–missile) sono talvolta disposti entro il grano fili metallici, conduttori di calore, per innalzare la velocità di regressione.

### 19.3.4 Combustione erosiva

Nei grani a combustione interna, vedi fig. 19.2 e successive, i gas caldi defluiscono lambendo il grano con una velocità che indichiamo con $u_{gas}$, e se questa supera un certo valore di soglia intorno ai 150 – 200 m/s, si determina un'attivazione dello scambio termico per convezione con il grano, che accelera il processo di combustione, cioè aumenta la velocità di regressione del grano stesso. Una volta superato il valore di soglia, l'incremento di $r$ è circa lineare con $u_{gas}$, ossia (indicando con $k_1$ la costante di proporzionalità)

$$\begin{cases} r \;=\; r_0 & \text{per} \quad u_{gas} \leq u_{soglia} \\ r \;=\; r_0\,[1 \,+\, k_1\,(u_{gas} \,-\, u_{soglia})] & \text{per} \;\; u_{gas} > u_{soglia} \end{cases} \tag{19.15}$$

Tale effetto è graficato in fig. 19.5 in termini di rapporto della velocità di regressione rispetto al valore in assenza di erosione.

L'aumento della velocità di regressione del grano determina, per la (19.9), un aumento della pressione in camera rispetto al valore che si avrebbe in assenza di combustione erosiva, vedi fig. 19.6. Tuttavia, in un grano a combustione interna la velocità dei gas è legata alla cosidetta *area di porta* $A_p$, ossia all'area della sezione trasversale attraverso la quale defluiscono i gas combusti, attraverso l'espressione della portata in massa (2.20), che possiamo scrivere come

$$\dot{m} \;=\; \rho_c\, u_{gas}\, A_p \tag{19.16}$$

avendo indicato con $\rho_c$ la densità dei gas combusti in camera. Poiché con l'avanzare della combustione del grano l'area di porta $A_p$ si va allargando, la corrispondente velocità dei gas andrà diminuendo, facendo diminuire l'effetto di combustione erosiva, che come si vede dalla fig. 19.6 può scomparire del tutto. In generale la combustione erosiva sarà importante quando il rapporto tra l'area di porta e l'area di gola è relativamente contenuto (ricordiamo che per la legge delle aree il rapporto tra area

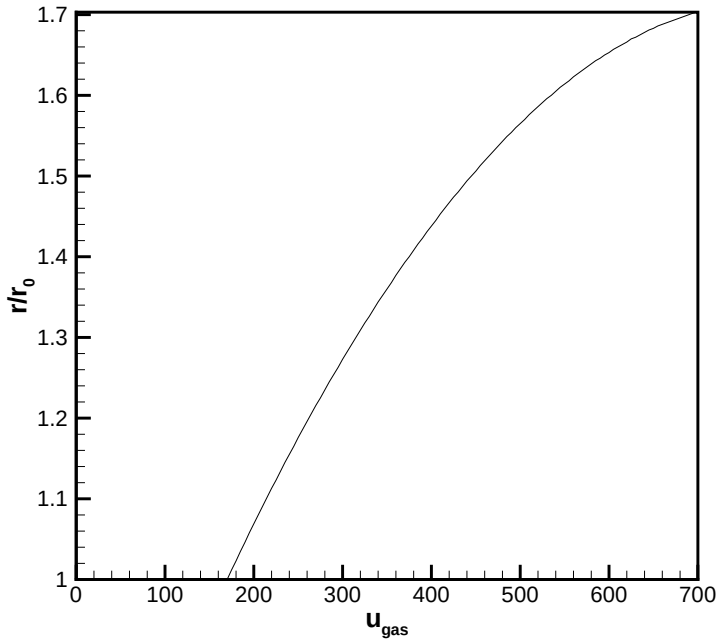



Figure 19.5: Effetto della velocità dei gas sull'amplificazione della velocità di regressione del grano.

trasversale del condotto ed area di gola determina il numero di Mach locale), ed in particolare si è trovato che è rilevante quando

$$\frac{A_p}{A_t} < 4 \tag{19.17}$$

### 19.3.5 Stabilità della pressione di combustione in camera

Abbiamo visto che la (19.11) determina la pressione *di equilibrio* in camera di combustione. Occorre tuttavia verificare se tale condizione di equilibrio sia stabile oppure instabile; a questo scopo, osserviamo che la portata che *esce* dall'ugello, per la (19.6), è direttamente proporzionale a $p_c$

$$\dot{m}_{out} \propto p_c \tag{19.18}$$

mentre la portata di gas combusti prodotta, cioè che *entra* in camera, varia come la potenza $n$ (indice

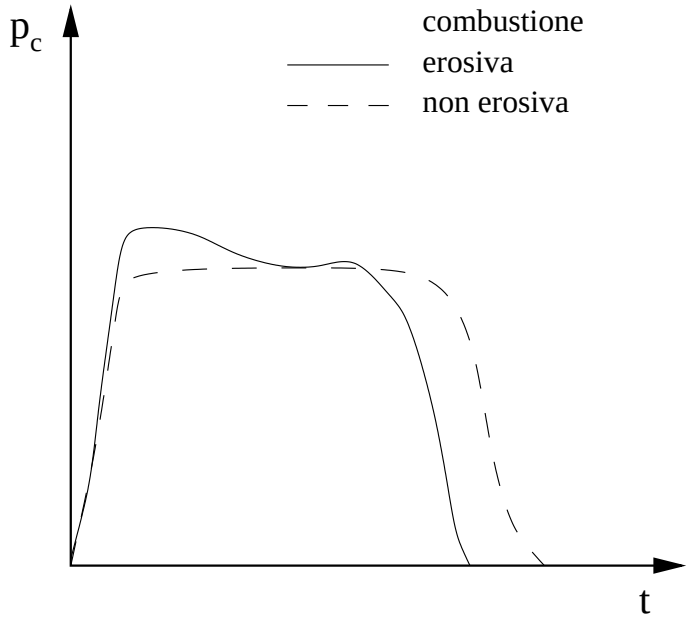



Figure 19.6: Effetto della combustione erosiva sulla pressione in camera in funzione del tempo.

di combustione) di $p_c$

$$\dot{m}_{in} \propto p_c^n \tag{19.19}$$

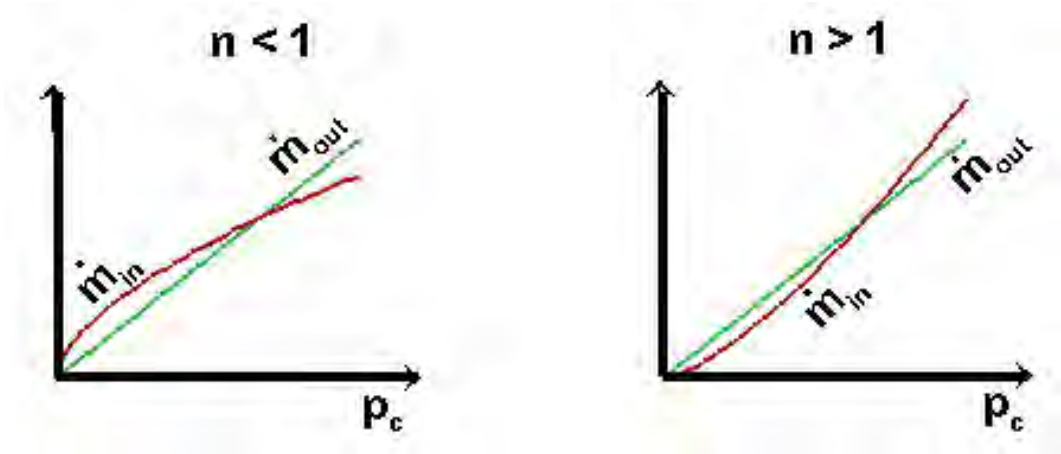



Figure 19.7: Andamenti della portata in ingresso (in rosso) ed in uscita (in verde) dalla camera in funzione della pressione in camera, per il caso (sinistra) $n < 1$ e (destra) $n > 1$.

Analizziamo cosa accade per effetto di una fluttuazione $\Delta p_c$ della pressione in camera rispetto al valore di equilibrio (si avranno certamente fluttuazioni per effetto della turbolenza). La fig. 19.7

mostra come variano le portate in ingresso ed in uscita in funzione della pressione in camera $p_c$, per valori dell'indice di combustione $n$ inferiori ad uno (a sinistra) e superiori ad uno (a destra).

Esaminiamo dapprima il caso $n < 1$; se si ha una fluttuazione $\Delta p_c > 0$, la portata in entrata aumenta, ma la portata che esce dall'ugello aumenta di più, per cui la camera tende a svuotarsi, ossia la massa di gas contenuta in camera tende a diminuire, per cui per l'equazione termica di stato nella forma (2.3), la pressione andrà calando, e tenderà a riportarsi al valore di equilibrio. Se al contrario si ha una fluttuazione $\Delta p_c < 0$, la portata in uscita diminuisce, ma la portata in ingresso diminuisce di meno, per cui la massa di gas contenuta in camera andrà aumentando, e la pressione tenderà ancora a riportarsi al valore di equilibrio. Quindi, per $n < 1$ la combustione è *stabile*.

Esaminiamo ora il caso $n > 1$; se si ha una fluttuazione $\Delta p_c > 0$, la portata che esce dall'ugello aumenta, ma la portata di gas combusti in entrata aumenta ancora di più, per cui la camera tende a riempirsi, cioè aumenta la massa di gas contenuta in camera, quindi per l'equazione termica di stato la pressione in camera andrà ulteriormente crescendo, finché non raggiunge valori tali da far esplodere il motore. Se al contrario si ha una fluttuazione $\Delta p_c < 0$, la portata in uscita diminuisce, ma la portata in ingresso diminuisce di più, per cui la massa di gas contenuta in camera andrà diminuendo, e con essa anche la pressione $p_c$, finché il motore non si spegne. Quindi, per $n > 1$ la combustione è *instabile*. È pertanto necessario che l'indice di combustione $n$ sia minore dell'unità.

### 19.3.6 Geometrie del grano

I grani di propellente possono essere possono essere allocati nella cassa per estrusione o mediante colatura; la seconda tecnica in particolare è la sola utilizzabile per grani di grandi dimensioni. Il miscuglio composito, allo stato ancora pastoso, viene estruso o colato nella cassa, e successivamente sottoposto a processi di essiccazione (*curing*) che lo portano alla condizione solida.

A seconda della geometria del grano, possono aversi grani progressivi (la cui spinta aumenta del tempo), neutri (spinta costante nel tempo), o regressivi (spinta che diminuisce nel tempo). La fig. 19.8 mostra a sinistra un grano a sezione tubulare, che brucia sulla superficie interna; la superficie di combustione di combustione andrà pertanto aumentando nel tempo ($dA_b/dt > 0$), e con essa la pressione in camera per la (19.11) in quanto aumenta il *klemmung* (19.12). Ne segue per la (17.8) che la spinta andrà crescendo nel tempo. Il grano invece nella fig. 19.8 al centro presenta una superficie di combustione costante nel tempo ($dA_b/dt = 0$), in quanto l'aumento della superficie di combustione sulla porzione di grano più esterna (addossata alla cassa) è compensata dalla diminuzione della superficie di combustione della porzione centrale del grano [4], pertanto $K$ e $p_c$ risultano costanti, e

[4] Se denotiamo con $R_e$ ed $R_i$ i valori, ad un dato istante di tempo, del raggio della superficie di combustione esterna

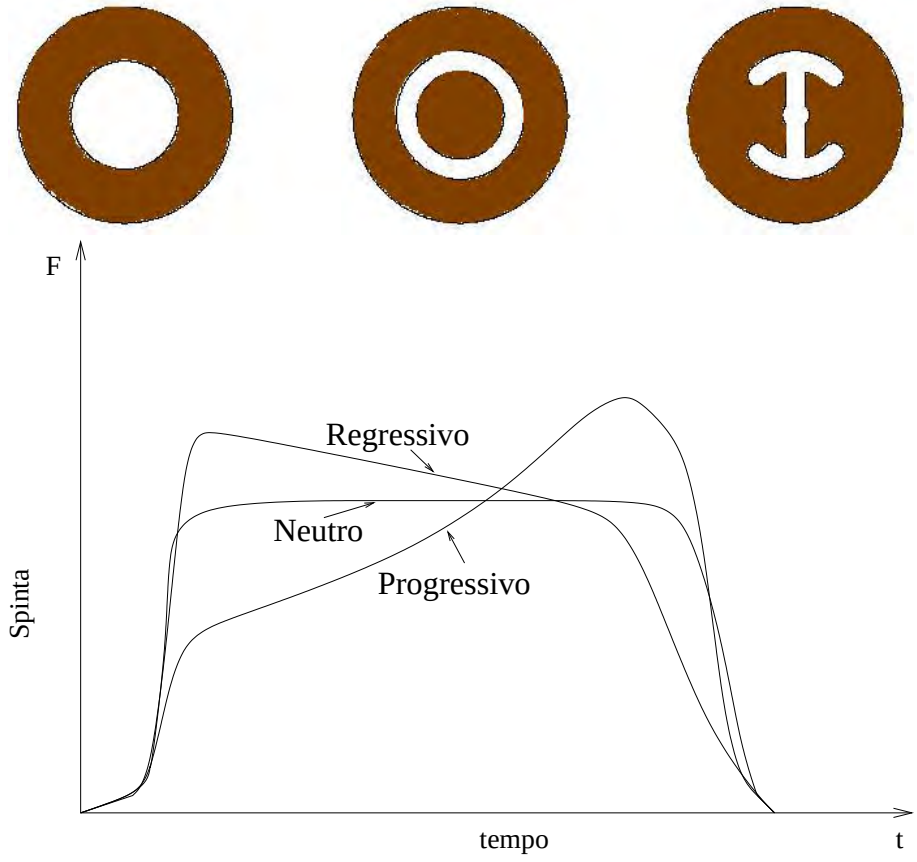



Figure 19.8: Sezione trasversale (in alto) di grani progressivo, neutro, regressivo, e conseguente andamento della spinta in funzione del tempo (in basso).

di conseguenza sarà tale anche la spinta. Il grano 'a doppia ancora' a destra in fig. 19.8 presenta una superficie di combustione inizialmente molto elevata, essendo tale superficie molto frastagliata, tuttavia con il progredire della combustione le frastagliature vengono smussate e quindi l'area di combustione si riduce.

---

ed interna, la superfice di combustione complessiva, chiamata $L$ la lunghezza del grano, risulta

$$A_b \;=\; 2\,\pi\,(R_i \,+\, R_e)\,L \tag{19.20}$$

pertanto la sua derivata temporale è data da

$$\frac{dA_b}{dt} \;=\; 2\,\pi\,\left(\frac{dR_i}{dt} + \frac{dR_e}{dt}\right)\,L \tag{19.21}$$

dove, per effetto della regressione delle due porzioni di grano, $dR_e/dt = r$ ma $dR_e/dt = -r$, per cui la derivata è nulla. Ovviamente bisognerà fare in modo che le due porzioni di grano presentino la stessa durata di combustione $t_b$, per cui dovranno avere lo stesso spessore $b = r\,t_b$.

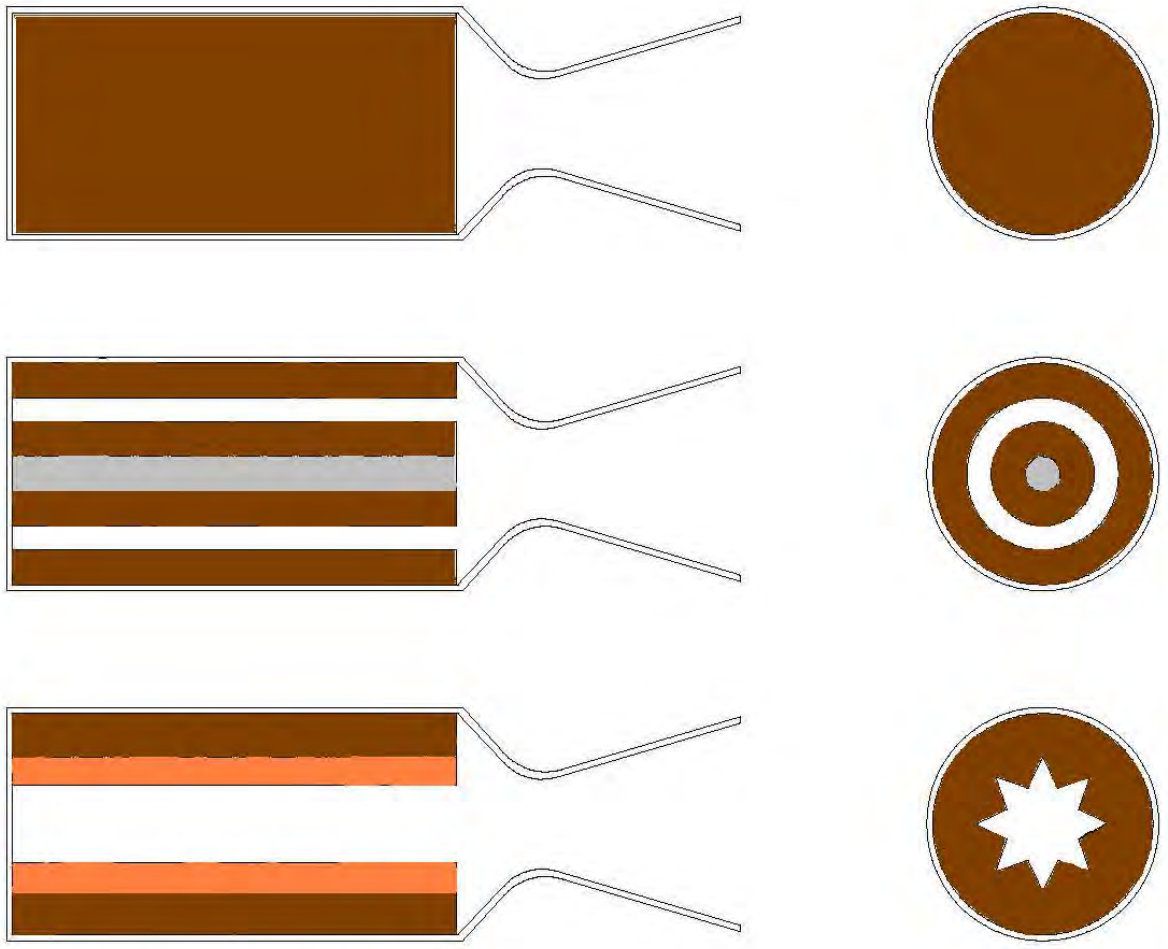


Figure 19.9: Grano a sigaretta (in alto), a barra e tubo (al centro), e a stella (in basso); sezioni trasversali a destra.

I grani possono bruciare o solo sulla superficie terminale (grani a sigaretta, neutri, fig. 19.9a, oppure sulla superficie interna, vedi ancora fig. 19.9b e c, ed i tre grani considerati in fig. 19.8. Il grano a sigaretta presenta lo svantaggio di un *klemmung* necessariamente basso, per cui la pressione in camera sarà corrispondemente bassa, e di conseguenza la spinta per la (17.8). In applicazioni spaziali sono quindi sempre usati grani a combustione interna, come il grano a barra e tubo mostrato in fig. 19.9b ed il grano a stella in fig. 19.9c. Il grano a barra e tubo, come spiegato a proposito della fig. 19.8b, dà combustione neutra, ma verso il termine della combustione lo spessore della trama è ridotto a valori tali da non assicurare l'integrità del grano interno, pertanto questo dovrà essere sostenuto da una barra metallica (in grigio in figura), che comporta un aumento del peso e della sezione trasversale

(quindi della resistenza aerodinamica). Il grano a stella presenta una perforazione centrale che dà luogo inizialmente ad un'ampia superficie di combustione; con il procedere della combustione, da una parte la superficie di combustione tende a ridursi perché le punte della stella sono rapidamente consumate, dall'altra essa tende ad aumentare in quanto aumentano le dimensioni dell'area di porta. Se il grano è ben studiato, i due effetti sostanzialmente si bilanciano per cui si ha una combustione neutra, come si può verificare dalla fig. 19.10 che mostra l'andamento della superficie di combustione a vari stadi di avanzamento della combustione. Notiamo che alla fine della combustione rimangono alcune punte incombuste (*sliver*), che tra l'altro costituiscono una massa da computare nella massa strutturale (non essendo né propellente sfruttato, né carico utile); per ridurre tale massa, una volta individuata nel corso delle prove preliminari la posizione dello *sliver*, si puó rimpiazzare il propellente (che come detto presenta una densità piuttosto alta, circa 1800 kg/m$^3$), con materiale a bassa densità, riducendo quindi la massa strutturale.

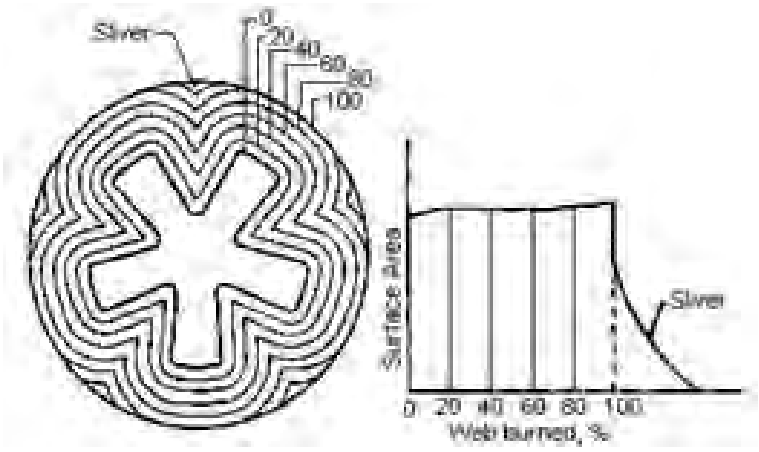



Figure 19.10: Progressione della combustione di un grano a stella, da [132].

I grani sinora considerati sono grani cosidetti *bidimensionali*, nel senso che la geometria della sezione trasversale del grano rimane la stessa spostandosi lungo l'asse del motore. In alcuni casi tuttavia è necessario adottare grani tridimensionali *tridimensionali*, come il grano *finocyl* (da *fin*, pinna, e *cylinder*) illustrato in fig. 19.11, il quale presenta alcune pinne nella sezione di testa, raccordate ad una perforazione cilindrica; questo permette di avere un andamento nella spinta nel tempo come indicato nell'inserto in basso. Come si vede questo presenta una diminuzione della spinta ad un certo punto della combustione; questa riduzione si rende necessaria in molti lanciatori per evitare che il vettore acquisti una velocità eccessivamente elevata mentre si trova ancora negli strati più densi dell'atmosfera, il che comporterebbe un'eccessiva pressione dinamica sulle strutture (incidentalmente, per lo stesso motivo la spinta dei motori principali dello *Space Shuttle* veniva ridotta al 67% del valore

nominale tra i 41 ed i 52 s dall'accensione).

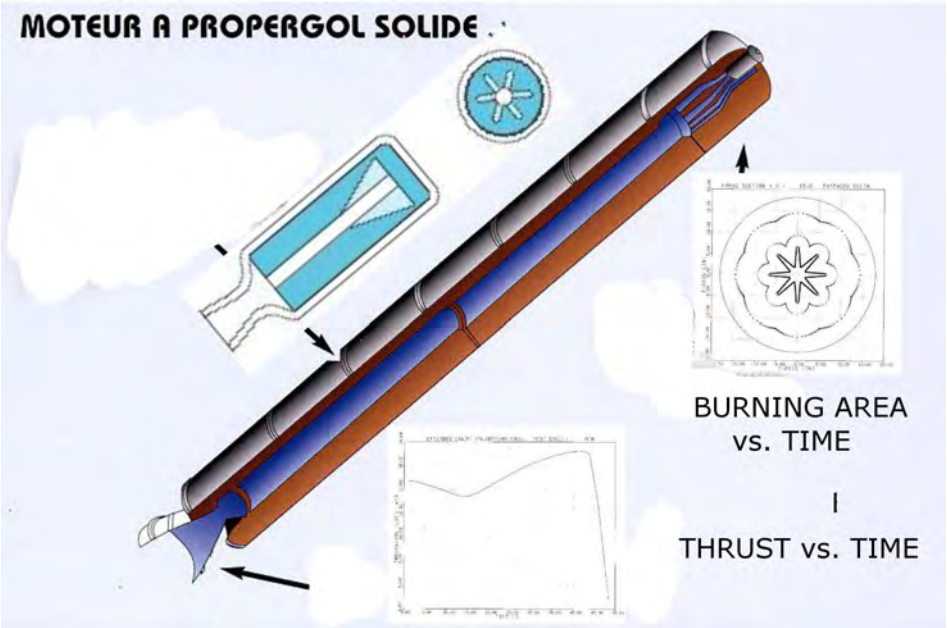



Figure 19.11: Grano *finocyl* tridimensionale.

### 19.3.7 *Cracking* e *debonding*

Se nel grano, durante la combustione, si verificano fratture (*cracking*), questo porta ad un aumento della superficie di combustione $A_b$, quindi ad un aumento del *klemmung* (19.12) e di conseguenza, per la (19.11), ad un aumento della pressione in camera di combustione. Il fenomeno può portare all'esplosione del motore. La stessa cosa si verifica se si ha un *debonding*, ossia se il grano si stacca dalla cassa, per cui inizia a bruciare anche sulla sua superficie esterna, con forte aumento del *klemmung*. Per questo è importante, come osservato nel par. 19.2, che i coefficienti di dilatazione termica del grano e della cassa siano prossimi, onde evitare che una dilatazione differenziale provochi appunto il *debonding*.

### 19.3.8 Protezioni termiche

Negli endoreattori a propellente solido, non essendovi un liquido da poter utilizzare come refrigerante, non è possibile il raffreddamento rigenerativo. È tuttavia ancora possibile adottare una forma di *film cooling*, vedi par. 18.7.3b, considerando che i gas prodotti dalla sezione di testa del grano scorrono

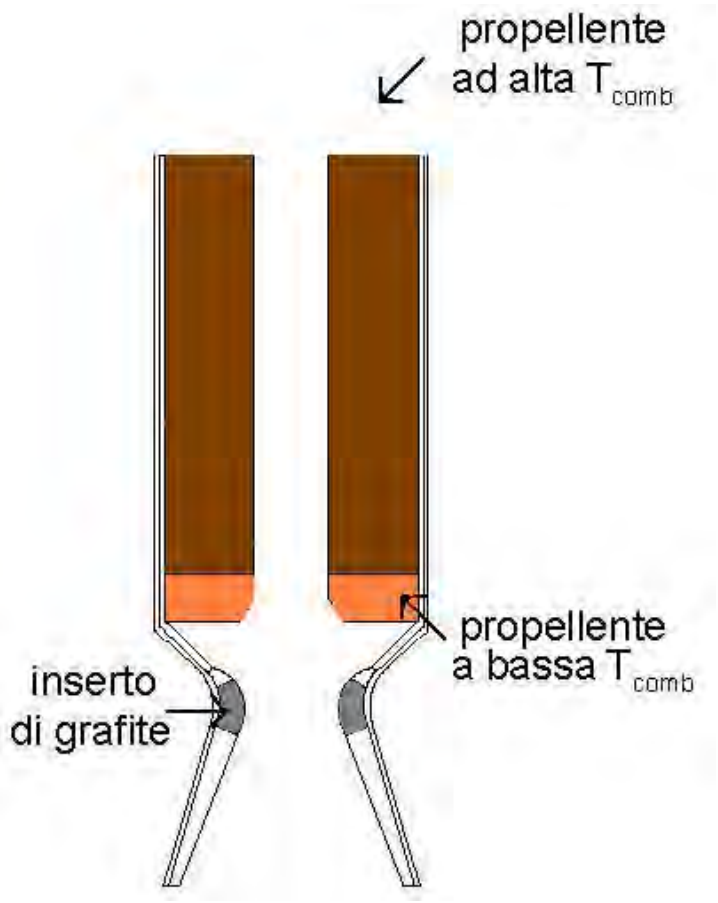



Figure 19.12: Metodologia per il *film cooling* in grani a propellente solido.

nella zona centrale dell'ugello, mentre i gas prodotti dalla sezione di coda vanno a lambire le pareti dell'ugello, vedi fig. 19.12. Se allora per la sezione di coda del grano si adotta un grano di propellente che bruci generando prodotti a temperatura relativamente bassa, è ancora possibile creare appunto un film di gas relativamente freddi, che protegga le pareti dell'ugello dai gas caldi che fluiscono nella parte più centrale dell'ugello.

Si utilizzano inoltre protezioni termiche per proteggere le parti dell'ugello dove lo scambio di calore è più intenso, in particolare la gola. Queste protezioni sono realizzate tipicamente in grafite, che resiste ad alte temperature, e che sublima rimuovendo quindi il calore latente di sublimazione, contribuendo in tal modo al raffreddamento dell'ugello. Notiamo che invece le pareti della camera di combustione sono protette dai gas ad alta temperatura, nei grani a combustione interna, dal grano stesso.

## 19.4 Geometria degli ugelli

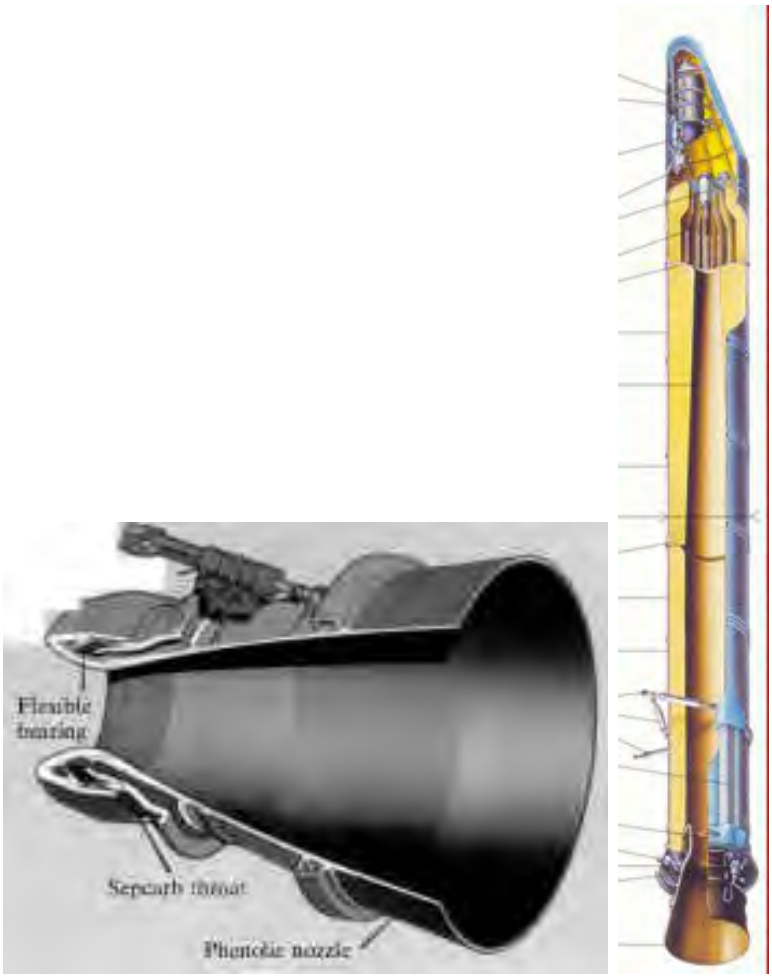



Figure 19.13: Ugelli dei *boosters* a propellente solido (a sinistra) dello *Space Shuttle* e (a destra) dell'Ariane 5, da [133].

Abbiamo visto nel par. 17.3 che gli ugelli a campana offrono diversi vantaggi rispetto a quelli conici, in quanto consentono, a parità di rapporto di espansione, di contenere il peso e le perdite per divergenza. Tuttavia essi non sono adottati negli endoreattori a propellente solido contenenti polveri metalliche (di alluminio). Queste danno luogo infatti alla formazione di particelle solide di allumina, le quali accelerano nell'ugello solo in quanto trascinate dal flusso gassoso. In questo percorso esse riescono a seguire la geometria dell'ugello nella sezione convergente e nella regione di gola, ma nella sezione divergente dell'ugello, ove la velocità è ormai supersonica, esse, causa il bassissimo tempo a disposizione per l'interazione tra gas e particelle, praticamente procedono in linea retta. In un

ugello a campana, nel quale si ha un'inflessione del profilo dell'ugello, questo porterebbe le particelle ad urtare le pareti dell'ugello stesso, con conseguente perdita di spinta e forte danneggiamento dell'ugello. Occorre quindi adottare ugelli conici, nei quali il profilo dell'ugello a valle della gola non presenta inflessioni, per cui la particella solida in moto sostanzialmente rettilineo non può collidere con le pareti. Al massimo si può avere una leggera curvatura immediatamente a valle della gola, ove la velocità è ancora solo moderatamente supersonica, vedi fig. 19.13a.

## 19.5 Instabilità di combustione negli endoreattori a propellente solido

Il fenomeno dell'instabilità di combustione negli endoreattori a propellente solido riveste una minore gravità rispetto a quelli a propellenti liquidi. Ciò è dovuto a diversi fattori:

1. il grano di propellente solido, essendo sostanzialmente di consistenza gommosa, presenta un comportamento viscoelastico, il che implica un duplice effetto:

   1a. quando si verifica una sovrapressione, il grano viene compresso, aumentando il volume a disposizione del gas, la cui pressione, per l'equazione termica di stato (2.1), tende pertanto a diminuire. L'opposto si verifica nel caso di una sottopressione;

   1b. il lavoro necessario a comprimere il grano viene estratto dai gas caldi, la cui energia (quindi temperatura) diminuisce, il che ancora porta la pressione a diminuire per la (2.1). Anche in questo caso si verifica una situazione opposta in caso di sottopressione;

2. l'accoppiamento viscoso tra la fase gassosa e le particelle solide (le quali sono trascinate dal gas appunto per effetto viscoso) induce uno smorzamento nelle oscillazioni di pressione;

3. per effetto del progressivo consumo del grano, le dimensioni della camera di combustione variano nel tempo. Quindi se ad un dato istante viene eccitata una delle frequenze naturali di risonanza della camera (corrispondente ad una sua dimensione), poco dopo tale eccitazione sarà smorzata in quanto, variando le dimensioni della camera, variano anche le sue frequenze naturali di risonanza;

4. infine, non essendo presente un sistema di alimentazione, non possono da questo essere innescate instabilità (come invece può verificarsi per esempio nel caso di cavitazione delle pompe in motori a propellenti liquidi).

Per il controllo dell'instabilità di combustione in endoreattori a propellenti liquidi si ricorre a rimedi empirici, come le barre di risonanza (*resonance rods*), vedi fig. 19.14, barre metalliche disposte longitudinalmente entro la camera di combustione, che si è trovato smorzare significativamente le oscillazioni di pressione. Per quanto riguarda le dimensioni delle polveri metalliche, esse devono essere di piccole dimensioni per smorzare le frequenze proprie (alte) di camere piccole, e più grosse per smorzare le frequenze naturali (più basse) di camera grandi. Quindi il progetto di un grano è sì scalabile, come accennato nel par. 19.1, ma richiede un aggiustamento del diametro delle polveri.

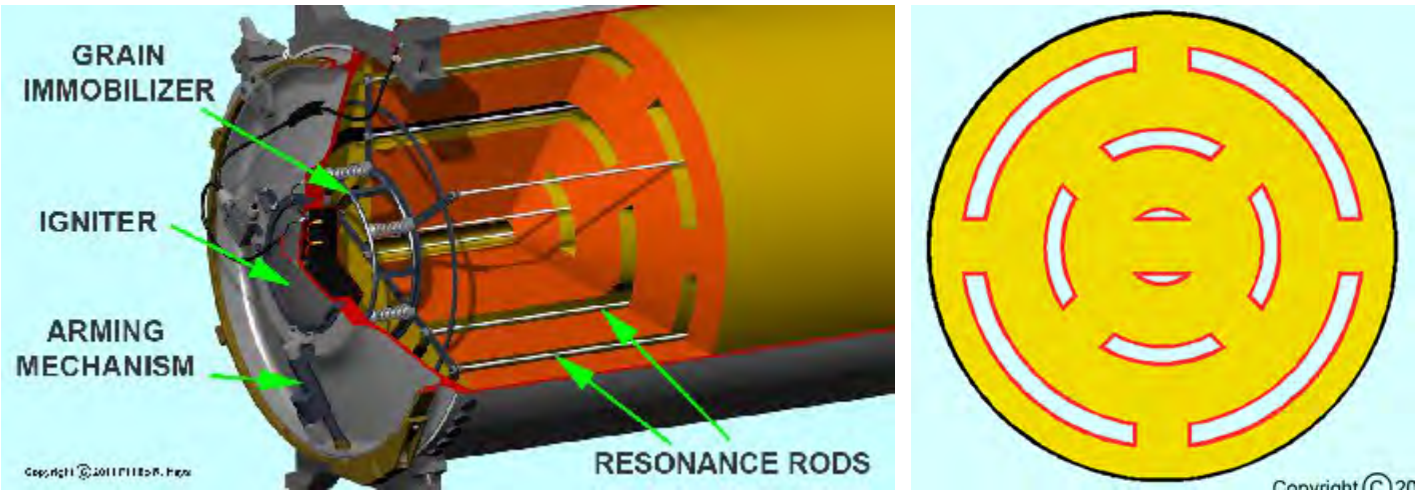



Figure 19.14: Barre di risonanza di un grano di propellente multiperforato; la sezione trasversale di quest'ultimo è mostrata a destra.

## 19.6 Endoreattori a propellenti ibridi

Negli endoreattori a propellenti ibridi uno dei due propellenti (in generale l'ossidante) è allo stato liquido, mentre l'altro (in generale il combustibile) è allo stato solido. Una simile configurazione comporta i seguenti vantaggi (di cui i primi 6 devono essere considerati rispetto ad un endoreattore a propellente solido, ed i rimanenti con riferimento ad un endoreattore a propellenti liquidi):

1. possibilità di riaccensione;
2. modulabilità della spinta (controllando la portata di ossidante – liquido);
3. velocità efficace di uscita più alta;

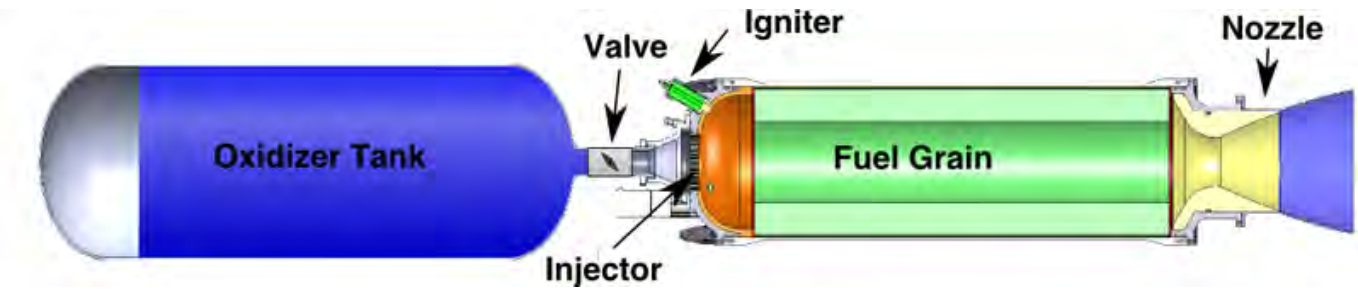



Figure 19.15: Schema di endoreattore a propellenti ibridi.

4. maggiore sicurezza (il fattore controllante la combustione è la portata di ossidante, non semplicemente la superficie di combustione, per cui essa non risente di fratture o *debonding* del grano);

5. i gas prodotti di combustione non sono tossici (poiché si utilizza generalmente come ossidante l'ossigeno liquido, anziché il perclorato d'ammonio che genera acido cloridrico tra i prodotti di combustione);

6. sicurezza di manipolazione (in quanto il grano di per sé è inerte);

7. maggiore affidabilità (rispetto ad un endoreattore a propellenti liquidi, negli ibridi è richiesto un impianto di alimentazione per il solo ossidante, dimezzando così la complessità del sistema ed i conseguenti rischi di malfunzionamento);

8. costo più basso (appunto grazie alla minore complessità);

9. maggiore compattezza, grazie alla maggiore densità del combustibile solido rispetto a quelli liquidi.

A questi vantaggi si contrappongono i seguenti svantaggi (di cui ancora i primi 2 valutati rispetto agli endoreattori a propellente solido, ed i rimanenti rispetto a quelli a propellente liquido):

1. minore compattezza, a causa alla minore densità dell'ossidante liquido rispetto a quelli solidi;

2. residuo di combustibile incombusto (*sliver*) più alto;

3. quando si presenta la necessità di modulare la spinta, il rapporto ossidante/combustibile varia sensibilmente, a detrimento della velocità efficace di uscita;

4. l'efficienza di combustione è più bassa (una piccola percentuale di propellente rimane cioè incombusta).

Per dare un'idea delle velocità efficaci di uscita raggiungibili con questo tipo di endoreattori, consideriamo a titolo di esempio un propulsore, operante nel vuoto, utilizzante ossigeno liquido (LOX) come ossidante, ed asfalto addizionato con polveri metalliche come combustibile: esso risulta dare una velocità efficace d'uscita di circa 3000 m/s, quindi un poco più alta di quella conseguibile dai migliori endoreattori a propellente solido (ma si pensa di poter arrivare fino a 3200 m/s), e di poco inferiore a quella ottenibile da sistemi liquidi *storable* o LOX–idrocarburi.

La velocità di regressione del grano è più bassa che non negli endoreattori a propellenti solidi, tipicamente compresa tra 1 e 5 mm/s. Quindi, per assicurare la necessaria quantità di combustibile alla reazione, sono necessarie superfici di combustione più grandi, per cui si adottano tipicamente grani multiperforati.

Per quanto riguarda l'accensione, essa può avvenire o tramite un ignitore, oppure spontaneamente qualora la combinazione ossidante–combustibile sia ipergolica (il che è conveniente se il motore deve garantire la riaccendibilità).

Gli endoreattori a propellenti ibridi hanno finora trovato applicazione solo occasionale nei sistemi propulsivi, probabilmente perché quando si ricercano alte prestazioni si preferisce optare direttamente per gli endoreattori a propellenti liquidi, mentre quando si ricerca la semplicità di sistema si adottano endoreattori a propellenti solidi; i propellenti ibridi costituiscono una soluzione intermedia, che non sempre può risultare interessante. A tutto ciò si aggiunge, ovviamente, la scarsa esperienza maturata in questo campo.

# Domande di verifica

1. Quali sono le parti principali che compongono un endoreattore a propellente solido?

2. Com'è definita la velocità di regressione del grano?

3. Da cosa dipende la velocità di regressione del grano di un endoreattore a propellente solido?

4. Cosa comporta in generale un aumento della temperatura iniziale dei propellenti?

5. Quale parametro prende il nome di indice di combustione, e quali valori tipicamente può assumere?

6. Quali sono le due principali famiglie di propellenti solidi?

7. In cosa si distinguono i propellenti solidi omogenei da quelli eterogenei?

8. Cosa si intende per combustione erosiva?

9. Supponendo di avere a disposizione un propellente di cui siano note le caratteristiche e la temperatura iniziale, da quale parametro dipende la pressione in camera di combustione?

10. Cosa si intende per grano progressivo, regressivo e neutro?

11. Indicare un esempio di geometria di grano neutro.

12. Descrivere le principali geometrie considerate per grani di propellente solido.

13. Perché la combustione di un grano di propellente solido è stabile soltanto se $n < 1$?

14. La durata della combustione aumenta o diminuisce se aumenta la temperatura iniziale del propellente?

15. Qual'è la geometria di grano cilindrico (sia esso a combustione radiale o assiale) che consente di avere il massimo rapporto di carica volumetrico?

16. Si ottiene impulso specifico maggiore con propellenti omogenei o eterogenei?

17. Quali sono i principali componenti che costituiscono un propellente eterogeneo?

18. Riportare la legge di Saint–Robert per la velocità di regressione di un grano di propellente solido.

19. Da cosa dipende la pressione di equilibrio in camera di combustione di un endoreattore a propellente solido?

20. Spiegare la differenza tra propellenti solidi doppia base e compositi.

21. Quale condizione deve soddisfare l'indice di combustione di un propellente solido?

22. Da cosa dipende la stabilità delle condizioni di funzionamento di un endoreattore a propellente solido?

# Esercizi

1. Consideriamo un grano di propellente solido neutro caratterizzato da un coefficiente $a = 0.5$ (cm/s)/MPa$^n$ ed un indice di combustione $n = 0.4$; la densità del propellente è $\rho_p = 1800$ kg/m$^3$. Esso sviluppa gas di combustione ad una temperatura $T_c = 3200$ K, con massa molare $\mathcal{M} = 28$ kg/kmol e rapporto dei calori specifici $\gamma = 1.25$. Si vuole conseguire una pressione in camera $p_c = 7$ MPa ed una spinta al livello del suolo $F_{s/l} = 1$ MN. L'ugello deve essere dimensionato in modo tale da dare una pressione in uscita $p_e = 50$ kPa. La costante universale dei gas vale $\mathcal{R} = 8315$ J/(kmol K).
   Determinare: la velocità di regressione del grano $r$, il *klemmung* $K$, il rapporto di espansione dell'ugello $\epsilon$, la velocità caratteristica $c^*$, i coefficienti di spinta al livello del mare (ove la pressione ambiente vale $p_a = 101.3$ kPa) $C_{F,s/l}$ e quello nel vuoto $C_{F,vac}$, quindi le rispettive velocità equivalenti $u_{eq,s/l}$ e $u_{eq,vac}$, la portata in massa di gas combusti $\dot{m}$, il diametro dell'ugello $D_t$ e la spinta nel vuoto $F_{vac}$. Valutare se il valore del klemmung ricavato indica l'utilizzo di un grano a sigaretta oppure a combustione interna.
   Ipotizzato poi un lanciatore bistadio, nel quale ognuno dei due sottorazzi deve fornire un $\Delta v$ = 4650 m/s, determinare il rapporto di carico utile $\lambda$ assumendo che la velocità equivalente del primo stadio sia approssimabile come $u_{eq,1} = u_{eq,s/l}$, e quella del secondo stadio come $u_{eq,2} = u_{eq,vac}$: per i coefficienti strutturali assumere $\kappa_{s,1} = \kappa_{s,2} = 0.1$.
   Ipotizzato infine un lanciatore tristadio, nel quale ognuno dei sottorazzi deve fornire un $\Delta v =$ 3100 m/s, determinare il rapporto di carico utile $\lambda$ assumendo che la velocità equivalente del primo stadio sia approssimabile come $u_{eq,1} = u_{eq,s/l}$, e quella del secondo e terzo stadio come $u_{eq,2} = u_{eq,3} = u_{eq,vac}$: per i coefficienti strutturali assumere ancora $\kappa_{s,1} = \kappa_{s,2} = \kappa_{s,3} = 0.1$.

   → Innanzitutto occorre prestare attenzione alla trasformazione del coefficiente di temperatura $a$, dato in unità (cm/s)/MPa$^n$, in unità del sistema SI:

$$a \;=\; 0.5\,\frac{\text{cm/s}}{\text{MPa}^{0.4}} \;=\; \frac{0.01\cdot 0.5}{(10^6)^{0.4}} \;=\; 1.99\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m/s}}{\text{Pa}^{0.4}}$$

   La velocità di regressione del grano, dalla legge di Saint–Robert (19.2), risulta $r = 0.0109$ m/s. La funzione di Vandenkerckhove, dalla (2.120), risulta $\Gamma = 0.658$; la costante del gas, dalla (2.4), $R = 297$ J/(kg K), per cui la velocità caratteristica risulta dalla (17.10) $c^* =$ 1481 m/s. Invertendo la relazione (19.11) si ricava allora il klemmung $K = 241$; un valore talmente elevato non può certo essere ottenuto da un grano a sigaretta. Il valore del rapporto

di espansione dell'ugello si può ricavare o direttamente dalla (17.12), oppure ricavando prima il valore del numero di Mach sulla sezione di uscita dalla (2.74), che dà $M_e = 3.673$, e poi utilizzando la (2.115); in ogni caso si ottiene $\epsilon = 13.685$. I coefficienti di spinta si ricavano dalla (17.8) come $C_{F,s/l} = 1.549$ e $C_{F,vac} = 1.747$; di conseguenza per la (17.7) si ha $u_{eq,s/l} = 2294$ m/s e $u_{eq,vac} = 2587$ m/s. La portata in massa di gas combusti necessaria si ricava dalla (3.8) come $\dot{m} = 436$ kg/s. Per far defluire tale portata, dalla (2.119) si evince che l'area di gola deve essere $A_t = 0.092255$ m$^2$, quindi il diametro di gola risulta $D_t = 0.343$ m. La spinta nel vuoto si può ricavare dalla (3.78) oppure dalla (3.8) e risulta $F_{vac} = 1.128$ MN.
Il confronto tra i due lanciatori, bistadio e tristadio, entrambi intesi a dare un $\Delta v$ complessivo (16.41) di 9300 m/s, comporta il calcolo dei rapporti di carico utile individuali dei singoli sottorazzi secondo la (16.39), che dà:

a) per la soluzione bistadio, $\lambda_1 = 0.0352$ e $\lambda_2 = 0.0730$, quindi per la (16.42) $\lambda = 0.00257$;

b) per la soluzione tristadio, $\lambda_1 = 0.1765$ , $\lambda_2 = \lambda_3 = 0.224$, quindi $\lambda = 0.00887$.

# Capitolo 20

# Endoreattori elettrici

## 20.1 Classificazione

I propulsori elettrici possono essere classificati in tre categorie:

1. elettrotermici, in cui una corrente elettrica è utilizzata per riscaldare, per esempio attraverso una resistenza, un gas che è fatto poi espandere attraverso un ugello, in modo analogo a quanto avviene per gli endoreattori chimici;

2. elettrostatici, o a ioni, in cui la spinta è prodotta attraverso l'accelerazione di ioni per mezzo di un campo elettrico;

3. elettromagnetici, o a plasma, in cui un plasma è accelerato per azione di un campo magnetico su cariche in moto, quest'ultime dovute al passaggio di una corrente elettrica (motivo per cui si utilizza un plasma, cioè un gas portato a temperature tali da divenire elettricamente conduttivo).

I principali componenti di un sistema propulsivo elettrico sono un'unità di potenza (cioè una fonte di energia elettrica), un'unità di condizionamento della potenza (*Power Conditioning Unit* – PCU), che ha il compito di fornire l'energia elettrica nelle condizioni di tensione e frequenza opportune, un sistema di immagazzinamento ed alimentazione del propellente, un *thruster*, cioè l'organo che fornisce la spinta (e che differirà a seconda del tipo di propulsore), ed infine radiatori per disperdere l'energia non convertita ai fini propulsivi.

I propulsori elettrici sono caratterizzati da un rapporto spinta/peso estremamente basso, e da velocità efficaci di uscita alte. Non possono quindi assolutamente essere usati per gli stadi di lanciatori,

ma possono invece essere usati su satelliti già in orbita per correggere le perturbazioni orbitali, o per trasferimenti orbitali (tipicamente da orbita terrestre bassa a orbita geostazionaria equatoriale), oppure su sonde interplanetarie. A causa della bassa spinta si hanno però lunghi tempi di trasferimento orbitale con conseguenti penalità economiche (poiché il satellite resta indisponibile per tutto il tempo di trasferimento – molti mesi), e danni ai pannelli solari a causa della lunga permanenza nelle fasce di van Allen (trasferimento LEO–GEO).

## 20.2 Ottimizzazione della velocità efficace di uscita

Nei propulsori chimici, il rapporto spinta/peso è molto alto, mentre la velocità efficace di uscita è relativamente bassa. Ne consegue che la massa del sistema propulsivo sarà in massima parte costituita dalla massa del propellente, e solo in piccola parte dal motore e strutture relative (in particolare i serbatoi). Quindi non c'è dubbio che per migliorare il rapporto di massa (rapporto tra massa finale e massa iniziale) di un endoreattore chimico bisogna puntare ad alte velocità efficaci di uscita.

La situazione è invece differente per i propulsori elettrici. La spinta è data, se $\dot{m}$ è la portata in massa di propellente, dalla (3.7)

$$F = \dot{m}\, u_{eq} \tag{20.1}$$

Il rendimento del propulsore, inteso come rapporto tra potenza del getto e potenza elettrica utilizzata, risulta perciò

$$\eta = \frac{P_j}{P_e} = \frac{\frac{1}{2}\,\dot{m}\, u_{eq}^2}{P_e} = \frac{F\, u_{eq}}{2\, P_e} \tag{20.2}$$

La potenza elettrica richiesta per conseguire una data spinta ed una data velocità efficace di uscita può perciò essere espressa, una volta assegnato $\eta$, come

$$P_e = \frac{F\, u_{eq}}{2\,\eta} \tag{20.3}$$

Come abbiamo detto, la massa del sistema propulsivo sarà costituita dalla massa di propellente $m_p$, dalla massa della sorgente di energia $m_{ps}$, dalla massa del motore, della PCU, e delle strutture relative. Nei propulsori elettrici, la componente preponderante della massa del sistema propulsivo è quella

relativa alla fonte di energia, che indichiamo con il suffisso *ps* (per *power supply*); se introduciamo una sua potenza specifica $\alpha$

$$\alpha \;=\; \frac{P_e}{m_{ps}} \tag{20.4}$$

cioè la potenza elettrica ottenibile per unità di massa della fonte di energia, possiamo allora determinare la massa della fonte di energia richiesta come

$$m_{ps} \;=\; \frac{F\,u_{eq}}{2\,\alpha\,\eta} \tag{20.5}$$

In questa espressione $\alpha$ e $\eta$ sono più o meno determinate dalla tecnologia disponibile, mentre $F$ e $u_{eq}$ possono essere variate (entro certi limiti) a piacere; risulta perciò sostanzialmente

$$m_{ps} \;\propto\; F\,u_{eq} \tag{20.6}$$

Per contenere $m_{ps}$ occorre quindi contenere spinta e velocità equivalente. La spinta $F$ può essere assunta bassa perché il sistema si trova già in orbita; però non si può scendere sotto certi limiti altrimenti i tempi di trasferimento diventano eccessivi. Ciò si traduce in un limite per $F$ oppure, equivalentemente, per il rapporto $F/m_i$, che ha il significato di un'accelerazione iniziale (dove $m_i$ è la massa iniziale del sistema – anche se quest'ultima approssimazione è molto larga, in quanto $m_i$ dipende ovviamente a sua volta dalla massa del sistema propulsivo); quindi possiamo dire che $F$ è assegnato in base a queste considerazioni.

Allora, per ridurre la massa di propellente $m_p$ necessaria per sviluppare la spinta richiesta $F$ per il tempo $t_b$, data ovviamente da

$$m_p \;=\; \dot{m}\,t_b \tag{20.7}$$

si può cercare di innalzare la velocità efficace di uscita $u_{eq}$, infatti

$$\dot{m} \;=\; \frac{F}{u_{eq}} \tag{20.8}$$

Dalla (20.6) tuttavia si vede che, assegnata $F$, la massa della fonte di energia $m_{ps}$ risulta proporzionale a $u_{eq}$; quindi aumentando $u_{eq}$ si riduce la massa di propellente ma si aumenta la massa *dry* del sistema

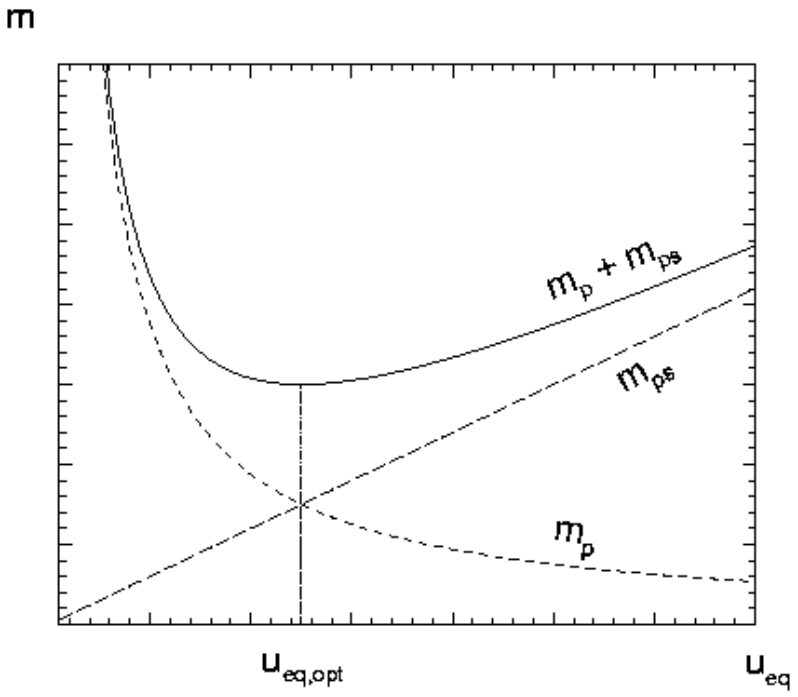



Figure 20.1: Ottimizzazione del valore della velocità efficace di uscita per ottenere la massa minima del sistema propulsivo.

propulsivo (comprensivo appunto della massa della fonte di potenza). La situazione è esemplificata dalla fig. 20.1, che mostra come variano la massa della sorgente di potenza e del propellente, e la loro somma, al variare della velocità efficace di uscita, si può anche identificare il valore della velocità efficace di uscita che minimizza la massa del sistema propulsivo per la missione considerata.

Ovviamente, il valore di $u_{eq}$ che garantisce la minima massa complessiva del sistema propulsivo dipende dalla missione considerata, cioè dal $\Delta v$ richiesto. Per missioni che richiedono un alto $\Delta v$, in cui quindi la massa del propellente ha un'importanza maggiore rispetto alla massa del motore, converrà cercare di contenere la prima adottando valori di $u_{eq}$ piuttosto alti; per missioni a basso $\Delta v$ vale ovviamente l'opposto, come si può osservare dalla fig. 20.2, la quale riporta (grazie ad uno studio svolto con maggiore dettaglio) il rapporto $R$ tra la massa complessiva del sistema propulsivo (somma della massa del motore, della sorgente di potenza, della PCU, dei radiatori, e della massa del propellente necessario) e la massa iniziale in funzione della velocità equivalente, con il $\Delta v$ richiesto dalla particolare missione a parametro. Si vede quindi che per i propulsori elettrici l'obiettivo non è semplicemente quello di *massimizzare* la velocità efficace di uscita, ma di determinare il valore di $u_{eq}$ che *ottimizza* globalmente la missione.

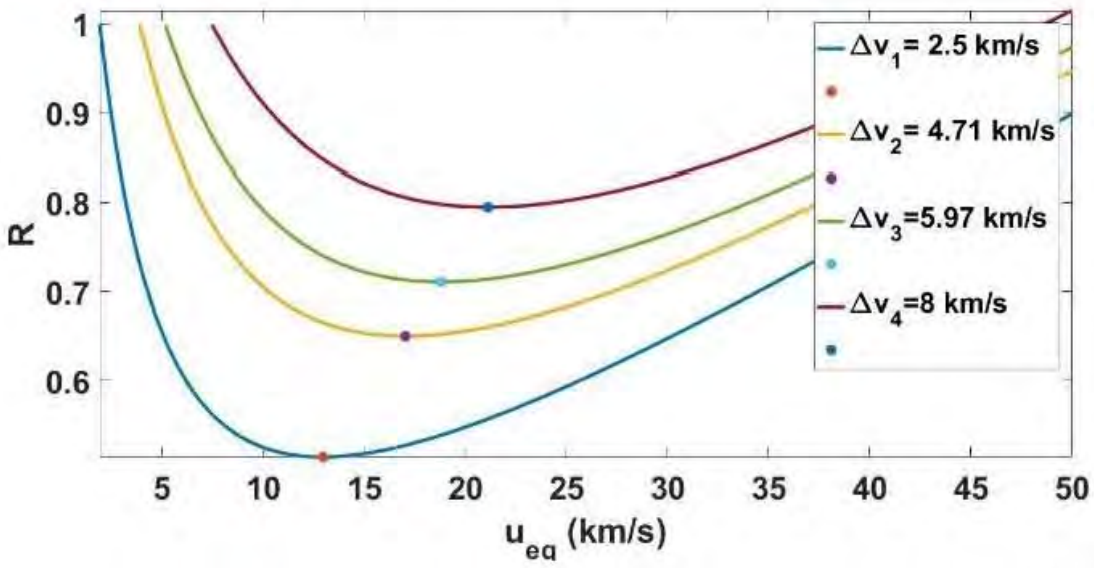



Figure 20.2: Ottimizzazione del valore della velocità efficace con il $\Delta v$ richiesto dalla missione a parametro, da [134].

I propulsori elettrici possono operare a spinta costante, oppure 'pulsati', cioè mediante brevi impulsi ripetuti nel tempo.

## 20.3 Propulsori elettrotermici

Si distinguono due tipi di propulsori elettrotermici, più un terzo attualmente in fase di sperimentazione a terra.

1. Resistogetti, vedi fig. 20.3, in cui la corrente elettrica riscalda una resistenza che quindi scalda il propellente. In questi propulsori la $T_c$ raggiungibile è limitata dalla resistenza dei materiali (essa dovrà comunque essere minore della massima temperatura accettabile nella resistenza). La velocità efficace di uscita massima si avrebbe ovviamente utilizzando come propellente l'idrogeno (che presenta la più bassa massa molare); questa scelta comporta però anche serbatoi molto voluminosi (a causa della bassissima densità dell'idrogeno liquido, come abbiamo già visto) e quindi pesanti. Questo problema è più sentito che non negli endoreattori chimici a propellenti criogenico, in quanto in essi la massa del propellente è costituita solo in piccola parte da idrogeno liquido (abbiamo visto che in questi endoreattori il rapporto tipico tra portata di ossidante e portata di combustibile è dell'ordine di 6:1, per cui la massa dell'idrogeno liquido è soltanto un settimo della massa totale dei propellenti). Inoltre, non è possibile mantenere

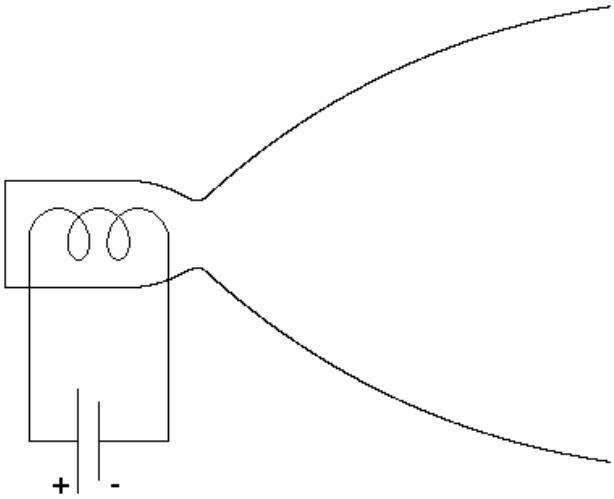



Figure 20.3: Resistogetto.

l'idrogeno allo stato liquido (ad una temperatura di 20 K) per lungo tempo. Si può allora pensare di utilizzare, anziché l'idrogeno liquido, l'idrazina, pur con i problemi che comporta (tossicità, alto punto di congelamento, 275 K), perché essendo anche monopropellente, contribuisce alla generazione della spinta; in presenza di un catalizzatore infatti essa si decompone con generazione di calore, preriscaldandosi a circa 1100 K. Inoltre, l'idrazina presenta il vantaggio di essere circa 15 volte più densa dell'idrogeno liquido, richiedendo quindi serbatoi molto più leggeri. Le velocità efficaci di uscita ottenibili arrivano fino a 2000 – 3000 m/s nel vuoto (l'ultimo valore fa riferimento all'idrazina come propellente), e 8000 m/s utilizzando idrogeno liquido. I rapporti spinta/peso, dove per peso qui si intende quello del solo *thruster*, senza considerare la fonte di energia e la PCU, sono tipicamente dell'ordine di 0.06, quindi molto più bassi di quelli dei propulsori chimici, e tali da rendere ovviamente impossibile l'impiego nei lanciatori. Il rendimento di conversione dell'energia elettrica in potenza del getto è intorno al 65 – 85%.

2. Arcogetti, in cui il propellente si riscalda passando attraverso un arco elettrico generato tra due elettrodi; in questa maniera si possono raggiungere temperature fino a 20 000 K, senza compromettere i materiali. Problemi si pongono tuttavia per la stabilizzazione dell'arco elettrico, per la quale si può ricorrere p. es. ad un moto di *swirl* (rotazione) imposto al fluido propellente che lambisce gli elettrodi, e/o ad una strizione dell'arco, vedi fig. 20.4. Si ha inoltre una forte erosione degli elettrodi (si pensi che l'area del catodo sulla quale si concentra la sca-

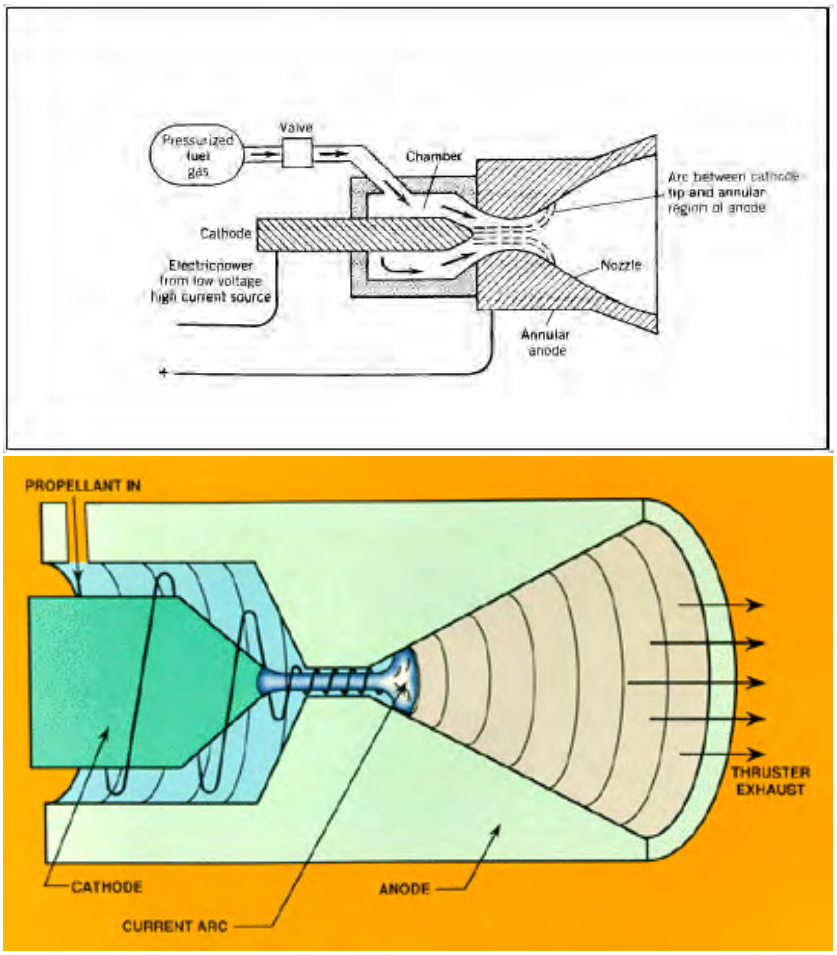



Figure 20.4: Arcogetto: (sopra) arco elettrico stabilizzato mediante strizione, (sotto) arco elettrico stabilizzato mediante strizione e *swirl*.

rica è dell'ordine del millimetro quadrato). Incidentalmente, nel passaggio attraverso l'arco il propellente si ionizza, e la ionizzazione residua all'uscita dell'ugello si traduce in un'energia non recuperata, cioè una perdita. Le velocità efficaci di uscita sono comprese tra i 4000 – 5500 m/s utilizzando idrazina come propellente, e i 12000 – 15000 m/s utilizzando idrogeno liquido (in questi propulsori ovviamente il vantaggio derivante dal preriscaldamento ottenuto con l'idrazina passa in secondo piano, grazie alle temperature assai più elevate raggiungibili, rispetto all'effetto della massa molare). I rapporti spinta/peso, se consideriamo nei pesi solo quello del *thruster*, sono dell'ordine di 0.015; se invece includiamo anche la PCU, sono dell'ordine di 0.004.

3. MET, (*Microwave Electrothermal Thruster*), in cui il propellente viene portato ad alte temperature grazie all'azione di un riscaldatore a microonde, vedi fig. 20.5. Questo sistema ha dato, in prove a terra, velocità equivalenti fino a 8000 m/s; il fluido operativo che dà le migliori

prestazioni è l'acqua.

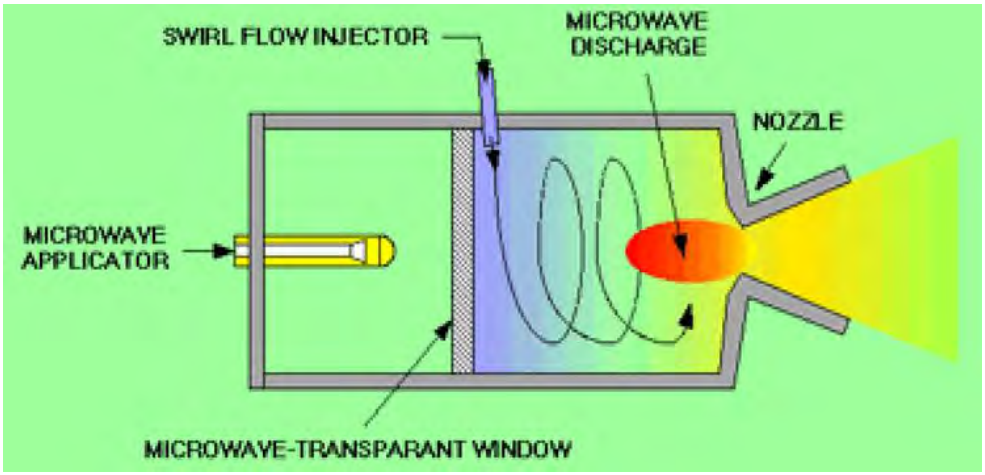



Figure 20.5: Schema di un *Microwave Electrothermal Thruster*.

## 20.4 Propulsori elettrostatici

Come abbiamo visto, la massima velocità efficace di uscita ottenibile con i propulsori elettrotermici è limitata da problemi di temperatura; questa limitazione è superata con i propulsori elettrostatici, detti anche a ioni, in cui le molecole del gas operativo (ionizzate) sono direttamente accelerate mediante un campo elettrico. Questi propulsori consentono di ottenere altissime velocità efficaci di uscita, per cui in realtà per essi si pone in generale più il problema di limitare $u_{eq}$, per contenere il peso della fonte di energia per quanto detto nella sez. 20.2, che quello di elevarlo. Per questo motivo si cerca di utilizzare ioni pesanti, o addirittura colloidi (cioè aggregati di particelle del diametro[1] di 1 – 5 nm, i quali possono essere ionizzati). Se indichiamo con $\mu$ la massa dello ione e con $q$ la sua carica, l'eguaglianza tra l'energia potenziale elettrica e l'energia cinetica acquistata dallo ione in moto alla velocità $u$

$$q\,V \;=\; \frac{1}{2}\,\mu\,u^2 \tag{20.9}$$

dove $V$ è la differenza di potenziale applicata, vedi fig. 20.6, permette di ricavare la velocità efficace di uscita (coincidente appunto con la velocità dello ione espulso dal motore, in quanto come vedremo il termine di spinta di pressione risulta trascurabile a causa della bassa pressione operativa)

[1] 1 nm = $10^{-9}$ m.

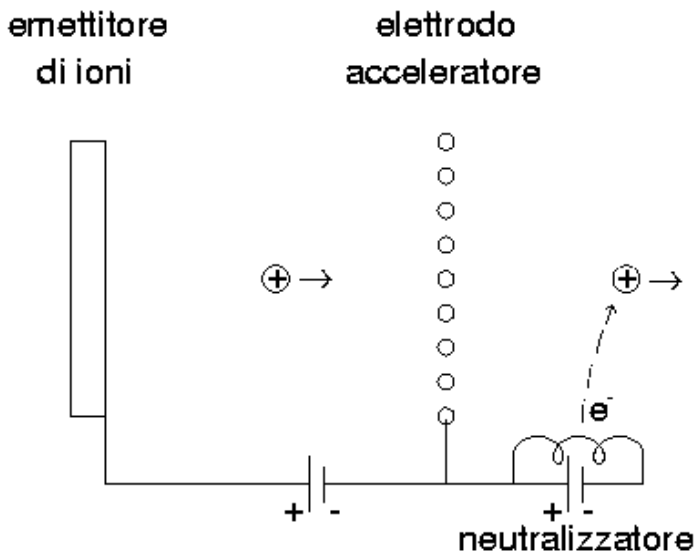



Figure 20.6: Schema di *thruster* elettrostatico.

$$u_{eq} \;=\; u \;=\; \sqrt{\frac{2\,q\,V}{\mu}} \tag{20.10}$$

Da questa espressione si vede che per massimizzare la velocità efficace di uscita è opportuno adottare ioni a basso rapporto massa su carica $\mu/q$; una simile scelta porta quindi a basse masse di propellente per una data missione. Abbiamo tuttavia visto nella sez. 20.2 che in realtà il problema è minimizzare la massa *totale* del sistema propulsivo, che include, oltre la massa del propellente, la massa della fonte di energia, del *thruster*, etc. Cerchiamo quindi di ricavare indicazioni sull'effetto del rapporto $\mu/q$ sulle altre masse del sistema propulsivo. La corrente elettrica sarà data dal prodotto della carica per il numero di ioni che fluiscono nell'unità di tempo (rapporto tra la portata in massa e massa del singolo ione):

$$I \;=\; \frac{\dot{m}}{\mu}\,q \tag{20.11}$$

La portata in massa di propellente può essere perciò espressa come

$$\dot{m} \;=\; \frac{\mu\, I}{q} \tag{20.12}$$

ed infine la spinta risulta

$$F \;=\; \dot{m}\, u_{eq} \;=\; I\,\sqrt{2\,V}\,\sqrt{\frac{\mu}{q}} \tag{20.13}$$

Da questa espressione risulta evidente che per ottenere alte spinte a parità di corrente elettrica e tensione utilizzate (cioè di potenza elettrica), conviene adottare ioni ad alto rapporto massa/carica. Altri motivi che indirizzano nella stessa direzione sono rappresentati dal fatto che con ioni di alto $\mu$ si hanno, a parità di spinta, *thrusters* più piccoli; inoltre, poiché per creare uno ione occorre spendere energia, conviene (a parità di energia utilizzata) spenderla per crearne uno con alto rapporto $\mu/q$.

Deve essere considerato tuttavia che la presenza di ioni entro il *thruster* crea una carica spaziale la quale tende a limitare il valore della corrente $I$ che compare nella (20.13) ad un valore di saturazione; si hanno allora basse spinte per unità di sezione del *thruster*, e quindi anche bassi rapporti spinta/peso. Per limitare la carica spaziale è necessario adottare pressioni di esercizio del *thruster* estremamente basse. All'uscita del *thruster* gli ioni sono neutralizzati con un flusso di elettroni, vedi fig. 20.6, per impedire che essi siano nuovamente attratti dalla griglia a potenziale negativo.

Come propellente, essendo appunto conveniente uno ione pesante, si è pensato in passato al cesio (peso molecolare $\mathcal{M} = 133$) perché esso richiede una bassa energia per la ionizzazione; tuttavia esso brucia in aria ed esplode in acqua, per cui i preparativi di lancio risultano più complessi e più costosi. Oggi si adotta invece lo xenon ($\mathcal{M} = 131.3$), costoso (è presente nell'aria in proporzione di circa una parte su 11 000 000) ma inerte, per cui non dà problemi operativi.

Con i propulsori elettrostatici si raggiungono velocità efficaci di uscita dell'ordine dei 25000 m/s, con rendimenti del 50 – 55%.

## 20.5 Propulsori elettromagnetici

Questi propulsori utilizzano un plasma, cioè un gas reso elettricamente conduttivo riscaldandolo a temperature oltre i 5000 K, come fluido propulsivo. È quindi possibile far passare una corrente attraverso il plasma e, sotto l'azione di un campo magnetico di intensità $\vec{B}$, vedi fig. 20.7, generare

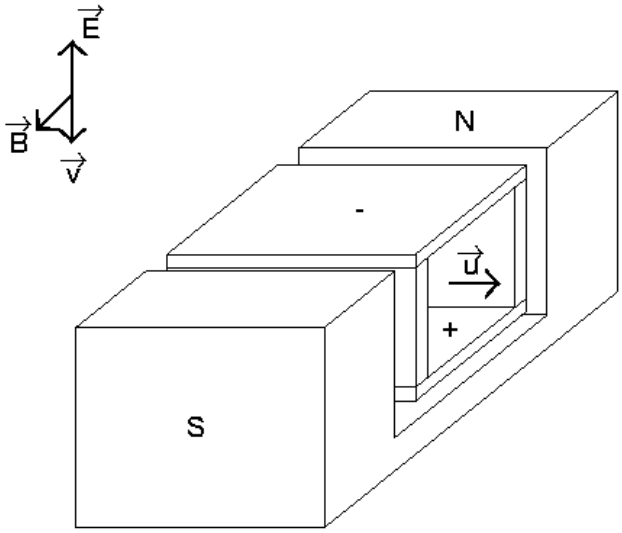



Figure 20.7: Schema di *thruster* elettromagnetico.

una forza di Lorentz su una particella carica (la cui carica è indicata qui con $q$) in moto alla velocità $\vec{v}$, che si aggiunge all'azione del campo elettrico $\vec{E}$:

$$\vec{f} \;=\; q\,(\vec{E} \,+\, \vec{v} \times \vec{B}) \tag{20.14}$$

Gli elettroni (di carica negativa) sono allora attratti dal campo elettrico verso il basso, ed in questo moto subiscono una forza di Lorentz equiversa alla velocità di massa $\vec{u}$ del gas (poiché la $\vec{v}$ indotta dal campo elettrico è diretta verso il basso, il prodotto $\vec{v} \times \vec{B}$ è diretto in senso contrario alla $\vec{u}$, ma la carica $q$ dell'elettrone è negativa). Gli elettroni trasferiscono successivamente il moto alle molecole del gas attraverso urti. Si noti che l'analogo processo per gli ioni positivi, essendo uguale la carica in valore assoluto, porta ad una forza uguale in modulo a quella agente sugli elettroni, ed essendo la massa dello ione enormemente più grande di quella dell'elettrone, ad accelerazioni, e quindi velocità, piccolissime; l'energia cinetica acquisita dagli ioni direttamente in base alla (20.14) sarà perciò trascurabile rispetto a quella degli elettroni.

Nella configurazione in fig. 20.7 il magnete permanente risulta molto pesante. Una configurazione alternativa è mostrata in fig. 20.8, nella quale in campo elettrico è generato invece attraverso un'intensa corrente elettrica (campo magnetico *auto–indotto*), per ottenere la quale occorrono tuttavia potenze dell'ordine dei 100 kW, ben al disopra delle potenze elettriche attualmente disponibili su satelliti per mezzo di pannelli fotovoltaici. Si può però ricorrere ad un'operazione pulsata, nella quale la potenza generata dalla fonte di potenza viene ciclicamente accumulata e poi rilasciata in brevi impulsi, di

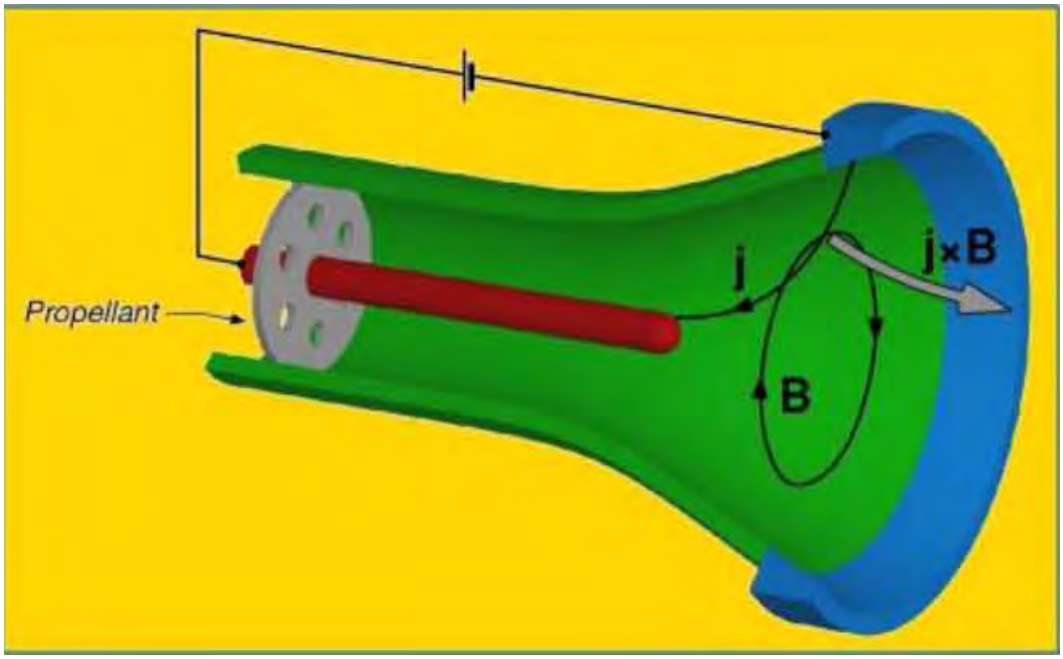



Figure 20.8: Schema di un *Pulsed Plasma Thruster* (PPT).

potenza sufficiente a generare il campo magnetico di intensità richiesta.

Per applicazioni pulsate, si utilizza come propellente il teflon (solido), che è facile da maneggiare e non lascia residui, però può creare problemi di contaminazione dello *spacecraft* (ossia può depositarsi sugli apparati di bordo, dannegiandoli). Per applicazioni operanti in regime stazionario si preferiscono invece propellenti allo stato gassoso (tenuti immagazzinati allo stato criogenico, con gli associati problemi di conservazione a lungo termine), in particolare idrogeno, argon o xenon.

Le velocità efficaci di uscita raggiungibili sono dell'ordine dei 20000 – 35000 m/s, mentre i rapporti spinta/peso (dove per peso intendiamo qui i pesi del *thruster*, della PCU, e dell'impianto di alimentazione) sono molto bassi, dell'ordine di 0.0001. I rendimenti sono intorno al 35 – 45%.

## 20.6 Sorgenti di energia

Tutti i tipi di propulsori elettrici necessitano di una fonte di energia elettrica; esaminiamo le principali, con l'avvertenza che solo i pannelli fotovoltaici rappresentano a tutt'oggi una concreta possibilità.

- Pannelli fotovoltaici. Essi presentano densità di potenza (20.4) dell'ordine $\alpha = 20 - 150$ W/kg, e necessitano di grandi superfici. Infatti, ad una distanza dal Sole pari a quella della Terra, la

costante solare $S$ (cioè il flusso di energia solare su una superficie orientata normale ad esso, ed al di fuori dell'atmosfera) è di circa 1350 W/m$^2$, e poiché i rendimenti dei pannelli sono tipicamente intorno al 30 %, ne risulta che da un m$^2$ di superficie di pannello si ottengono non più di 400 W elettrici. Per esempio, per alimentare un propulsore richiedente 10 kW di potenza elettrica è necessaria una superfice di $10^4/400 = 25$ m$^2$. Se assumiamo, a titolo indicativo, $u_{eq} = 20\,000$ m/s ed un rendimento $\eta = 0.4$, la spinta ottenibile risulta, per la (20.3)

$$F \;=\; 2\,\eta\,\frac{P_e}{u_{eq}} \;=\; \frac{2\cdot 0.4\cdot 10^4}{20\,000} \;=\; 0.4\ \mathrm{N} \tag{20.15}$$

contro una massa dei pannelli, per la (20.4), assumendo $\alpha = 50$ W/kg

$$m_{ps} \;=\; \frac{P_e}{\alpha} \;=\; 200\ \mathrm{kg} \tag{20.16}$$

Le accelerazioni risultanti saranno allora estremamente basse (certamente inferiori a 0.002 m/s$^2$), e per un trasferimento, ad esempio, da un'orbita terrestre bassa ad un'orbita alta, lo *spacecraft* seguirà una lunga traiettoria spiraleggiante. Ulteriori inconvenienti dei pannelli solari sono legati, sempre per trasferimenti da orbita bassa ad orbita geostazionaria o iniezione in traiettoria interplanetaria, al deterioramento che subiscono attraverso le fascie di van Allen (che in genere ne riduce di circa il 20% la potenza), e, per missioni verso pianeti esterni, il fatto che il flusso di energia solare, e quindi anche la potenza prodotta dai pannelli, si riducono in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal Sole. I pannelli inoltre richiedono particolari accorgimenti per far sì che essi siano costantemente orientati verso il Sole. La frazione di energia solare non convertita in energia elettrica deve essere dispersa nello spazio attraverso radiatori, per evitare la crescita incontrollata della temperatura dello *spacecraft*.

- Radioisotopi. Tali generatori convertono l'energia termica rilasciata dal decadimento di radioisotopi (plutonio 238) in energia elettrica mediante conversione diretta. Essi sono tuttavia caratterizzati da densità di potenza molto basse, attualmente non più di 7 W/kg. Inoltre costituiscono un pericolo a causa della loro radioattività (qualora il satellite ricada nell'atmosfera, per un fallimento del lancio, o a fine vita). Sono stati utilizzati su alcune sonde interplanetarie destinate ad esplorare i pianeti esterni, ad una distanza quindi dal Sole tale da rendere poco efficaci i pannelli fotovoltaici.

- Pile a combustibile. Questi generatori sono in linea di principio utilizzabili, ma non hanno finora trovato applicazione (anche perché, a differenza dei pannelli solari e dei generatori a radioisotopi, richiedono combustibile e ossidante immagazzinati a bordo, quindi un'ulteriore massa che deve essere conteggiata come propellente).

- Turbogas. Simili impianti richiedono anch'essi combustibile ed ossidante immagazzinati a bordo, e sono di notevole complessità.

- Reattori nucleari. Pur richiedendo una massa insignificante di 'combustibile' nucleare, essi sono pesanti e complessi; inoltre, per un'ipotetica missione con equipaggio umano, comportano un'esposizione a radiazioni nucleari che può risultare importante a causa dei lunghi tempi di spinta.

- Fascio di energia. Questa possibilità prevede che l'energia sia trasferita da Terra allo *spacecraft* mediante un fascio di radiazioni, captato da un'apposita antenna. Essa in teoria è molto attraente perché in questo caso l'energia non deve essere prodotta a bordo, incontra però difficoltà di realizzazione tecnica e comporta rischi (se per esempio un velivolo si trova ad attraversare accidentalmente il fascio di energia).

## 20.7 Campi di applicazione della propulsione elettrica

La propulsione elettrica trova applicazione principalmente nei satelliti, in quanto in tal caso si possono usare come sorgente di potenza i pannelli fotovoltaici che alimentano lo *spacecraft*, senza quindi bisogno di prevedere una sorgente dedicata. Circa il 20% dei satelliti attualmente operativi utilizzano *thrusters* elettrici come propulsione secondaria.

Inoltre, l'alta velocità efficace di uscita dei propulsori elettrici li rendono un sistema potenzialmente attraente per missioni ad alto $\Delta v$, quali missioni lunari e interplanetarie

## Domande di verifica

1. Quali sono i principali componenti di un sistema di propulsione elettrico?

2. Perché risulta necessario prevedere radiatori?

3. Quali considerazioni limitano il massimo tempo di spinta?

4. In base a quali considerazioni viene determinata la $u_{eq}$ ottimale di un propulsore elettrico?

5. Quali sono i diversi tipi di propulsori elettrotermici?
6. Quali sono (indicativamente) i valori della $u_{eq}$ ottenibili dai diversi tipi di propulsori elettrici?
7. Perché nei propulsori elettrostatici risulta necessario neutralizzare gli ioni in uscita?
8. Nei propulsori elettrostatici, conviene utilizzare ioni a basso o alto rapporto massa/carica?
9. Quali propellenti si possono utilizzare per endoreattori elettrotermici? Quali per elettrostatici? Quali per elettromagnetici?
10. Quali problemi comporta la generazione di un campo magnetico in endoreattori elettromagnetici?
11. Quali problemi comporta l'utilizzo di propellenti criogenici in propulsori elettrici?
12. Quali sorgenti di energia si possono utilizzare per produrre energia elettrica a bordo?
13. Quali sono (indicativamente) i valori del rendimento e della densità di potenza dei pannelli fotovoltaici?
14. Quali sono i possibili campi di applicazione della propulsione elettrica?

# Bibliography


[1] Hammond, W.E., *Space Transportation: A Systems Approach to Analysis and Design*, AIAA, Reston, 2001.

[2] Website www.mekanizmalar.com.

[3] Website theaviationbusiness.blogspot.it.

[4] Website www.experimentalaircraft.com.

[5] Website www.okieboat.com.

[6] Website www.forum.spotter.pl.

[7] Website en.wikipedia.org/wiki/Pulsejet.

[8] Website www.mechanicalengineeringblog.com.

[9] Website www.grc.nasa.gov.

[10] Website www.cram.com.

[11] Website www.waynesthisandthat.com.

[12] Website fti.neep.wisc.edu.

[13] Website auworkshop.autodesk.com.

[14] Zucrow M.J. e Hoffmann, J.D., *Gas Dynamics*, Wiley, New York, 1976.

[15] Shapiro, A.H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Wiley, New York, 1953.

[16] Hill, P.G. e Peterson, C.R., *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*, Addison–Wesley, Reading, 1992.

[17] Sutton, G.P. e Biblarz, O., *Rocket Propulsion Elements*, 7th ed., Wiley, New York, 2001.

[18] Mattingly, C.R., *Elements of Propulsion: Gas Turbines and Rockets*, AIAA, Blacksburg, 2006.

[19] Soban, D., Review of basic concepts – The vocabulary of design, presentation, GeorgiaTech.

[20] Federal Aviation Administration, *Aviation Maintenance Technician Handbook – Powerplant*, 2012.

[21] International Civil Aviation Organization, *Manual of the ICAO Standard Atmosphere*, Montreal, 1993.

[22] Website www.turbinetech.com.

[23] Saravanamuttoo, H.I.H., Cohen, H. e Rogers, G.F.C., *Gas turbine theory*, 5th ed., Dorling Kindersley, Noida, 2001.

[24] Website www.itpaero.com/Sec_PL/wf_paginaPlana.aspx?idReg=310\&idMenu=361\&idSubMenu=45

[25] Website heureka-stories.de/Erfindungen/1937—Das-Dsenflugzeug/Die-ganze-Geschichte.

[26] Website aviation.stackexchange.com/questions/22151.

[27] Website dir.indiamart.com/noida/gas-turbine.html.

[28] Website www.dolin.com.vn/en/news/Equipment-news/determining-gear-ratio-and-its-importance-94.html.

[29] Website www.cattini.com/index.php?id=14.

[30] Website www.explainthatstuff.com/helicopter.html.

[31] Website www.aerospaceweb.org.

[32] Zucrow M.J., *Aircraft and Missile Propulsion*, Wiley, New York, 1958.

[33] Website static.turbosquid.com.

[34] Website www.aircraftspruce.com/catalog/pdf/13–09032.pdf.

[35] Website encyclopedia2.thefreedictionary.com.

[36] Website www.dynamicflight.com/aerodynamics/flapping/.

[37] Website www.myairlineflight.com/apu.html.

[38] Shepherd, D.G., *Aerospace Propulsion*, Elsevier, New York, 1972.

[39] Singh, S., Subsonic and supersonic air intakes, presentation.

[40] Lefebvre, A.H., *Gas turbine combustion*, Hemisphere, New York, 1983.

[41] Website en.wikibooks.org/wiki/Jet_Propulsion.

[42] Website 3.bp.blogspot.com/-P2q6jOt9eE8/UzChRIB-I2I/AAAAAAAA4VY/lRq8dK3Sszw/s1600/DSC_0035_

[43] Website www.hq.nasa.gov/pao/History/SP-468/ch10-3.htm.

[44] Rolls–Royce, *The jet engine*, 5ª ed., 1996.

[45] Website gas–turbines.weebly.com.

[46] Website www.boldmethod.com/blog/expressjet/how-a-jet-engine-starts-on-a-erj-145/.

[47] Website www.alamy.com/stock-photo-closeup-of-the-jet-engines-on-a-military-jet-fighter-102156651.html.

[48] Website unmannedengineeriablog.wordpress.com/2015/11/27/propelling-nozzle/.

[49] Epstein, A.H., Innovation and value creation in a very long–cycle business, *Research–Technology Management* 57:21–25, 2014.

[50] Website www.reddit.com.

[51] McAulay, J.E. e Abdelwuhub, M., Experimental evaluation of a TF30–P–3 turbofan engine in an altitude facility: afterburner performance and engine–afterburner operating limits, NASA TN D–6839, 1972.

[52] Website www.nasa.gov/centers/langley/news/factsheets/X43A_2006_5.html

[53] Website engines.fighter-planes.com/jet_engine.htm.

[54] U. Olson, *Aerospace propulsion from insects to spaceflight*, Volvo, 2006

[55] Website aeronauticallecture.blogspot.com/2014/01/inlet-diffuser-gas-turbine-engine.html.

[56] Website www.slideshare.net/radhebharvad/turbine-engine-intake.

[57] Website nptel.ac.in/courses/101103004/module4/lec5/1.html.

[58] Website www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo.

[59] Website www.slideshare.net/sansiaf20011972/subsonic-and-supersonic-air-intakes.

[60] U. Olson, *Aerospace propulsion from insects to spaceflight*, Volvo, 2006.

[61] Website it.pinterest.com/pin/330029478914329112/.

[62] Website www.mcmahanphoto.com/na374–xb-70-valkyrie-bomber-aircraft-air-intakes-photo-print.html.

[63] Website aviation.stackexchange.com/questions/27480.

[64] Website aviation.stackexchange.com/questions/12832.

[65] Website www.youtube.com/watch?v=NWZjIAY26rA.

[66] Website it.pinterest.com/pin/724798133752659804/.

[67] Website aviation.stackexchange.com/questions/22567.

[68] Website www.quora.com/Why-does-the-F-22-Raptor-only-have-vertical-thrust-vectoring-compared-to-the-MiG-29-which-is-multi-directional.

[69] Website www.ana.co.jp/ja/jp/promotion/b787/sp/en/eco/.

[70] Website ... (mechanical galaxy)

[71] Website www.aircav.com/gencompr.html.

[72] Website www.ksb.com/centrifugal-pump-lexicon/impeller/191094/.

[73] Website pdfs.semanticscholar.org/a8c2/9631a35388aaa5cc5bceefc57a15eacbe8e1.pdf.

[74] Chalmers University of Technology, Lecture 10 - Axial Compressors 2, presentazione.

[75] Budapest University of Technology and Economics, Turbine and compressor stage, presentazione.

[76] Website www.enggcyclopedia.com/2012/03/axial-centrifugal-type-compressors.

[77] Chervenka, M., The Rolls–Royce Trent engine, presentation, 2000.

[78] Loftin, L. K., Jr., Subsonic aircraft: Evolution and the matching of size to performance, NASA RP–1080, 1980.

[79] Deprati, F., Identificazione dei requisiti propulsivi di un velivolo, tesi di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Sapienza Università di Roma, a.a. 2017/18.

[80] Website www.boldmethod.com/learn-to-fly/aerodynamics/winglets-and-wingtip-vortices/.

[81] Website aeronauticallecture.blogspot.com/2014/01/velocity-of-sound-mach-number-critical.html.

[82] Raymer, D.P., *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, 4th ed., AIAA, Washington, 2006.

[83] Urbano S., Ottimizzazione del profilo di volo di un velivolo commerciale al fine del contenimento del consumo, tesi di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Sapienza Università di Roma, a.a. 2011/12.

[84] Dimitriadis, G., Aircraft Design, Aircraft Performance, Presentation at Universite de Liege, 2017.

[85] Website www.kokpit.com/takeoff_distance.html.

[86] Torenbeek, E., *Advanced Aircraft Design*, Wiley, 1st ed., Chichester, West Sussex, 2013.

[87] Website www.skybrary.aero/index.php/Engine_Failure_After_TakeOff_-_Light_Twin_Engine_Aircraft.

[88] Website aviationtroubleshooting.blogspot.com/2016/06/why-no-ptlu-on-airbus-340-500600-or.html?m=1.

[89] Website aviation.stackexchange.com/questions/15728/what-is-etops-and-how-does-it-work/15770.

[90] Website www.airliners.net/forum/viewtopic.php?t=458857.

[91] Website www.f-16.net/forum/viewtopic.php?t=9378.

[92] Website da.m.wikipedia.org/wiki/Fil:Crj900-sas.jpg.

[93] Website www.ccat.us/2017/02/on-this-day-3/.

[94] Website www.planespotters.net/photos/aircraft/Sud-Aviation/Caravelle.

[95] Website www.lockheedmartin.com/en-us/news/features/history/l-1011.html.

[96] Website www.skybrary.aero/index.php/Deep_Stall.

[97] Mosticone, I., Impatto delle ceneri vulcaniche sui motori aeronautici e sulla sicurezza, tesi di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Sapienza Università di Roma, a.a. 2018/19.

[98] Jenkinson, L.R., Simpkin, P. e Rhodes, D., *Civil jet aircraft design*, Arnold, London, 1999.

[99] Langton, R., Clark, C., Hewitt, M. e Richards, L., *Aircraft Fuel Systems*, Wiley, Chichester, 2009.

[100] Website www.flyingmag.com/aircraft/pistons/piston-engine-technology.

[101] Hege, J.B., *The Wankel Rotary Engine*, McFarland, Jefferson, 2001.

[102] Website www.piemontinmoto.it/foto/biella_manovella.jpg.

[103] Website www.mechanicalinsights.com/2016/12/components-of-automobile-engine.html.

[104] Website lh6.ggpht.com/-zXxnGjCki0g/UD93uU3dyWI/AAAAAAAAAZI/kVZ5sBRnhvg/autopartcr

[105] Website previews.123rf.com/images/zelfit/zelfit1206/zelfit120600003/13928786-engine-pistons-on-a-crankshaft-isolated-on-white-background-Stock-Photo.jpg.

[106] Website www.slideshare.net/rohitsinghlather/internal-combustion-engines-70901306.

[107] Giacosa, D., *Motori endotermici alternativi*, Hoepli, Milano, 1947.

[108] Heywood, J.B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw–Hill, New York, 1988.

[109] Website userscontent2.emaze.com/images/a6433f45-4947-4eaa-a88b-41673662dee1/Slide16_Pic1_636310639905833954.png

[110] Website epoch.ee-co.com/roller/balancing.

[111] Website airandspace.si.edu/collection-objects/wright-cyclone-r-1820-97-studebaker-radial-9-engine.

[112] Website www.datwiki.net/images2/Master-rod.jpg.

[113] Website aviation_dictionary.enacademic.com/pictures/aviation_dictionary/f0194-05.gif.

[114] Website www.lycoming.com/sites/default/files/header-engine_1.png.

[115] Website www.vulcanair.com/p68c.

[116] Ghezzi, U., *Motori per aeromobili*, CLUP, Milano, 1974.

[117] Saha, U.K., Internal combustion engines supercharging & turbocharging, Indian Institute of Technology Guwahati.

[118] Website hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/diesel.html.

[119] Website www.nextbigfuture.com/2010/04/overview-of-advanced-concepts-for-space.html.

[120] Lentini, D., Dispense del Corso di Analisi di Missione, Sapienza Università di Roma, 2007.

[121] Humble, R.W., Henry, G.N. e Larson, W.S., *Spacecraft propulsion analysis and design*, McGraw–Hill, New York, 1995.

[122] Website www.braeunig.us/space/propuls.htm.

[123] Koelle, D.E., Cost engineering – the new paradigm for space launch vehicle design, *J. Reducing Space Mission Cost* 1:73–86, 1998

[124] Lee, P., Rockets and Propulsion, presentazione.

[125] Valentine, R.K., Liquid rocket performance, stability, and compatibility, *J. Spacecraft Rockets* 9:295–307, 1972.

[126] Shepherd, J.E., Nuyt, C.D., e Lee, J.J., Flash Point and Chemical Composition of Aviation Kerosene (Jet A), Explosion Dynamics Laboratory Report FM99-4, 2000.

[127] Jankovsky, R.S, HAN–Based Monopropellant – Assessment for Spacecraft, AIAA–96–2863, 1996.

[128] Website arstechnica.com/science/2013/04/how-nasa-brought-the-monstrous-f-1-moon-rocket-back-to-life/.

[129] Website cdn.geekwire.com/wp-content/uploads/2015/11/151119-plate2-620x411.jpg.

[130] Website boomeria.org/chemtextbook/cch17.html.

[131] Vukadinovic, V., Habisreuther, P. e Zarzalis, N., Influence of pressure and temperature on laminar burning velocity and Markstein number of kerosene Jet A–1: Experimental and numerical study, *Fuel* 111:401–410, 2013.

[132] Website www.aame.in/2012/11/nuclear-capable-agni-1-ballistic.html.

[133] Ronningen, J.E., Rockets and how they work, presentation, 2008.

[134] Simonetti, M., Ottimizzazione delle prestazioni di un propulsore elettrostatico, tesi di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Sapienza Università di Roma, a.a. 2017/18.

[135] Website ...